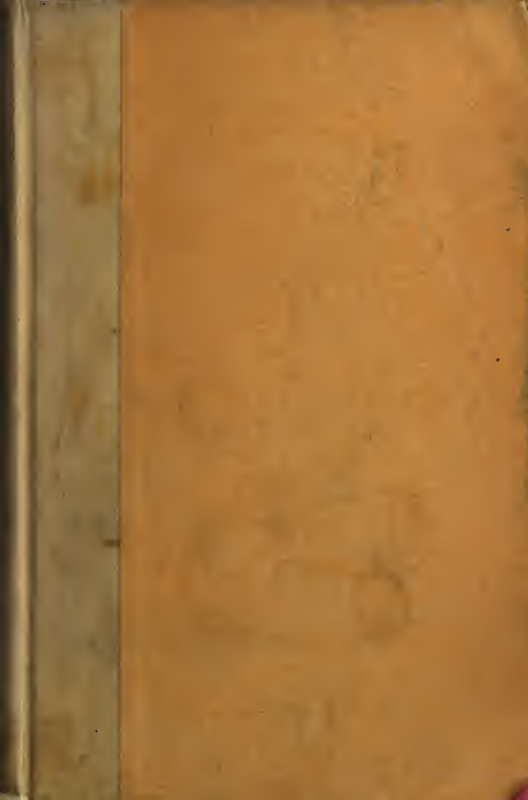


PHILOSOPHIÆ RECENTIORIS

A BENEDICTO STAY

IN ROM. ARCHIGYMN. PUBL. ELOQ. ET HISTORIÆ ROM. PROFESS.

VERSIBUS TRADITÆ

LIBRI X

CUM ADNOTATIONIBUS, ET SUPPLEMENTIS

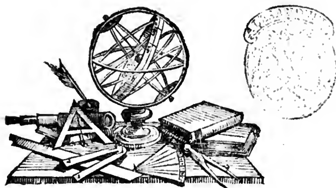
P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

IN COLLEGIO ROM. PUBL. MATHESEOS PROFESS.

TOMUS II.

AD CAROLUM REZZONICUM

CARDINALEM AMPLISSIMUM



ROMÆ MDCCLX.



TYPIS, ET SUMPTIBUS

NICOLAI ET MARCI PALEARINI

PRÆSIDUM FACULTATE.

CAROLO REZZONICO
CLEMENTIS XIII. P. M.
FRATRIS FILIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET
S. R. E. VICECANCELLARIO.

BENEDICTUS STAY SALUTEM.


UM Pontifex Maximus CLEMENS XIII. Patruus tuus poſt Chriſtianæ Reipublicæ gubernationem ſuſceptam Nationis Illyricæ patrocinium, quod ipſe diu ſuſtinuerat, ad Te, CARDINALIS AMPLISSIME, tanquam hæreditatem ſuæ erga nos optimæ voluntatis, tranſmiſſum eſſe voluiſſet, hujuſmodi honorificentiſſimo decreto me ipſum præſertim, qui Nationi eidem hìc in Urbe præſum, tutelæ, atque auctoritati tuæ commendatum exiſtimavi. Quapropter mihi præ cæteris enitendum eſſe arbitratus ſum, ut

Te officiis omnibus demereri, Tibique magnitudinem observantiæ meæ quoquomodo declarare possem. Cum igitur ego ætatem pene omnem in investigatione, ac contemplatione Naturæ insumpserim, eaque studia cum humanioribus disciplinis semper conjunxerim, nullum majus habeo, mihique carius munus, quam hunc laborum, vigiliarumque mearum fructum, alterum de Philosophia Volumen, quod ad Te deferam in publicum obsequii mei testimonium. Qua quidem in re quanquam magis decoris mei, quam tuæ dignitatis rationem habere videor, nihil tamen ab ea ipsa alienum facere me puto, si exornari per Te, illustrarique desidero; cum qui ab aliis sibi student ornamenta adsciscere, hoc ipso ornatissimos eos esse fateantur. Quod judicium de Te meum communi hominum rumore famaque præcipue comprobatur, ex quo ad Te repente oculos omnium, sermonesque convertisti. Antea enim, quanquam splendidissima, locupletissimaque Domo natus, eaque omni morum sanctitate instructissima, aperire tamen, ac munire Tibi ad honores viam domesticis maluisti virtutibus, quam copiis. Cum dignitates minime per cupiditatem ipse exquireres, atque ambires, sed ultro delata munera obires diligentissime, non jam in aliorum oculos incurrere, nec inanem aucupari gloriam, sed vera solidaque laude instrui gestiebas. Posteaquam vero divinitus factum est, ut Patruus tuus summa omnium lætitia, ac plausu Pontifex Maximus esset renunciatus, illud etiam effici debuit, ut, cui præsertim tuæ perspectæ lau-

laudes, exploratæque erant, facile ſuadentibus, ac pene cogentibus Bonis omnibus Te ad honores maximos, ſimulque ad graviſſimam curarum ſuarum partem evocaret; qua in re ſatis conſtat minus illum cognationi atque in ſuos charitati dare, quam utilitatibus omnium, ac Chriſtianæ Reipublicæ commodis conſulere voluiſſe. Ac tum illud quidem effecit, ut virtutes tuas efferret in publicum, ac auguſtiore collocaret in gradu, quo conſpectiores redderet, atque illuſtriores. Enituit enimvero tum maxime tua illa morum ſuavitas, atque candor, illa vitæ æquabilitas, animique moderatio, quæ eo admirabilior eſt, quo difficilior in tam ſecundis rebus eſſe ſolet, atque infrequentior; tantis enim, ac tam ſubitis obſequentis fortunæ muneribus minime commoveri, excellentis cujuſdam eſt animi, eaque conſtantia præditi, quæ ex vera rerum æſtimatione conſtat, propriorumque bonorum, ac ſupra terrenas omnes fluxaſque res conſtitutorum fiducia comparatur. Quid mirum igitur, ſi in tanta poteſtate tantam abſtinentiam, atque integritatem, tantam in omnes humanitatem præferas, præcipue vero mirifico religionis ac pietatis ſtudio ardeas, ac demum hoc Patrui tui imperium ornes, & fulcias iis artibus, quibus idem eſt ipſe conſequutus? Sed me vix in virtutes ingreſſum tuas ea deterret, ac retrahit cogitatio, ne in modeſtiæ offenſionem ipſa laudum incurrat veritas, illamque, quam ex benignitate tua ſperabam, minuat, ac corrumpat gratiam. Quapropter ut ad me ipſum ex periculoſo hujuſ-

modi argumento me referam, si hoc officii genere impetravero benevolentiam erga me tuam, tantoque me propterea patrocinio fultum ac munitum intellexero, eximium sane laborum ac studiorum meorum præmium me consequutum putabo. Tu vero tua in me gratia palam illud facies, optimo Te in litteras esse ac bonas artes animo, Virosque, qui eas profitentur, ac colunt, diligere, complecti, ac fovere diceris; quo quidem haud scio, an ulla alia res magis ad dignitatem tuam, tuique Nominis immortalitatem conferat. Semper hæc Urbs claris atque in omni bonarum artium genere illustribus favit ingeniis, atque idcirco semper præstantissimis doctrinarum omnium monumentis excelluit; illi enim, qui hìc rerum potiebantur, optime norant, quantum civitati decus, quantum religioni quoque columen in doctrina, atque eruditione sit positum, & quanta exinde fiat auctoritatis accessio. Hujusmodi sapientissimo consilio insistere, atque eorum temporum renovare exempla Te potissimum omnes desiderant; in tua enim tanta amplitudine, ac potestate, singularique apud Summum Pontificem gratia sita maxime, & constituta præsidia pene omnia vident artium optimarum. Eas si patrocinio tuo, ut profecto facies, complexus fueris, huic Imperio, atque hisce temporibus, quibus integritatem, atque justitiam, virtutemque omnem, ac sanctitatem florere præcipue lætamur, mirificam quandam claritatem, ac lucem adjunxeris. Vale.

Ar-

ARGUMENTUM
LIBRI QUARTI.

De cælestium corporum gravitate acturus Cæli præ Terra magnitudinem considerat, Naturæque in eo majestatem admiratur; omnesque, qui ratione utuntur, tanquam Mundi Cives, leges ejusdem ait tantummodo observare debere, mutare vero non posse. Tum ad Newtoni *laudes delabitur, in iisque ad vers.* 100. *insistit. Ordinem, quem sibi proponit servandum, exemplo astronomicarum dimensionum explicat, atque a vers.* 134 *Lunam aggreditur attingens ejus motus, ac vestigans distantiam, unde gravitatem ejusdem in Terram deducit, eamque esse in ratione reciproca duplicata distantiarum probat, exemploque confirmat ad vers.* 308. *Ad hanc deinde progreditur distantiarum legem in cæteris quoque Planetis stabiliendam; quod ut præstet, Cæli descriptionem præmittit, fixas primo stellas definiens, tum quas errantes vocant, earumque a Sole distantias, motus, ac conversionum tempora subjicit, quibus adjungit & Cometas. Cur diu vera cælestium corporum dispositio latuerit una cum variis veterum, nec non & recentiorum Astronomorum erroribus declarat, receptumque jam inter Planetas ordinem statuit, tresque proponit* Keplerianas *leges, ad quas intelligendas ea, quæ in* Ellipsi *scitu necessaria sunt, breviter persequitur. A vers.* 514 *prima* Kepleri *lex Solem in altero locat e binis* Ellipseos *focis, qua in Curva quivis Planeta orbem percurrit suum. Per secundam legem areæ orbium Planetariorum sunt temporibus proportionales. Tertia demum lex quadrata temporum periodicorum facit esse, ut mediarum distantiarum cubos. Hæ leges, ut in Planetis primariis circa Solem, ita & in secundariis, seu* Satellitibus *circa primarios suos servantur; iis tamen Luna aliquantulum repugnare videtur ob varias ejusdem inæqualitates. Hæc ad vers.* 635. *Maris deinde æstus cum Sole & Luna conjunctus, aberrationes Jovis, & Saturni, eorumque Satellitum, cum illi propius inter se distant, astronomicarum tabularum post aliquod tempus corrigendarum necessitas, forma Planetarum globosa, nonnullorumque circa proprium axem observata revolutio, æquinoctiorum demum præcessio in hoc apparatu non desunt. Quorum omnium causas redditurus a vers.* 687 *ex tertia* Kepleri *lege deducit Planetas omnes primarios in Solem, omnesque secundarios in suos primarios illa gravitatis vi tendere, quæ in ratione sit reciproca duplicata distantiarum, ea videlicet ipsa, quæ inventa est in gravitate Lunæ cum gravitate nostrorum corporum comparata. Quæ in ratione explicanda, ac confirmanda ad vers.* 822 *immoratur. Ex quibus infert gravitatem nostrorum corporum in Terram ejusdem esse ac eam generis, quæ primarios Planetas in Solem, secundarios in primarios trahit; propterea diffusam undique per totum Planetarum hoc ingens spatium esse, nec jam soli, ut hactenus creditum, Terræ attribuendam. A vers.* 851 *descendit ad problemata quædam motus corporum projectorum, quæ ejusmodi vi solicitentur, definitque, quid corpora, ut in* Ellipsi *ferantur, aut in parabola, aut in hyperbola, determinet. Expositurus porro Cometas quoque eadem, qua Planetas, teneri gravitatis in Solem vi, eos primum*

mum describit, quales observari solent, a sideribus cæteris distinguens; nihil mortalibus, ait, funesti ab iis significari, cum vulgo jam pridem timori essent, neque Telluri proximas perstare; neque ab ejusdem Telluris illos, ut nec a Planetarum, aut Solis exhalationibus exoriri posse: Esse igitur Cometas corpora mundo coæva motu semper constante per Cælum labentia. Post Cartesii, Bernoulli, & Cassini propositas de Cometis, rejectasque sententias ad Newtonianam transit, vique gravitatis in Solem eorum explicat motus, quos in Ellipsi maxime longa & procurrente fieri probat; pro qua Newtoniana theoria Cometarum multas affert observationes; unde evincit ad vers. 1266, confirmatque generalem illam in Solem gravitatem revera existere. Eam veteres Pythagoricos agnovisse ex illa cælesti eorum harmonia quidam suspicantur, quæ tamen conjectura solido argumento non innititur. A versu 1350 gravitatem hanc esse mutuam inter omnes materiæ particulas docet, proinde & mutuam esse inter Solem, & primarios Planetas, & secundarios, eamque generatim ad omnem, ubicumque sit, materiem extendi; exinde a vers. 1446 consequitur, si bina massæ utcumque inæquales in bina puncta per compenetrationem, ut ajunt, constringantur, totam vim prioris in secundam massam fore æqualem toti vi secundæ in primam. Quid, si massæ non sint in puncta constrictæ? Porro præcipua quædam inferuntur a vers. 1518, scilicet si punctum materiæ situm intra crustam sphæricam sit, ibi punctum idem nulla moveri vi, quod etiam in orbe elliptico contingit; moveri tamen, si materia ejus crusta æque densa non sit: id punctum extra positum attrahi in sphæræ centrum; unde fieri, si duo globi se mutuo trahant, idem ipsis accidere, quod duobus se mutuo trahentibus punctis. Duorum punctorum super duobus globis collocatorum vires sunt, ut horum diametri; cujus rei ratio ad omnes figuras solidas similes extenditur. Excurrit inde ad dissolvendum illud, quod contra gravitatem objici solet, cur decidentes lapides a parietibus trahi non videantur, ac in deviationes, ut vocant, pendulorum in magnum aliquem montem fit transitus, ratioque eas deviationes investigandi indicatur ad vers. 1768. Superioribus hoc elegantissimum Newtoni inventum additur, descendendo in sphæra, vel in sphæroide elliptica a superficie ad centrum gravitatem decrescere in ratione directa simplici distantiarum; hinc determinatur & ratio, qua gravitas decrescit ad æquatorem pergentibus a polo, quæ res cum Telluris figura connexa est, multoque expeditius invenitur, quam datis Ellipsoidis axibus gravitas tota, sive ipsius ad hæc sua incrementa ratio. Tunc quædam a Newtono inventa theoremata innuit ad hoc argumentum spectantia, quem tamen non demonstrasse ait figuram Sphæroidis Ellipticæ indui debere a fluido homogeneo circa proprium axem gyrante, cujus particulæ se in ratione reciproca duplicata trahant, idque primum a Mac-Laurino ostensum accuratissime, ut absoluta jam videri possit investigatio Telluris figuræ ex æquilibrio, nisi obstet aliquid ipsius partium inæqualis textus, & fors varia ejusdem interior usque ad medium constitutio. Concludit idcirco a vers. 1995 non constare nobis veram Terræ figuram, si a solo æquilibrio repetatur, ad veræ tamen proximam conjectura nos duci. Quærit deinde vim generaliter in corpus figura quavis præditum, exponitque ad vers. 2089 rationem in totius Terræ densitatem mediam inqui-

inquirendi. Demum ex intimo terrestrium partium textu capta occasione episodium concinnat enumerando multorum de constitutione Terræ, ipsiusque ortu sententias, postque Poetarum somnia, Cartesiique, Burnetii, ac Wistoni commenta, multa ex Taliamedis libro affert tanquam in exemplum labentis in præceps plerumque rationis humanæ, cum finium a Natura sibi positorum oblita temere procurrit.

ARGUMENTUM
LIBRI QUINTI.

PRimum homines necessitas effecit industrios ad artes, quibus vitæ subvenirent, inveniendas, quæ deinde ad delicias, ad fastum, ambitionemque traductæ sunt; quod pluribus illustratur exemplis; illud præcipue exquiritur, unde homines a naturali inter se æqualitate ad inæqualitatem transierint, & ad rerum dominia, ac terrarum pro cujusque jure divisiones, quæ ex re agros dimetiendi profluxit ars, præsertim in Ægypto exundante Nilo, quæ deinde mirum aucta in modum sub Geometriæ nomine transiit ad universæ Telluris magnitudinem, figuramque deprehendendam, & ad distantias, ac moles siderum. Hæc præfatus de magnitudine, & figura Telluris per observationes investigata agere aggreditur, expositoque totius libri quinti argumento a vers. 124 varia innuit artificia, quibus id olim consequi Heratostenes, & Posidonius tentarunt, quidque Arabes hoc in genere multis post sæculis peregerint, explicat ad vers. 270, a quo transit ad recentiorum Fernelii, & Riciolii conatus, quorum omnium methodi aut nobis parum notæ, aut intutæ, imperfectæque sunt. Accuratior demum investigationis ratio reperta est, qua primi Piccartus & Cassinus Terræ gradus mensuris suis comprehenderunt, quos subsequuti sunt alii multo diligentiores, illi præsertim Parisienses Academici, polum versus alteri, alteri sub æquatorem dimissi. Horum cæterorumque labores, antequam describat, a vers. 367 methodum docet unum in Terræ superficie metiendi gradum, quæque in Cælo peragendæ observationes, quæque in Tellure triangulorum series instituendæ, adhibendæque animadversiones, fuse ad vers. 580 persequitur. Tum ad Piccartum in Boreali Gallia gradus dimetientem, & ad Cassinum in Australi redit, Cassinique inde errorem in definienda Terræ figura arguit; quo nihilominus errore detecto Terræ figura ex observationibus deducta eidem ex æquilibrio repertæ non congruebat. Exorta igitur cupiditate accuratius rem cognoscendi præsertim in maxime distantibus Terræ intervallis, ut facilius evitari possint errores, missæ sunt illæ duæ Academicorum turmæ, altera in Americam, in Laponiam altera sub Ducibus Godinio, & Maupertuisio, quæ quid quam diu egerint, quantaque cura, laboribus, & periculis, refertur ad vers. 865, aliæque referuntur in Gallia tunc temporis initæ graduum dimensiones, quæque postmodum ad Promontorium Bonæ Spei, atque in Italia peractæ sunt. Ex quibus omnibus deducitur Terram esse ad polos compressam; quatenus autem, adhuc incertum esse, cum omnia graduum dimensorum discrimina uni tantummodo formæ consentire non possint. Quæ

occasione inquirit, quanam ea Terra forma sit, qua per graduum mensuras revera investigatur, ipsamque ait ob inaqualem textum in Terra partibus prasertim prope superficiem, inaqualem aliquantulum esse, atque undantem quodammodo, eo nempe discrimine, quod a nobis ob ignotam Terra partium constitutionem ignoratur, tantoque magis graduum dimensiones ubique tentandas, ut ad eam ipsam inaqualitatem per observationes semper magis detegendam accedatur. Pergit a vers. 1065 ad terrestrem atmospharam, cujus quoque exteriorem formam a gravitate pendere necesse est; aer enim, ut catera corpora, gravis est, proinde inferior a superiore comprimitur eo usque, dum ejus elasticitas cum ipso pondere aquilibretur. Exponit porro legem, qua aeris attenuatio progreditur in ascensu, quaque densitate in altitudine quavis sit ille praditus, & cur hic plerumque observationes a theoria dissentiant. Eum non longe a Terra protendi, finirique debere ait ab ingenti Solis atmosphara, quam a vers. 1250 probat illa prasertim luce, quam zodiacalem appellant, cujus speciem describit, ortumque ab ipsa Solis atmosphara repetit, a qua Boreales quoque Auroras deducit, de quibus agit a vers. 1360 pracipua exponens earum phœnomena, phœnomenorumque rationem reddit Mairanii, rejectis aliis, inharens sententia ad vers. 1589: redit inde ad terrestris atmosphara terminum definiendum, progressione ejusdem raritatis non in immensum excurrente, sed turbata ipsius atmosphara Solaris occursu. Quadam porro de sono docet, quem in vibratione particularum aeris consistere asserit, celeritatemque propagationis ejus investigat. Tum a vers. 1692 ab atmosphara terrestri tanquam gradu facto Calum conscendit ipsa ducente gravitate, agitque de massis & densitatibus quorumdam Planetarum, gravitatisque ratione in singulorum superficiebus. Transit deinde ad commune gravitatis Planetarum omnium, Cometarumque centrum, unde infert nullum totius Solaris systematis corpus unquam quiescere posse, neque revera in Ellipsi circa Solem moveri, sed alias curvas vias circa commune illud centrum longe implexas, quanquam non longe ab Ellipsi distantes debere describere; idque ad vers. 1855. Eas invenire Curvas, ac determinare veras Planetarum cum primariorum, tum secundariorum orbitas humani ingenii his saltem, qua nunc habemus, prasidiis muniti vires exsuperat. Ipsum quoque trium corporum se mutuo trahentium systema inextricabile videtur, quod mitescit tamen, si unum corpus sit longe maximum, reliqua vero duo minora, & ad ingentem locata distantiam, cujusmodi esse Solem, Terram, ac Lunam, cum inter se comparantur, scimus. Hinc a vers. 1920 ad motuum Luna theoriam delabitur, a gravitate mutua in Terram ac Solem repetitam, omniumque ejus mutationum, prasertim celeritatis, distantia, orbita inclinationis, apsidum linea, nodorumque rationem reddit ad versum 2341. Hanc Luna in suis motibus varietatem, atque inconstantiam hominibus ait caussam fuisse, ut ejus sideri omnia hic apud nos mutationibus obnoxia tribuerent, ac animorum quoque nostrorum vitia, ac furorem, quo nostra plerumque culpa vexamur, inde deducerent; ex hoc humani generis communem insaniam fabella quadam perstringit, ac tranquillitatis animi, sapientia, atque virtutis vim breviter in ipso libri fine demonstrat.

ARGU-

ARGUMENTUM
LIBRI SEXTI.

P*Ramissis quibusdam de quietis ac laborum vicissitudine in hominum vita a Natura instituta, quam & ipse in studiis experitur suis, primo sexti libri argumentum proponit, tum a vers. 93 ad vers. 264 in librationis Lunæ causam inquirit, eandemque exinde librationem ad Jovis & Saturni Satellites per conjecturam transfert, carentibus eadem Planetis primariis. Ea porro, quæ dicta sunt de nodis lunaris orbitæ, transfert ad Saturni annulum, atque ad æquinoctiorum præcessionem explicandam, quam a vers. 376 ad vers. 449 pertractat. Tum locum ait esse ad evolvendos maris æstus delabi, quorum primo phænomena omnia, quæ in diurna, menstrua, atque annua dividuntur, describit, præterea & singularia quædam pro certo regionum situ indicat, tum quæque causis attribuit suis, quæ generatim in mutua Terræ in Lunam ac Solem gravitate continentur; qua occasione post fluminum quorumdam ac puteorum æstuationes, maris alios quoque motus considerat, & qui prope polos fieri observati sunt, & qui a ventis & fluminibus, atque ab ipsius Terræ exhalationibus excitantur. Quæ omnia fuse ad vers. 1002 persequitur. Inde & in terrestri atmosphæra æstum quendam haberi docet similem marino æstui, a quo tamen ventos exoriri posse, quod quidam suspicati sunt, negat; neque a causa æstus gignente ullam ait in barometris, quam percipiamus, mutationem effici. Eos porro æstus, qui in Jove, ac Saturno, illo quatuor, hoc quinque circumferente Lunas, fieri debent, considerat, ubi & de Jovis fasciis agit, quæ possunt & a nubibus circa Jovem ipsum exortis nostrarum similibus provenire. Ex hoc ad cælestium corporum atmosphæras gradum facit, quarum quoddam est in Venere observatum indicium. A vers. 1122 Lunæ atmosphæra sitne, qualisque, ad vers. 1179 conjicit. Cometarum deinde, quæ certissime existunt, atmosphæras aggreditur, in earumque inquirit usus, quos a nostro deducit aere, cujus præ cæteris officium est lucem, caloremque dividere ita, ut & illam ab uno loco in alium transferat, & hunc in aliud & tempus & locum; quod profecto animantium vitæ ducendæ tuendæque pernecessarium est. Is atmosphæræ usus in Cometis maximus est ob ipsorum recessus a Sole, ad Solemque accessus discrimen maximum. Ex hoc tanto discrimine caudarum quoque in Cometis ortus deducitur, quæ in Planetis, quibus parva est distantiarum a Sole mutatio, ne exoriri quidem, nedum conservari possunt. Ob diversam hujusmodi caudarum speciem, Cometæ alii caudati, criniti alii, alii appellantur barbati, licet eum tractum nebulosum semper in partem Soli contrariam distendant, in quo etiam deflexus cujusdam, ac curvaturæ ratio redditur, tempusque definitur, a quo avulsus a Cometæ corpore tanquam quidam fumus ascendat in caudam, quæ fumi conscensio ab impulsu lucis a Sole incurrentis gigni non potest. Cur quidam nigrantes sulci observentur in caudis, exquiritur, qui possint esse nobis indicio, Cometas etiam circa proprium axem concerti. Demum vapores Cometæ caudas efformantes dissipari perpetuo, mutarique demonstrat. Quæ omnia ad vers. 1555 expediuntur. Refelluntur exinde nonnulla de Cometarum caudis,*

dis, Cometisque ipsis falsa sententia, repetentes scilicet antiquum illud totius orbis Terræ diluvium a cauda Cometæ cujuspiam prope Terram ipsam transeuntis, contraque præsagientes ab ipso Cometa ob Solis inflammato viciniam, Terræ totius illud olim, quod credimus, exoriturum incendium. Cometarum corporibus enutriri Solem ad reparandam sui luminis jacturam non posse; posse vero Cometam nimis prope Terram transire, nostroque tunc aeri insinuare vel lethalia, vel vitalia potius quædam semina, posse mutua gravitate & ipsius & suum motum varie perturbare, posse suo in Terram incursu ipsam confringere, externamque faciem, axisque, super quo diurnus motus peragitur, situm immutare: at hæc ipsa metuere insipientium esse, provido siquidem sapientissimi Conditoris consilio est nobis in Mundi gubernatione aquiescendum. Posteaquam ut Terra, ita Cælo quoque vigere gravitatis vim fuse, accurateque evictum est, nunc a vers. 1696 ea dissolvit, quæ contra eandem gravitatem a plerisque objici solent, præcipue, cur stellæ fixæ ad se invicem, atque ad Solem accedere non videantur, cur ipsius gravitatis naturæ ignoratio nihil officiat, quin ea possit existere, cur demum ætheris resistentia cælestes motus a gravitate ortos non perturbet, ubi & spatium materia ubique stipatum ac plenum a Natura prorsus excluditur; unde ad vortices Cartesianos a vers. 1891 fit transitus, eosque neque existere, neque, si existerent, perdurare, neque, si perdurarent, leges cælestium motuum servare posse ad vers. 2147 probatur. Collapso igitur vorticum systemati successit gravitas, qua tot undique in Mundo rerum distinctam perspicuamque reddimus rationem, numerisque subjecta singula singillatim solvimus, atque expedimus; eam quapropter commendans transit ad aliam quandam generaliorem celebrandam vim gravitati analogam, cujus ipsa gravitas sit quidam veluti ramus, non ejusdem tamen generis, neque moli corporeæ necessario affixam, sed quæ in animantes etiam agat quibusdam adhuc ignotis legibus, qua in re per varia discurrens exempla usque ad libri finem immoratur.

IN-

INDEX SUPPLEMENTORUM

AD LIBRUM QUARTUM.

AD LIBRUM QUINTUM.

AD LIBRUM SEXTUM.

I M-

IMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendissimo Pat. Mag. Sac. Pal. Apost.

D. Archiep. Nicomed. Vicesg.

IMPRIMATUR,

Fr. Th. Augustinus Ricchinius Mag. Sac. Pal. Ap. Ord. Præd.

POTERIT IMPRIMI
Si iis ita videbitur, ad quos pertinet.
Philippus M. Pirellius Archig. Rom. Pro-Rect.

APPROBATIONES

Volumen alterum, quo continentur libri quartus, quintus, & sextus *Philosophiæ Recentioris* a Cl. Viro Benedicto Stay versibus traditæ Rmi P. M. Sacri Palatii Apost. jussu legi; nec in eo quidquam reperi, quod vel ab orthodoxa Fide abhorreat, vel bonis moribus sit alienum. Magnam autem jam nunc Poetæ summo gratulor laudem, quam hoc quoque Volumine certe feret, ubi itidem, ut in prioribus libris, ad Naturæ scientiam explicandam jucundissima carminum elegantia adhibita, sic duarum diversissimarum rerum hilaritatis & tristitiæ temperavit modum, ut neque de Musarum suavitate quidquam detrahat Philosophiæ severitas, nec de philosophicarum rerum gravitate vel tantillum imminuat Musarum venustas & lepor.

Dat. Prid. Non. Maii MDCCLX.

Michael Angelus Giacomellus SS. D. N. Clementis XIII. a Latinis Epistolis.

Idem, quod de prima, de altera hac *Philosophiæ Recentioris versibus traditæ* parte censeo, res subtilissimas mira perspicuitate explicatas, reconditam e media Philosophia & Mathematicis facultatibus doctrinam cum orationis elegantia, copiaque, & carminis nitore conjunctam, ut nihil obesse, prodesse etiam multum cum bonis artibus, tum Religioni possit. Nam pertinere ad Christiani nominis amplitudinem, dignitatemque videtur; ut qui sunt Romanæ Ecclesiæ arctiori quodam sacerdotii, aut vitæ instituti vinculo, loci etiam, quem incolunt, conditione obstricti, appareat, atque exstet, utrum sint præclarissimis artibus, & disciplinis instructi, iidemque de humaniorum litterarum, & cultioris Philosophiæ, ac Mathematicarum scientiarum penu ea depromant, quibus, quasi Ægyptiis opibus (quod Origines in litteris ad Gregorium Neocæsareensem ajebat) ipsa crescat, cum suis illa Decretis non modo non repugnare, sed mirifice congruere & cohærere inveniantur. Itaque quam Rmus Pater Sacri Palatii Apostolici Magister celeberrimi operis partem recognoscendam dedit, de illa judicium hoc meum lubens protuli, scripsique III. Non. Maj. MDCCLX. e Collegio Romano.

Petrus Lazari Soc. Jesu.

Pag.	lin.	Errata	Corrige
4	27	mutatiores	mutationes
36	35	prima arcarum	ſecunda arcarum
38	34	illum	illud
42	26	concipiat	concipit
43	25	carum	corum
72	10	pyramidiſque	pyramidiſve
79	10	orbe	axe
88	11	denſius	rarius
	35	majore	minore
91	38	2''. 38'''	2''. 31'''
92	7	congoſcere	cognoſcere
107	19	cum Sol, per	cum Sol per
113	36	Pater	Pater-
148	39	numerus	numerus poſt primam
	41	7 cum cyfris 75	1 cum cyfris 72
149	8	vltri	vlvi
152	36	armilliari	armillari
156	15	Er, coeunt	Er coeunt
	41	pertinge retadii	pertingere radii
177	42	fiunt	fiant
183	28	Sola	ſola
186	16	ex ali	ex alio
205	6	occaſumne	occaſumve
212		Pro ultimis tribus lineis primæ columnæ lege: D'Alamberrus hoc Newroni aſſumptum demonſtratione indigere cenſet, & demonſtrat, reliquam autem ejus theoriam	
223	16	longeque,	longeque
224	42	deſeeſſerat	deceſſerat
237	30	exhaltationibus	exhalationibus
240	3	longingui	longinqui
	22	labens	lambens
254	5	parte ſit viai	parte viai
261	18	Contractu	Contactu
283	19	ſumma,	ſumma.
286	31	perirent & ipſæ	periret & ipſa
308	44	in fig. 6 & ad marginem	in fig. VI F. VI
313	11	communem	commune
335	35	ſuppanatur	ſupponarur
347		Pro lineis 25, & 26 lege: Hallejus ob quaſdam vagas de retardatione periodi conjecturas expectandum eundem cometam eſſe ſub finem anni 1758, vel anno 1759 ineunte. Alii vero poſt idem circiter intervallum eum eſſe appariturum exiſtimabant, adeoque ſub finem anni 1757, vel anno 1758	
351	37	ad *QI*	ad *eI*
359	15	dirigetur	dirigeretur
370	33	res res	res
373	11	ſi exiguus	ſit exiguus
375	25	tom. 3.	tom. 4.
380	21	denſitas fluidi 1	denſitas fluidi β
383	13	$\frac{4}{3} pr3$	$\frac{4}{3} pr^3$
391	36	maximæ	maxime
392	25	5760	57060
393	28	agemuc	agemus
399	29	ſenſunt	ſenſum
401	19	demonſtravetaam	demonſtraveram
428	15	contractum	contactum
	16	poſſit	poſſint
429	28	expenſiva	expanſiva
439	ult.	pondet	pendet
455	15	§. 9	§. 10
504	6	fuiſſe	fuiſſet

PHI.



PHILOSOPHIÆ

LIBER QUARTUS

QUIS cupidum [1] me tollat humo, liquidasque per auras
Altivolante levem penna sustentet, ut imas
Prætercam nubes, latumque per æthera vecter?
Ire vias Cæli vacuas juvat, atque tueri
Omnia, quæ vasti peraguntur per loca Mundi,
Quæ teneant leges Naturæ corpora magna,
Solem, & quæ certo circum palantia lapsu
Astra feruntur, & immenso quæ consita tractu
Undique nativam diffundunt sidera lucem,
Cunctarum vires, & fœdera denique rerum
Scrutari, atque artem, qua totus flectitur Orbis.
Quo [2] nunc Terra parens, hominum gratissima sedes,
Nostræ ubi sunt & opes, & maxima regna, ubi curæ

1 Exposita in superiore libro gravitate terrestri, ad cælestem hic Noster gradum facit, & in ipso exordio argumentum proponit totius secundi tomi, qui potissimum Mechanicam Astronomiam respicit, pendentem a mutua generali gravitate Nevvtoniana; quæ complectitur Solem, ac Planetas, & Cometas, astra, quæ feruntur circa ipsum cursu certo, & verò etiam stellas fixas, quarum varii apparentes motus pendent ab eadem gravitate. Fixas nimirum designat per lumen proprium, quod emittunt, nam Planetæ Solis lumen reflectunt, & eædem Fixæ per immania Cæli spatia longe, lateque dispersæ sunt.

2 Quis hic non agnoscat celeberrimum Ciceronis locum de Somnio Scipionis, ubi Scipio Tellurem e Cælo prospectans: *Jam ipsa terra*, inquit, *ita mihi parva visa est, ut me imperii nostri, quo quasi punctum ejus attingimus, paenite-*

Ingentes, nostrique metus, & gaudia nostra,
Effugis ex oculis? quo moles tanta recessit?
Credideram tua res ad commoda quasque referri,
Et Solem lucere tibi, tibi condita noctis
Sidera, te primam, prælatamque omnibus esse,
Te Dominam, atque uni tibi cuncta vigere, tuoque
Inservire bono. Cur sit tua gratia tanti?
Tamne queas de Natura bene sola mereri?
Sic quoque formicis, qua fervent agmina nigra,
Area, quaque trahunt prædas, latebrisque recondunt,
Nobilior, potiorque fuat, quam quidquid ubique est.
Qui sua miratur tantum, laudatque, necesse est,
Extera quæ constant, alienaque, nesciat idem.
Nam quocumque oculos lustrantes proferat extra,
Inveniat majora, opus est, melioraque notis
Usque; ferax adeo rerum est Natura bonarum,
Magnarumque itidem; consistunt undique pulchro
Ordine cuncta, atque invicto se fœdere nectunt
Tenuia cum magnis, cum parvis magna vicissim.
Propterea ad Terram libeat si cuncta referre,
Par erit, hanc pariter referas ut ad omnia Terram,

Omnia

niteret. Sed & omnia reliqua, & ipsum inprimis formicarum exemplum, quod paulo aliter adhibet Noster, magis respiciunt vulgatissimum itidem illum Senecæ locum lib. 1 Naturalium quæstionum, ubi is sapientem inducit, *qui totum circumeat Mundum, & terrarum orbem superne despiciens, angustum &c.* ita loquatur: *Hoc est illud punctum, quod inter tot gentes ferro, & igni dividitur! O quam ridiculi sunt mortalium termini? Ultra Istrum Dacus non exeat: Strymo Thracas includat: Parthis obstet Euphrates: Danubius Sarmatica, ac Romana disterminet: Rhenus Germaniæ modum faciat: Pirenæus medium inter Gallias, & Hispanias jugum extollat: inter Ægyptum, & Æthiopas arenarum inculta vastitas jaceat, Si quis formicis det intellectum hominis, nonne & illæ unam aream in multas provicias divident? ..... Punctum est, in quo navigatis, in quo bellatis, in quo regna disponitis ..... Sursum ingentia spatia sunt, in quorum possessionem animus admittitur.*

Cæterum hic Noster non illud improbat, in nostrum etiam usum a Providentissimo, & humani generis amantissimo rerum omnium Conditore creatum esse Solem, ac sidera, quod est omnino certum ex ipsis sacris litteris, & ipse etiam expresse docet; sed ad tantulæ conspectum molis philosophica quadam, & poetica simul abreptus extasi, illud inclamat, fieri posse, ut alia plurima creaturarum etiam rationalium genera sint alibi, ut in Planetis, & circa Fixas, quibus hæc iti-

Omnia ut ad Solem, sic ipsum & ad omnia Solem.
Proficiat nihil in summa sibi denique tantùm,
Sed capiat, sed reddat opem. Quodcumque sit, æquum
Jus habet, ut pars sit Mundi, vigeatque, suoque
Munere fungatur, propriis & regnet in oris.
Non igitur Tellus aliis se præferat ullis
Corporibus, si non aliis concedere multis
Ipsa velit: si nos sumus hìc Telluris alumni,
Fors alibi alterius variæ Telluris alumni
Sunt alii; quid jam refert, qua parte colatur
Orbis hic? Orbis enim cives sumus unius omnes,
Quotquot ubique sumus, qui vita, qui ratione,
Et memori mentis motu, ingenioque potimur.
Non [1] tamen hanc Patriam communem flectere nostro
Possumus arbitrio cives, legesque movere;
Invictæ quoniam leges sunt. Arbiter, olim
Qui sanxit, modo sancit item, sanctasque tuetur:
Nostrum admirari est, spectare, inquirere Mundi
Leges, & rerum naturam noscere velle:
Proin vidit qui plura, per astraque lapsus, & altum
Æthera mente sua, domuit non ante subacta,
Eduxitque diu latitantia multa sub auras

itidem usui sint; & idcirco illud *uni* apposuit: *Te dominam, atque* uni *tibi cuncta vigere*, & illud *bene* sola *mereri*; ac ut cautius loqueretur, nec homines, nostram nimirū speciem, ibi collocavit, sed in genere *alumnos alios*, & adjecit illud *Fors alibi*.

Est autem quidam rerum omnium saltem corporearum nexus cum omnibus sane admirabilis, atque is non solum in systemate Leibnitiano, in quo quæcumque monas cum monade quacumque arctissime connectitur, sed & in aliis, ut apud Nevvtonum generalis gravitas ad omnia longissimè spatia protenditur ita, ut ad motum cujuscumque, utcumque exigui materiæ puncti, moveantur omnia utcumque magna, ac remota corpora. In systemate autem nobis conspicuo, ut a Fixis, & Planetis ad Terram defertur lux, ita & a Terra defertur ad Planetas, vel Fixas lux itidem reflexa, quanquam ea, ubi ad Fixas devenit, in immensum est tenuis; Terra autem Lunæ phases exhibet, ut Luna Terræ, ac alia sexcenta ejusmodi officia mutua facile admodum proferri possent.

1 Generales quidem Naturæ leges mutare homines non possumus, nec vero motus ipsos Telluris nostræ ad sensum perturbare ob ipsam parvitatem nostram, & disjuncta studia: at si quamplurimi homines in eo convenirent, ut ex una telluris plaga in aliam perpetuo transferrent ingentem materiæ copiam, & ingentem ex.gr. multorum milliariorum montem elevarent alicubi; mutarent utique ipsam diurni motus di-re-

Immenſos Patriæ viſus diſtendere fines,
Ille aliis longe præcurrere dignior unus,
Ut Patriæ Pater, & Princeps, viventia ſæcla
Omnia quandoquidem non auro, & viribus anteit,
Rerum at notitiis magnarum, Orbiſque regundi;
Aſt alii Plebs ſunt, qui pauca, & prima tuentur,
Et velut externo Naturæ in cortice adhærent,
Et patriam agnoſcunt, ut ſenſus afficit ipſos
Tantùm, & qua ſtolido tractari corpore poſſit.
Sed quis is eſt, qui ſe ſublimibus inferat aſtris,
Subjiciatque oculis adeo diſtantia noſtris,
Factaque mortali ſtruat immortalia niſu?
Ille [1] Vir, ille viam ingreſſus, per carmina clarum
Cui Pindi ſacra lauro prætexere nomen
Inſtamus, potuit volucri tranſcurrere mente
Ætheris immenſi tractus, & cuncta tueri
Arte nova, Lunæque vias, Terramque trahentem,
Et Sole a magno diffuſas undique vires,
Supponens numeris etiam infinita repertis.
Extraxit Victor cæca a caligine noctis
Naturam fictos ponentem denique vultus,
Et vera, ut Protheum, forma apparere coegit;
Illius adventu proprias non mutat, ut ante,
Jam Doctrina vices; ſic undique certa refulſit.
Nam vicibus ſtudia, & mentes, ut cuncta, regebat

Arbi-

rectionem, & axem, ut & alias poſſent mutatiores plures inducere; ſed ea pro inani, & inutili ejuſmodi labore ingenti conſpiratio nunquam ſane habebitur. Satis eſt ipſas contemplari Naturæ leges, & hujus patriæ noſtræ motus ſcrutari; quod eſt homine mente prædito ſane digniſſimum, & philoſophum jure, meritoque inter omne indoctum vulgus diſtinguit, & quam longiſſime ſejungit, atque attollit.

1 Nevvtonum hic reſpicit, & præclariſſima ejus inventa, potiſſimum lunares motus ad certas leges reductos, & gravitatem mutuam generalem, ex qua tam multa ad generalem pertinentia Mundi conſtitutionem, & tam varia Naturæ phænomena, mira admodum ſagacitate derivavit uſus infiniteſimali in primis methodo a ſe inventa, & exculta. Et quidem, quod ad ipſam generalem gravitatem pertinet, ea jam ab Academiis per Europam omnibus, ut compertum quoddam, ita admittitur, & habetur pro certa, ut ea ſit unica ad Naturæ aditus reſerandos, quæ Cælum, & Tellurem noſtram complectitur, quædam veluti clavis. Nec vero timendum eſt illud, ne, ut tot alia philoſophiæ genera exciderunt alia poſt alia, ſic & hic excidat philoſophandi modus. Stabit utique, dum litteraria Reſpublica ſteterit, & vi-

guerit

Arbitrio Fortuna ſuo; ſic Porticus olim
Claruit, at nunc eſt longa deleta ſenecta;
Hos caſus Epicure tui ſubiere ſub umbris
Florentes horti, male crudo a frigore tecti;
Quodque ratum doctis ſtetit, immotumque Lyceis,
Viluit, & numerum tot rebus inanibus auxit;
Et qui Socratica divinus prodiit arte,
Pertulit interitus totidem, quot vidit & ortus.
Ergo ubi magna novo rationum lumine fulſit
Newtoni mens, a certis incerta dirempta
Vidimus, atque ſuis hæc intentata relicta
Æternùm in latebris, contra illa educta ſuperne.
Solis [1] ita exortu noctis fugere tenebræ,
Atque iter ingreſſis ductus patuere viarum.
Illum igitur placido tranantem ſidera curſu
Uſque ſequens, Terra gravitas cum qualis in omni,
Vidiſſem, quod jam ſupereſt, an didita conſtet,
Inquiram, ætherias, qualiſque, & quanta per oras.
Principio [2], incerto ne tramite procurramus
Rapti præcipiti per vaſta, per invia motu,
Sternere iter prius eſt opus, & veſtigia firma
Figere paulatim, & poſt terga relinquere rerum
Indomitum, ignotumque nihil, ne fallere poſſit,
Sed gradibus veluti tutò conſcendere ſtructis;
Sic quoque qui cupiunt metiri, ſidera quantis

guerit Geometria, uti inter tam multas, tam varias opinionum commutationes, Archimedis, & Galilei geometrica, ac mechanica comperta manent adhuc, & vigent, manſura utique ſemper; quod eorum eſt proprium, quæ vere ſolida comperta ſunt, non fictitia commenta.

1 Illud eſt celebre Nevvtoni epitaphium, a ſummo Poeta Anglo Popio binis concluſum verſibus Anglicis, qui Latinè redditi accuratè ſic ſonant: *Natura, & Naturæ leges erant ſepultæ in nocte: Deus dixit, exiſtat Nevvtonus, & totum fuit lux*. Solent autem latinis verſibus, ſed multo minore vi præditis, ſic reddi:

Naturam legeſque ſuas nox atra tegebat:
Sis, Nevvtone, Deus dixit, & orta dies.

2 Ordinem hic proponit, quo progredi oporteat, & exemplum adhibet aptiſſimum. Nimirum antequam Philoſophi cæleſtium corporum diſtantiam a Terra determinare aggreſſi ſint, Geometriam excoluerunt, & ad dimenſiones intervallorum in ſuperficie Terræ poſitorum applicaverunt, ac altitudines montium dimenſi ſunt: tum ipſam totius Telluris peripheriam definiverunt, ac diametrum; deinde Lunæ a Terra di-

Tractibus inter ſe ſint, a nobiſque remota,
Non ſubito attollunt ſurſum ſe, ſideraque ipſa
Subdunt menſuris, ulniſque, & paſſibus æquant;
Unde etenim inciperent, vel ubi conſiſtere poſſent?
Quid notum foret, ut conferre ignota valerent?
Primò igitur Terræ varios cognoſcere tractus
Uſus erat, facile & campos, & culmina celſa
Metiri, ſeſeque magis diſtendere ſemper,
Millibus eſt donec Tellus circumdata notis;
Exinde eſt ejus penetratum in viſcera denſa,
Tum fuit &, ſenſu qua nullo poſſit adiri,
Cognita. Luna gradus menſuris proximus ipſa
Extitit; ad Lunam ſic certo eſt tramite ventum.
Non tam difficilis nobis fuit inde remotum
Tranſitus ad Solem, errabundaque ſidera Cæli.
Haud aliter, res in Terra qua lege gerantur,
Qui prius, & qua vi, perſpexerit, ire per altum
Æthera tum poſſit, nobis vicinior ipſa
Qua deflectit iter bigis exercita Phœbe;
Hujus ubi agnorit cum noſtra fœdera Terra,
Evolet ad Phœbum ſubito, atque vagantia circum
Corpora conſcendat jam certior, ipſa, requirens,
Qua vi per Cælum ſeſe, qua lege gubernent,
Omnibus in ſumma quæ ſint communia jura.
Viribus inde etiam pergens ſublimior auctis
Immenſo hærentes invadat in æthere ſtellas,
Victor & inventas ſub leges cogat eaſdem.
Surſum [1] ergo audenti conſurgere, Luna repente,
Extat quandoquidem vicinior, obvia fiet.

Tel-

diſtantiam, ac ejus ope ad Solem evecti ſunt, & per eum ad reliquos Planetas. Sic igitur & Noſter poſteaquam in primo tomo perſecutus eſt ea, quæ ad terreſtrem gravitatem pertinent; progreditur ad cæleſtem; & quoniam prima nobis, dum elevamur occurrit Luna; primum de ejus gravitate agit, mox deinde aſcenſurus ad Solem, & Planetas, ac Cometas, qui ipſum ambiunt, tum ad remotiſſimas demum Fixas.

1 Hic jam aggreditur Lunam, & ejus motus craſſa æſtimatione definit: primo loco affirmat, eſſe omnium cæleſtium corporum proximam; & quidem eſt; diſtat enim in mediocri a Terra diſtantia ſemidiametris terreſtribus 60, ut inferius docet, dum Venus, quæ inter omnes Planetas accedit proximè in perigeo, diſtat tum etiam plus quam 6 millibus earumdem ſemidiametrorum.

Tellurem [1] circum mediam correpta diebus
Septenis quater hæc dempto prope volvitur uno;
Quamvis ut redeat sub Solem, conque sequatur,
Ipsa dies geminos his addat, prætereaque
Plus quam dimidium; quoniam non invenit illa
Solem parte, prius Cæli qua parte reliquit,
At paulum, ad speciem, progressum hoc tempore toto.
Et quoniam illius molem prope corporis æquam
Conspicimus semper, circum rapiatur in orbem
Si non æquum, opus est, at qui vix distet ab æquo,
Ut prope sint gyrum spatia haud mutata per omnem.
A [2] Terræ medio procul illa recessit ubique

1 Motus Lunares perstringit, & affirmat illud, Lunam describere circa Terram orbem, qui parum abludat a circulari, atque idipsum probat ex eo, quod apparens Lunæ magnitudo sit præter propter semper eadem; objectum autem quodcumque, eo majus apparet, quo est propius. Porro Lunæ quidem orbita non est accuratè circularis, sed elliptica, & quidem inæqualitatibus prædita quamplurimis, & ipsæ apparentes magnitudines, sive diametri apparentes definitæ accuratis instrumentis astronomicis inveniuntur inæquales; verum inæqualitates istæ omnes respectu totius non ita ingentes sunt, ut crasso modo æstimanti lunares motus hic in hoc exordio haberi orbita pro circulari non possit. Inæqualitates autem lunarium motuum distinctius persequetur Noster in sequentibus, ut & earum causas a gravitate generali repetitas.

Proponit etiam tempus conversionis lunaris, quod itidem definit crasso modo: distinguit autem duo conversionum genera, alterum, quo Luna e Terra visa redit ad eandem Cæli syderei partem, qui dicitur mensis periodicus, & est dierum paullo plus, quam 27, quod exprimit illud *quater septenis dempto prope uno*; alterum conversionum genus est, quo iterum Solem, interea motu proprio progressum in Orientem, assequitur, qui dicitur mensis synodicus, & est paullo plus quam dierum $29 \frac{1}{2}$. Nam Sol motu proprio lentiore per eclipticam procedit in Orientem ita, ut unum integrum insumat annum in tota orbita percurrenda, adeoque singulis diebus per singulos circiter gradus promovetur. Quare cum Luna rediit post dies 27 ad idem Cæli punctum, distat adhuc a Sole per gradus fere 27, quos ut percurrat, & Solem tum etiam fugientem assequatur, impendit illa quidem minus, quam dies duos cum dimidio, sed tanto plus impendit, quam dies duos, ut cum mensis periodicus exedat dies 27, mensis synodicus excedat itidem dies $29 \frac{1}{2}$. Sed de his accuratius in supplementis.

Porro dicit Solem progressum *ad speciem*, nam Solis motus annuus est apparens ob annuum nostrum motum in orbita Terræ.

2 Distantiam hic definit Lunæ, quam, in motu assumpto pro circulari, mediocrem accipit semidiametrorum terrestrium 60, & ut ejus ideam distinctiorem ingerat, & poetico lepore carmen aspergat, Gygantum imaginem proponit, qui

Sex decies ſpatiis, queis nos removemur ab oris
His ipſis Terræ mediis. Si more Gygantum
Exinde aggreſſus non monti imponere montem,
Sed Terræ pergas iterum, atque iterum ordine longo
Terram aliam, atque aliam, non ante inſcendere bigas
Lucentes poteris, quam ſit trigeſima Tellus
Addita, & admotæ frontem contingere Lunæ.
Poſſumus [1] hoc equidem facili cognoſcere pacto;
Nam ſi incluſa tubo gemina inter fila receptes
Lunam, qua lata eſt, vix ortam, ſive obituram,
Præterit atque eadem cum ſummum altiſſima culmen,
Invenies decies ſexta illic parte minorem:
Proin decies ſexta pariter mage parte remota eſt.
At tum dimidiam trans Terram cernitur, ac ſi,
Qui ſpectat, medio Telluris ſtaret in ipſo.
(Non ita, cum ſupera caput alte vertitur errans)
Dimidium id Terræ decies proin ſexta fatendum eſt
Sit ſpatii pars illius, quo Luna receſſit.
Verum hos, atque modos alios, queis tempora, motus,
Et ſpatia, & moles aſtrorum, & cætera multa,

Hoc

non montes montibus, ſed triginta terreſtres globos alterum alteri ſuperimponant, ut Lunam attingant: ſunt enim 30 diametri, idem ac 60 ſemidiametri. Semidiametrum Terræ exprimit per diſtantiam, qua nos in ſuperficie conſtituti diſtamus a Terræ medio, nimirum a centro.

1 Innuit hic unam e methodis definiendi diſtantiam Lunæ a Terra; quod præſtari poteſt ope inſtrumenti illius, quod Aſtronomi appellant micrometrum: Sunt in eo inſtrumento bina fila parallela, quæ ope chochleæ poſſunt ad ſe invicem admoveri, & removeri a ſe invicem, ac revolutiones ipſius chochleæ, & revolutionum ſingularum partes exhibent diſtantias filorum. Includitur inſtrumentum teleſcopio ita, ut fila ſint in eo loco, in quo ab objectivo vitro efformatur objecti imago diſtincta, quam nos per ocularem lentem intuemur. Admotis ad ſe invicem filis ita, ut lunarem includant diſcum, & conradant hinc, & inde, definimus magnitudinem apparentis diametri.

Porro ſi capiatur ope ejus inſtrumenti diameter apparens, tum cum Luna eſt in Horizonte in ipſo ortu, vel occaſu, ac deinde, cum accedit proxime ad Cæli verticem, ſive zenith, invenitur circiter ſexageſima ſui parte minor in illo primo caſu, quam in hoc ſecundo; quod indicat ſexageſima circiter ſui parte Lunam acceſſiſſe ad ſpectatorem. Diſtantia autem ipſius a ſpectatore, cum eſt in Horizonte, eſt circiter eadem, ac diſtantia a centro; cum vero eſt prope ipſum zenith, eſt minor circiter per unam Terræ ſemidiametrum. Debet igitur una ſemidiameter Terræ eſſe pars circiter ſexageſima diſtantiæ totalis.

Hæc eſt methodi indicati ſumma, circa quam methodum, ut &

circa

Hoc genus, inveniunt Mensores, tradere noster
Non labor est, nos hæc & ab illis cuncta petemus
Mutua, cum fuerit nobis his usus, opusque.
Nunc [1] quoniam curvos in Terram Luna meatus
Continuo facit, in Terram vi nititur ire
Continua; tangens iter usque relinquere debet
Propterea, atque orbis loca per deflexa revolvi.
Vis facit hæc quiddam volvendo in corpore Lunæ
Consimile, ac gravitas, quæ deorsum hic corpora pellit.
Nec, si quid Lunam rapientes tramite vires
Tangenti impediat subito, non protinus illa
Ad Terræ medium rectà debebit adire;
Nec contra Terræ grave corpus quodlibet auras
Ultra restantes si mobilitate cieri,
Quantum opus, incipiat magna, non ibit in orbes
Perpetuos, Terramque omnem amplectetur eundo,
Fiet & exiguum, quod se circumferat, astrum.
Concipe propterea resonantes (horrida Martis
Instrumenta) tubos jacere, atque emittere plumbi,
Aut ferri, lapidumve pilas: ejecta volabit
Ex uno pila fors passus per mille, sed illa

Majo-

circa apparentem Lunæ magnitudinem multa notanda hic essent, quæ supplementis reservamus; & quoniam hic Noster, quod pertinet ad methodos definiendi cælestium corporum distantias a Terra, & magnitudines, & motus, ad Geometras, & Astronomos provocat, agemus de iis omnibus supplementorum §.1. ubi & systematis mundani generalem ideam proponemus, quæ totius Nevvtonianæ cælestis philosophiæ est basis.

1 Hic jam ex motu proximè circulari circa Terram, deducit gravitatem Lunæ in ipsam Terram ratione petita a theoria motus curvilinei exposita tomo 1. Nimirum per vim inertiæ Luna perpetuo conatur abire per tangentem orbitæ, quam describit: Quamobrem retineri debet in ipsa orbita per vim, quæ Lunam ipsam perpetuo retrahat a tangente ad arcum curvilineum, quæ vis in circulo descripto motu uniformi dirigitur ad centrum circuli; adeoque Luna perpetuo urgeri debet in Terram vi quadam, uti nostra hæc gravia a gravitate sua urgentur in ipsam Terram; & si repente cessaret omnis tangentialis velocitas (nam Noster mobilitatis nomine intelligit velocitatem, ut itidem diximus tomo 1) Luna ipsa, ut cætera gravia, rectà in Terram decideret.

Id ipsum confirmat exemplo passim adhiberi solito nostrorum projectorum. Si nimirum e contrario ex altitudine aliqua, quæ superet crassum, & motibus resistentem aerem, projiceretur grave aliquod corpus velocitate satis magna horizontaliter; id describeret circulum circa Terram, & evaderet quidam ve-

Majori ex alio, & potiori pulveris ictu
Incita sulphurei procurret longius, ad bis,
Aut quater, aut decies quoque passus mille, vel ultra;
Impulsus donec sic semper mobilitate
Increscente novi perventum ad mobilitatem
Illam sit, pila qua transcurrere millia mille
Bis decies, Terræ converti denique circum
Totius molem queat, & loca visere prima,
Unde emissa fuit, confecto scilicet orbe.
Ac tum servata, qua primum est mobilitate
Jacta, parem rursus gyrum repararet, eaque
Præterea ratione alios, aliosque sine ulla
Fine; ita perpetuùm privata quiete mearet.
Sed [1] quæ mobilitas hæc debeat esse, referre
Ad sua prima pilam queat ut loca, nec minuatur,
Nec crescat tot per tractus, servetur ut isdem
Una, eademque locis, si fors cognoscere avebis;
Illa est, quam paribus gravitatis ab ictibus, atque
Nusquam intermissis deorsum actum acquireret illic
Corpus, ubi Terræ pars esset quarta profundæ:
Projectum hoc etenim valido tunc impete cursus

Æqua-

veluti novus Planeta. Si enim e tormento bellico cum determinata quadam velocitate ex quadam determinata altitudine projiciatur globus; abibit ex. gr. ad mille passus procul. Majore vi pulveris projectus abibit ad distantiam majorem, velocitate adhuc majore, quæ velocitas si perpetuo major fiat, ut jam emittatur globus cum ea velocitate, qua possit abire ad distantiam majorem etiam viginti milliariorum millibus, poterit & totam telluris circumferentiam transcurrere, ac eo redire, unde discesserat, cum velocitate eadem, adeoque perpetuo gyrare in eodem orbe.

Posuit hic Noster *transcurrere millia mille bis decies*, numerum adhibens, ut ajunt, rotundum, proximum circumferentiæ terrestri, eaque minorem. Si adhibeantur milliaria, quæ geographica appellant, quorum nimirum 60 numerentur in uno circuli maximi gradu, eorundem milliariorum continet circumferentia 21600 ducto 60 in 360.

1 Hic vero ipsam ejusmodi velocitatem determinat, qua grave projectum perpetuo describeret circulum circa centrum Terræ: est nimirum ea, quam grave acquireret cadendo motu uniformiter accelerato per quartam partem diametri terrestris. Id pendet a theoremate Christiani Hugenii, qui invenit, si grave gyret in circulo cum velocitate, quam acquireret cadendo per altitudinem æqualem quartæ parti diametri, habiturum vim centrifugam æqualem gravitati suæ. Porro id ipsum theorema demonstravimus in supplementis tomi 1 num. 232, & determinatio proposita consentit cum iis, quæ de problemate inverso virium centralium exposuimus ibidem

Æqualem circum ſemper raperetur in orbem,
Continuoque via a tangente rediret in arcus.
Nonne vides, fiat quod ſaxi in pondere jacto,
Prorſus & in Luna fieri? ſi ſcilicet illud
Projiciatur ea, qua dixi mobilitate,
Aura neque obſtet, iter tum detorquebit in arcum
A tangente via deſcendens; ut quoque motu
Deſcendit Luna acta ſuo; ſin Luna ferentes
In diverſa illos perdat ſibi reddita motus,
Queis nunc torquetur, ſolis properabit ad imam
Tellurem recta delabens, acceleranſque
Viribus, ut ſaxum quoque labitur, acceleratque.
Hæc ergo paria inter ſe cum prorſus, & æqua
Sint, atque idcirco cauſa producier una
Poſſint; produci par eſt, fateamur, ab una,
A gravitate igitur, quæ Lunam, ut corpora cuncta
Hic gravia inter nos, ſemper deflectere cogit.
Quapropter gravis eſſe in terram Luna videtur,
Haud minus, ac lignum, lapides, ac dura metalla.
Æqua [1] ſed an Lunæ gravitas, majorne, minorne
Harum ſit rerum gravitate, age, perſpice mecum.

A Terra

dem *num.264*. Eam velocitatem facili calculo determinabimus in ſupplementis.

Quod vero tum illi globo gravi ita projecto accideret, id ipſum ad Lunam transferri debere docet, ut nimirum & Luna circularem ſuum motum peragat velocitate quadam per ſpatium non reſiſtens ad ſenſum, & vi perpetuo urgente in Terram, quæ utroque caſu idem præſtet, effectura in utroque deſcenſum rectilineum, ſi velocitas illa deſit; unde infert utranque vim ejuſdem generis eſſe, & Lunam itidem gravitare in terram, ut cetera omnia gravia corpora, quæ hic habemus.

1 Illud jam hic inquirendum proponit, an hæc Lunæ gravitas ſit æqualis gravitati terreſtrium corporum, an, & quanto major, vel minor; ac ejuſdem quæſtionis ſolutionem ſubjicit eam ipſam, quam Nevvtonus propoſuit Princ. lib. 3. pr. 4, ſed numeris utitur integris tantummodo, carmini nimirum aptioribus. Sic autem progreditur.

Cum ſit nota diſtantia Lunæ a Terra, innoteſcet & tota peripheria orbitæ habitæ pro circulari, & ob notum converſionis integræ tempus, erit notus etiam arcus debitus ſexageſimæ parti unius horæ, ſive uni minuto primo. Hinc innoteſcet etiam intervallum, quo extremum ejus arcus punctum diſtet a tangente ducta per punctum primum. Per id intervallum Luna gravitatis ſuæ vi deprimitur ab ipſa tangente ad arcum curvilineum. Porro inito calculo id intervallum invenitur pedum proximè 15; quo nimirum intervallo noſtra corpora gravia in ſuperficie Terræ delabuntur tempore unius minuti non primi, ſed ſecundi, juxta ea, quæ dicta ſunt tomo 1 lib.3

ver-

A Terra quantis jam tractibus illa recedat,
Cum notum tibi sit, cognosces, quanta sit orbis
Illius via circum; & cum ejus tempora noscas
Circuitùs pariter, quantus quoque prodeat arcus
Parte horæ decies in sexta, scire licebit.
Proinde etiam quanto pars arcùs ultima tractu
A tangente via distet, quæ parte sit ejus
Producta a prima, communi scilicet ortu.
Sola parit gravitas tantum illo tempore lapsum
Deducens Lunam; hunc inita ratione videbis
Ter quinos æquare pedes; quot nempe deorsum
Corpora per nostras regiones concita currunt,
Sed tamen æquali non tempore, simplicis horæ
Nimirum decies non sexta parte, sed hujus
Partis item decies quoque sexta parte minuto,
Ut supera certo nixus tentamine vici.
Nunc prius a dictis deduces, cum quoque partem
Horai per eam, bis quæ trigesima tantum est,
Hic grave descendet corpus; debere cadendo
Id peragi spatium, quod non, ut tempore tempus,
Sex decies, sed tot toties sit partibus illo
Longius; hæc siquidem lapsus spatia usque necesse est

Cre-

versu 614. Jam vero cum spatia a gravibus libere decidentibus percursa sint, ut quadrata temporum (tomo 1 lib. 2 a versu 918); erit spatium, quod nostra gravia libere percurrunt unius minuti primi tempore, sexagies sexaginta vicibus majus, quam id, quod uno minuto secundo percurrunt. Quare effectus gravitatis in Terram in superficie ipsius Terræ est sexagies sexaginta vicibus major, quam ibi, ubi est Luna. Cum igitur etiam distantia Lunæ sit semidiametrorum terrestrium sexaginta, & superficies a centro distet per unam semidiametrum; decrescet gravitas usque ad Lunam in ea, quæ dicitur ratio reciproca duplicata distantiarum, nimirum in eadem ratione, in qua crescunt distantiæ in se ipsas ductæ, sive distantiarum quadrata.

Porro spatium, per quod nostra gravia cadunt uno secundo temporis, non est accuratè pedum 15, sed pedum $15\frac{1}{12}$, sive pedum 15, & unius digiti, & eo spatio Newtonus utitur, ac invenit id ipsum in Luna pro uno minuto primo; assumit autem distantiam Lunæ a terra itidem semidiametrorum 60, mensem periodicum dier. 27 hor. 7 min. 43, & ambitum terræ pedum Parisiensium 123249600. Sed nec hi ipsi numeri penitus accurati sunt, & fractiones inde erutæ sunt minus aptæ versibus. Præterea ad calculum accuratum oporteret habere rationem plurium aliarum causarum, quæ inæqualitates aliquas pariunt: considerare nimirum vim centrifugam motus diurni, & eam separare; conside-

Crescere, uti repetita in sese tempora crescunt.
Quapropter gravitas, quam pellere multa videmus
Hic prope, major erit Lunæ gravitate remotæ
Non nisi jam toties tot partibus; esse minorem
Nempe illic videas, ad eam majora quot extant
A medio spatia in sese repetita vicissim.
Hinc tibi jam patefit, vires gravitatis, ut in se est,
Integræ pro non æque distantibus esse
Diversas, variasque locis; decrescere semper
Plus, loca distando quam disjungantur; eisdem
Scilicet a spatiis, in sese si repetantur
Mutuà, metiri, quantæ sint, possumus illas,
Nimirum quanto loca per majora minores.
Utque [1] fidem minus his renuas adjungere dictis,
Protinus exemplo multarum constabilire
Ipse queas legem hanc rerum, quas cernimus uno
A puncto circum exire, & diffundere vires,
Scilicet ut lux est, quam fulgida lumina jactant;
Tractibus hæc etenim duplis, bis duplice debet
Parte sui minui, pariter ter triplice ternis,
Et denis dena decies, proin in minuendo
Respondens semper repetitis tractibus in se,

In

siderare diversas Terræ non prorsus sphæricæ semidiametros, & invenire spatium, quo gravia caderent in Terram, si ea esset sphærica; habere rationem perturbationum, quas in lunarem motum inducunt vires Solis; considerare non integram distantiam Lunæ a Terra, sed distantiam a centro communi gravitatis, circa quod Terra, & Luna convertitur. Hæc omnia debuissent diligentius considerare nonnulli, qui Nevvtonum carpunt idcirco, quod non penitus accuratissimam inveniant rationem quadrati distantiarum in effectu gravitatis terrestris, & lunaris. Sed de iis itidem in supplementis.

1 Quo minorem pariat admirationem ejusmodi lex decrementi respondentis quadrato distantiæ reciprocè, proponit hic multo generaliorem ejusdem legis extensionem ad ea omnia, quæ a certo puncto diffunduntur in gyrum circumquaque ita, ut rectilineo, & uniformi motu progrediantur, ac proponit exemplum in luce, cujus intensitas decrescit itidem in ratione reciproca duplicata distantiarum ita, ut in dupla, tripla, decupla distantia sit bis duplo, ter triplo, decies decuplo minus intensa: id ipsum demonstrat hoc pacto. Dum lux progreditur, diffunditur semper magis, nam quæ in minore distantia erat collecta in superficie minore, eadem in distantia majore distenditur per majorem superficiem, adeoque eo minus densa esse ibi debet, quo amplior est superficies. Sunt autem superficies in diversis sphæris in ratione

In quos excurrit diffusa per ampla locorum;
Quandoquidem lux illa eadem, quæ non ita distans
Ante globi brevioris erat stipata minorem
Per faciem, sese faciem diffundit in amplam,
Fingere quam possis majoris deinde pilai.
Vivida propterea minus hic, densataque tanto,
Est opus, ut lux sit, quanto magis ampla rotundi
Est spatii facies; facies sed crescere certum est
(Augentur cum mole globi) ratione profecto
Non alia, quam qua tractus a lumine semper
Scilicet in sese repetiti crescere debent.
Quare quo tractus puncto a flammante sit ipse
Major, eum repetas in se se ubi scilicet, illa
Rarior hoc certe lux, languidiorque meabit.
Subjicere hanc oculis rationem sic quoque possis;
Lampade per noctem succensa longius adsta
Te retrahens, ægre dum verba inscripta papyro

Possis

ne reciproca duplicata semidiametrorum, adeoque distantiarum a puncto radiante. Quare & luminis densitas decrescit in ratione eadem.

Proponit autem & methodum eandem legem deprehendendi per experimenta. Per noctem re retrahe in eam distantiam ab una lampade, in qua vix possis librum legere, sed tamen possis. Adde alias tres lampades priori prope ipsam, & si recedas ad distantiam, in qua itidem ægre legere possis, sed possis; invenies distantiam prioris duplam, & distantia tripla novem lampades, decupla centum æquales requiret, quod ostendit intensitatem luminis singularum esse in ratione reciproca duplicata distantiarum, cum intensitas singularum, ubi lumen omnium simul est idem, debeat esse in ratione reciproca simplici numeri lampadum, & numerus harum assumptus sit in directa duplicata distantiarum.

Hæc quidem demonstratio vim suam habet in iis omnibus, quæ a dato puncto diffunduntur in gyrum circumquaque motu rectilineo, & uniformi, quam conditionem Noster jure exprellit. Nam ad densitatem determinandam non est satis considerare superficies in geometrico rigore acceptas sine crassitudine ulla; sed oporter adhibere spatium trina dimensione præditum, adeoque orbes quosdam, utut tenuissimos, clausos binis superficiebus sphæricis concentricis, qui, si æque sint crassi, sunt ut superficies ipsæ, quibus terminantur. Hinc si ejus substantiæ progredientis id, quod erat in uno orbe minore, idem fit deinde in majore, densitas in secundo casu erit ad densitatem in primo, ut primus orbis ad secundum, adeoque ut superficies ad superficiem, sive reciproce ut quadratum majoris distantiæ ad quadratum minoris. Ut autem idem sit in majore orbe, quod fuerat in minore, debet quidquid erat in minore pertingere ad majorem, & debet celeritas per crassitudinem utriusque esse eadem; ut nimirum deveniente ad superficiem ulteriorem orbis majoris eo,

quod

Possis perlegere, at possis tamen; adde priori
Lampada tum triplicem, ut bis duplo lumine tectum
Floreat; invenies expertus non nisi duplo
Inde recedere te spatio debere, papyro
Demum ut vix possis perarata agnoscere sensa;
Accensa sed deinde novena lampade, terno
Tantùm intervallo decedes; denique deno
Si libeat retrahi tractu, quot lumina posces,
Vix legere ut possis, velut ante? Sat ulla profecto
Non prius esse, micent donec centena, videbis.
Ergo ita diffundi a puncto cum debeat uno
Lux, aliæque etiam res, quæ se parte propagent
Ex omni circum; in mentem facile insinuabis
Non alio fundi gravitatis per loca pacto
Vires; ipsa licèt non res sit, quæ moveatur,
Corporea, assimilis luci, tenuive vapori.
Verum [1] hanc diffusæ gravitatis noscere legem

Cer-

quod devenerat ad ulteriorem minoris, deveniat simul ad citeriorem illius id, quod simul devenerat ad citeriorem hujus.

Hinc errant ii, qui hanc demonstrationem transferunt ad ea, quæ non progrediuntur motu rectilineo, & uniformi, nec progrediuntur illæsa. Eum errorem admisit Keillius eandem theoriam aptans effluviis odoriferis, quæ nec omnia, nec motu uniformi, & rectilineo progrediuntur, uti ego quidem demonstravi in dissertatione de lumine parte prima, ubi & alium ejusdem, sanè merito celeberrimi, Authoris errorem deprehendi in computanda eorundem effluviorum summa. Ea de causa hic Noster hanc non adhibet tanquam demonstrationem aliquam decrementi intensitatis virium gravitatis in diversis distantiis, sed tanquam exemplum quoddam ejusdem legis in re simili, quæ eam reddat faciliorem captu; atque idcirco monet etiam illud in fine, gravitatem non esse vim quandam, quæ motum realem habeat, & e centro virium velut excussa egrediatur, sed cum pertineat quoddammodo ad illud centrum, quod respicit, & pertingat ad majores distantias, utut ingentes, habeat itidem eandem legem decrementorum respondentem reciproce quadratis distantiæ. Demonstrationem pro distantiis nostrorum corporum, & Lunæ a centro Terræ desumit a curvatura orbis lunaris comparata cum nostrorum gravium descensu, uti supra vidimus.

1 Gravitatem decrescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum huc usque deprehenderat Noster cum Nevvtono in binis tantummodo distantiis ab unico centro, nimirum in nostris gravibus, & Luna gravitantibus in Terræ centrū; nunc progreditur ad confirmandam legem eandem multo ampliore inductione, petita nimirum a Planetis. Sunt autem Planetæ, qui dicuntur Primarii, qui quidem gyrant circa Solem. Deinde sunt alii, qui dicuntur Secundarii, qui nimirum gyrant circa quosdam e primariis

pro-

Certius ut possimus, opus conscendere & ultra est;
Nam quoniam circa Solem vaga multa feruntur
Astra, feruntur item vario cingentia gyro
Astrum errans aliquod, proin quæ dixere Secunda,
Et flectunt quandam vim propter continuatam
Continuò cursus, nobis vidisse necesse est,
Primùm vis ea quo nitatur, deinde locorum
Pro spatiis, quali vel crescat, vel minuatur
Ordine; sed paulum nobis ante omnia motus
Astrorum varii, facies lustrandaque Cæli
Omnis, ut est magno demum detecta labore,
Ante tuos quam tu Cæli trans nubila cursus
Conciperes, Newtone, adiens procul avia Mundi:
Hoc tibi sæcula iter servando multa parabant.
Principio [1] immani numero lucentia magna

Cor-

Proponit autem hic determinandum centrum illud, in quod gravitant, & legem gravitatis pro diversis distantiis, quæ demum obvenit illa ipsa reciproca duplicata distantiarum.

Verũ ut id præstare possit, præmittit brevem notitiam motuũ, qui ante Nevvtonum ipsum deprehensi fuerant in cælestibus his corporibus, & leges quasdam, quæ ipsi Nevvtono fuerant quædam veluti basis ad totam admirabilem illam mechanicæ cælestis molem educendam: nos in supplementis ea, quæ huc pertinent, quanto contractius fieri possit, sed accurate simul exposita producemus. Interea hic attingemus ea, quæ Noster persequitur eodem ordine, quo ab ipso proponuntur.

1 Primo quidem agit de stellis fixis, ac de iis innuit ea omnia, quæ vulgo sunt cognita: eas esse corpora lucentia, nimirum lumen per sese emittere: esse numero immani, & quidem quocumque telescopia dirigimus, ingentem earum congeriem cernimus, potissimum ubi est via lactea, & quo ampliora telescopia sunt, eo plures cernuntur, ultra omnem definitum numerum: esse ex eodem genere, ex quo est Sol; nam idcirco ita tenue ad nos lumen emittunt, & instar puncti apparent, quia remotissimæ sunt: easdem esse dispersas per immensa Cæli spatia ad maximas a nobis, & a se invicem distantias: non quidem infixas alicui solido lacunari, ut multi e Veteribus crediderunt, sed *velut* infixas, quæ nimirum infixæ videantur idcirco, quod positionem mutuam ad se invicem servant. Servant autem ad sensum; nam habent quatuor apparentes motus, motum diurnum, motum præcessionis æquinoctiorum, nutationem axis, & aberrationem luminis; quorum primi tres positionem earum mutuam non mutant, quartus mutat quidem, sed paucis admodum secundis. Multo autem adhuc minores sunt motus quidam veri Fixarum, quos habent saltem earum aliquæ, qui vix per longissima telescopia deprehenduntur.

Solem appellat parentem lucis, & vitæ, hic nimirum apud nos in toto hoc solari systemate, in quo sine Sole, & nox haberetur perpetua, & torpor, ac durissimum gelu sine ullo motu, qui ad vitam in primis requiritur. Singulæ autem Fixæ idem officium suis systematibus præstant.

Corpora, uti Sol est, per vasti concava Cæli
Immensis dispersa locis, nimiumque remotis
Stant circum velut infixa, atque immota vicissim.
De genere hoc igitur Sol est quoque, quem loca terris
Non adeo disjuncta, illis longe omnibus astris
Majorem ostentant, lucis, vitæque parentem
Scilicet [1]: hunc obeunt vario famulantia motu
Terna bis astra, Deum præclarum nomen adepta,
Discurruntque vago cursu in regionibus amplis,
Mercuriusque, Venusque vagantur, Vestaque Tellus,
Et Mars, & major patre Juppiter, & pater ipse
Saturnus; media fulgens Sol regnat in aula.
Diversis spatiis diverso tempore volvunt
Illi se, & vario transmittunt æthera cursu.
Queis [2] quatuor distat spatiis Cyllenius, illis
Septenis a Sole Venus, sed Terra recedit
Bis quinis, aliis quinis Mars insuper; ipse
Editus at quanto est plus Juppiter? huic duo magni
Nempe queas spatia, & decies dare quinque recessùs.
Quanto & plus illo Saturni altissimus orbis?
Inter utrumque quater denis loca tractibus æques.
At Maja genitus menses tres conficit uno
Circuitu, octonos Paphium contundit & astrum.
Annuus ingentem est Telluris gyrus in orbem;
Volvitur & gemino circum Mars igneus anno.

1 Transit ad Planetas, sive errantes stellas. Hos affirmat esse quosdam Solis velut satellites, *famulantia* sidera; qui motibus ferantur variis, nam licet leges habeant quasdam motuum generales, tamen alii in aliis orbibus, & cum aliis velocitatibus feruntur. Sunt autem sex, ut exprimit illud *bis terna*, & adepta sunt *præclara* apud Veteres nomina, Deorum nimirum. Eosdem nominat eodem ordine, quo a Sole distant, incipiendo a proximo: sunt nimirum Mercurius, Venus, Terra, quam Veteres dixerunt Vestam, Mars, Jupiter, Saturnus.

2 Subjicit & distantias, & tempora, quibus suas singuli periodos circa Solem absolvunt, quæ exprimit numeris, ut ajunt rotundis, sed tamen vero proximis, divisa nimirum distantia mediocri Mercurii a Sole in partes quatuor, earum partium distantiæ eodem ordine sunt 4, 7, 10, 15, 52, 95. Reliquæ satis dilucide exprimuntur; postremam exhibet addendo penultimæ spatia 40, quo pacto fiunt 92, distantia nimirum fit satis proxima veræ 95. Tempora periodica adhibet mensium 3, mensium 8, anni unius, annorum duorum, 12, & 30. Numeros multo adhuc accuratiores tam pro distantiis, quam pro periodicis temporibus inveniet, qui velit, in supplementis.

Ad duo lustra duas hiemes, Solisque calores
Æstivi totidem si jungis, tanta obeuntis
Tempora erunt Jovis; it Cælo tardissimus alto
Ipse suum Genitor per iter sex lustra moratus.
Luna [1] obit ut Terram longe minor, & comitatur,
Quo se cumque ferat, Dominam; sic quattuor ipsum
Alte ambire Jovem Lunas, sic quinque videmus
Saturnum, varia se mobilitate ferentes,
Et spatiis omnes, & tempore; prætereaque
Annulus hunc late circumdat magnus ab omni
Parte in se nitens tantùm, atque avulsus ab ipso
Undique Saturno; subtilis frons latet, at quæ
Sunt latera hinc illinc, & plana, & lata patescunt.
Sæpe [2] videntur item Cælo nova lumina ferri
Stellarum caudas ducentum, aut crine micantum.

Qui

1 Facit hic gradum ad Secundarios Planetas. Ut Luna multo minor circa Terram convertitur in orbe suo, & interea comitatur Terram ipsam delatam circa Solem, ita & quatuor Lunæ circa Jovem, quinque circa Saturnum convertuntur temporibus itidem, & orbibus diversis. Hos eorum satellites appellant, & illos quidem, ubi Galileus deprehendit primo, Mediceas stellas appellavit. Præterea circa Saturnum habetur anulus latus, sed tenuis, qui ab ipso circum undique disjunctus est; eum dicit sibi ipsi quodammodo inniti, quemadmodum nimirum & pons quidam circularis, qui totam obiret Terram, si bene esset æquilibratus, nullis indigeret pilis, quibus inniteretur.

Ea autem est multorum de anulo Saturni sententia; sed sunt itidem, qui censeant, congeriem esse quandam ingentem minorum, & sibi proximorum satellitum, quorum series, intervallis sensum effugientibus continua videatur.

2 Post Planetas commemorat Cometas. Cometarum tria sunt genera: alii sunt criniti, alii barbati, alii caudati. Criniti, ubi quædam veluti nebula, quæ caput, seu nucleum comitatur, circa ipsum undique in gyrum diffunditur; barbati eum eadem in longum protenditur, & nucleum præcedit motu proprio; caudati, cum in longum itidem protensa sequitur nucleum ipsum. Sed barbam etiam caudæ nomine vulgo appellant, & idcirco Noster crines, & caudam tantummodo nominat. Vocat autem *nova lumina*, quia post longa annorum intervalla ita ex improviso veniunt sub aspectum, ut habeantur pro novis.

Porro nondum anni centum effluxerunt, ex quo inventæ sunt Cometarum orbitæ, & leges, quas in iis servant, ac determinamus eam partem orbitæ, quam trajiciunt, dum nobis conspicui sunt, & loca, quæ ad data quævis tempora in iis occupare debent, calculo definimus. Bene autem post illud *quas trajicit astrum* addidit *conspicuum*; nam Cometarum orbitæ sunt quædam Ellipses ita oblongæ, ut earum arcus proximi Soli existenti in altero foco, & idcirco propiores etiam nobis, in quibus nimirum conspicui

sunt,

Qui motus, quæ forma viæ, legesque meandi
Iis sint, patuit demum post sæcula longa:
Cœpimus his aliquam jam certam condere legem,
Orbis & immanis partes, quas trajicit astrum
Conspicuum, numeris supponere, mensurisque,
Prosequimurque diu fugiens, & prendimus alte
Abductum, & spatiis longe deducimus amplis.
Ne [1] tamen hæc obducta prius latuisse tenebris
Mireris; motus, liceat quoque scire, vagantum
Stellarum, atque orbes ignotos ante fuisse,
Quanquam conspicuæ servantibus usque paterent.
Indignum Cælo, & cælestibus esse putatum est
Nempe vias varie curvarier, atque meari
Impetibus variis; proin & debere vagantis
Æquales astri motus, orbesque videri;

sunt, haberi possint pro parabolicis, & ex hac suppositione computantur, ignota reliqui arcus forma, & longitudine, quod Halleyus præstitit in Cometis 24, quotquot accurate usque ad illius tempora observati fuerant; nuper autem Caillius posteriorum omnium supplementum exhibuit in suis Astronomicis lectionibus. Porro etiam ubi ad satis ingentes abierunt distantias ultra omnes etiam Planetas, vel ex satis ingentibus redeunt, sæpe adhuc Cometam prospicimus, quod ipsum Noster innuit per illud *prendimus alte abductum, & spatiis longe deducimus amplis*.

1 Jam exponit, cur diu & Cometarum motus, & tota vera Cæli facies latuerit, ac plures proponit causas, inter quas, quæ de Telluris motu dicuntur, omnia intelligenda sunt juxta id, quod diximus in suppl. lib. 1. §. 13, ubi de vi inertiæ egimus, & ostendimus, in quo sensu accipi debeant quæcumque in hoc opere de motu Terræ dicuntur, accipiendo ea de motu respectivo respectu totius mundani systematis nobis conspicui, qui motus componi possit cum absoluta quiete, illæsis omnibus Recentiorum causis, & theoriis, per solam inertiæ vim respectivam, sed cum inter motus nobis cognitos ii minime omnium respectivi sint, dicuntur hic absolute motus, & vero etiam motus absoluti.

Prima autem causa, quam hic profert, est, quod censuerint Veteres omnem inæqualitatem & orbitæ, & celeritatis esse indignam cælestibus corporibus, adeoque iis deberi motum & circularem, & æquabilem. Possent sane, qui etiamnum finales causas Philosophi adhibent ad problematum solutionem, & inventionem causarum, vel ex hoc uno documento discere, quam fallax ea sit via. Ad contemplationem, & interpretationem quandam Naturæ post inventionem, est sane idonea ea philosophandi ratio, ad investigationem ineptissima, vel ob ipsam nostrarum mentium angustiam, & hebetudinem, quas nimirum latent innumerabilia finium aptissimorum genera, quæ sibi posset Auctor Naturæ proponere.

Secunda erat persuasio de eo, quod

Quin etiam immotam Tellurem, cunctaque contra
Sidera converti, Solemque ascendere currum
Propterea, & circum Vestæ inservire vagantem.
At quia erant rerum tunc absona cuncta, nec ullas
Idcirco quibant certas agnoscere leges,
Ut tunc esset opus, numerorumque ordine clausas;
Sollicitata aliis ratio ne motibus esset
Illa, nec incolumes non orbes, assimilesque
Usque sibi motus, media horum de regione
Deducta est paulum Tellus: num proinde peracta
Omnia? non Cælum discors rationibus istis
Tum quoque erat? Structi jam protinus orbibus orbes
Magnis exigui, terga ut devexa voluti
Hi super illorum, secum unà hærentia summo
Margine deferrent errantia scilicet astra,
Per Terræ ut convexa extantem fert rota clavum.
Quanquam [1] olim at melius multis statione movere

Vi-

Terra immota esset centrum omnium ejusmodi circularium motuum, quos haberent Planetæ circa ipsam.

Cum autem ex iis positionibus nullo pacto computari possent cælestium corporum motus, & observationes a locis per eas hypotheses computatis penitus dissentirent, alias hypotheses quæsierunt Astronomi, quæ motum & æquabilem, & circularem quodammodo circa Terram cum phœnomenis conciliarent. Harum rationum proponit duas, nimirum eccentricos circulos, & epicyclos. Eccentrici dicti sunt ii, quorum centrum non congrueret cum centro Terræ: epicycli autem ii, qui haberent centrum in circumferentia alterius circuli ita, ut epicycli quidem centrum semper esset in peripheria circuli concentrici, & per ipsam moveretur; astrum autem interea converteretur in circumferentia epicycli. Porro facile patet ejusmodi motu describi quoddam cycloidum genus, sive esse ex eodem genere motuum, ex quo est motus clavi rotæ progredientis per æqualem superficiem Terræ, nimirum per circumferentiam circuli Terræ maximi. Nam centrum quidem rotæ describit itidem circulum circa centrum Terræ, & interea clavus describit circumferentiam ipsius rotæ.

1 Cum nec epicycli eccentricis superinducti satis essent; alii Telluri attribuerunt motum quiescente Sole, in qua sententia fuerat olim Pythagoras, & Aristarchus, uterque Samius. Verum hæc deinde sententia exoleverat, ubi illud eleganter a Nostro dictum *scilicet obliti sese sunt ire per altum Æthera Mortales cum Terra corpore magno*. Ejusmodi sententiam exsuscitavit Copernicus natione Sarmata, summus sanè Astronomus, qui circa immotum Solem Planetas, & Tellurem in eccentricis circulis traduxit; Dum Tycho Cimber, qui Uranoburgi speculam illam celeberrimam extruxit, aliud systema cuderet Terræ quiescentis, & Planetarum describentium circa Solem eccentricos suos circulos translaros deinde cum ipso Sole circa Terram.

Visum sit Terram, atque immotum figere Solem:
Post facile effluxit, Samio Sene condita Cæli
Quæ fuerit facies, atque astris reddita jura;
Scilicet obliti sese sunt ire per altum
Æthera Mortales cum Terræ corpore magno;
Id quoniam sensus vulgo non afficit ullos;
Donec & e Veterum monumentis protulit oras
Hanc rursum in superas, Cæli & rationibus artem
Aere Sarmatico quanquam nutritus, & illa
Fruge Vir indigena, mediis tamen esset Athenis
Qui decori; circa immotum sex corpora magna
Convertens illo, quo diximus, ordine Solem;
Dum Cimber, tibi qui semotam condidit Urbem
Uranie a vulgo, non inter versa locaret
Corpora Tellurem, sed sola ea quinque juberet
Phœbi ambire ignes, & tanto cum comitatu
Phœbum ipsum Auctorem lucis, rerumque parentem
Impete præcipiti Terram lustrare manentem.
Hæ [1] tamen illustres animæ, sacrandaque Cælo
Nomina, non æquos cursus, orbesque movendos
Viderunt Cælo, neque parte hac quærere, clauda

1 Post eas sententias, quæ jam exoleverunt, demum devenit ad eam, quæ adhuc viget, & vigebit, donec instrumenta exacta, & Observatores extiterint. Keplerus nimirum, quem hic innuit, veros a Planetis descriptos orbes invenit, primo quidem conjectando, & positiones varias permutando, donec in veram inciderit theoriam, atque id ope Martis, cujus motus maxime inæquales omnem Astronomorum industriam eludebant, nec unquam cum calculis potuerant consentire, dum circulares adhibiti sunt orbes, utcumque variis hypothesibus, & correctionibus permutati.

Substituit autem circulis ovalem figuram, quam Ellipsim dicimus, & est una, e tribus conicis sectionibus; ac idcirco Noster *Claudos hac parte* Planetas appellat, qui inæquali motu in orbibus inæquali curvatura præditis ferantur.

Keplerum autem vocat *Legiferum Mundi*, alludens ad illas tres, quæ vulgo jam appellantur Keplerianæ leges, & quæ totius Newtonianæ Astronomiæ sunt quædam veluti basis, & fundamentum. Sunt autem hujusmodi: Planetas Primarios converti circa Solem in orbibus ellipticis ita, ut singularum Ellipsium focum alterum Sol occupet: Areas, quas verrit recta conjungens Planetam cum Sole, esse temporibus proportionales: Quadrata temporum periodicorum esse in diversis Planetis, ut cubos distantiarum mediarum. Has leges hic explicandas Noster suscipit. Eas & nos hic in adnotationibus exponemus, quantum sine Geometria licebit, ipsum secuti; sed omnia evadent magis dilucida iis, qui Geometriam callent in supplementis in hunc locum.

Astrane sint, subiit. Quis Cæli in sedibus almis
Conjicere id primus pavido tum pectore posset?
Protinus excepit tamen hanc audentior ætas,
Nam, tum qui latuit, dubitando est proditus error.
Sic etiam insidias hostiles Induperator,
Cum timuit, detexit, & evitavit; at idem
Securus sæpe improvisum illatus in hostem est.
Scilicet ætherii tibi Legifer inclite Mundi,
Dum dubitas, fraudemque times, nova jura per altum
Contigit invehere, & certissima figere Cælum.
Mars prius indomitus cunctorum restitit ausis;
Devincique repugnavit, nunc e latere hostem
Sponte suo recipit, captivus & omnia prodit.
 Namque animadversum tunc est, loca, quæ daret æquus,
Circum si per eum Mars se converteret, orbis,
Servatis distare locis, verisque, nec esse
Non alia omnino: nimirum tanta reperta
Hæc discrimina, uti manibusve, ullisve referri
Usibus haud possent oculorum, artique videndi.
Multos ille modos, ut nectere cuncta valeret,
Quæ superà fiunt, tentavit; denique solers
Non bene res aliis aptari posse supernas
Orbibus invenit, tantùm nisi habentibus ovi
Et speciem, & nomen, genus illud, quod libuit jam
Effigies secto de cono dicere primas.
 Quanquam [1] igitur multa effati nos ante viai
Illius de natura, cum terna per auras
Eductos conos in segmina divideremus;
Hic tamen est aliquid, singillatim addere quod nos,
Quippe opus est, debemus, uti pernoscere possis,
Quod doceo; quare mentem huc paulum ipse reflecte.
 Trames [2] hic in sese quoddam gerit utile longe

Mu-

1 De natura Ellipseos una cum reliquis binis coni sectionibus Parabola, & Hyperbola egit Noster superiore tomo libro 2, ubi & in adnotationibus, & in supplementis libri 2 §. 6 de iis multa diximus. Verum hic de Ellipsi agit iterum singillatim exponens ea tantummodo, quæ ad priores duas Kepleri leges intelligendas sunt necessaria.

2 Primo loco proponit proprietatem Ellipseos primariam, per quam ea curva facile delineatur in plano delineatione accurata ope filorum, qua & fabri murarii utuntur, & villarum, ac viridariorum cultores.

Nimirum Ellipsis habet lineam transversim ductam, omnium, quæ in-

Minus, per quod eum facili ratione queamus
Inflexo signare, super lato æquore, filo,
Subjicere & sensu verum, atque videre meantem.
Est via, quæ medium longissima trajicit orbem,
Quam proin transversum, & majorem dicimus axem,
Bina habet hinc illinc æque distantia puncta
A medio; punctis ex his educere rectos
Si libeat tractus ad punctum quodlibet unum,
Margine in extremo quod circum ubicumque locatur,
Hos geminos tractus simul axem æquare necesse est;
Tractuum & istorum proin esse æqualia quæque
Inter se paria, & spatio protendier æquo.
Hinc [1] quoque, queis labor est florentes addere villis
Hortos, circum & humo varias inducere formas,
Hanc sic inducunt sola per variata figuram.
Tam longum, quam longus item, voluere, sit axis,
Filum in acum patulam intrudunt, extremaque fili
Tum capita infigunt terræ distantia tractu
Inter sese aliquo majori, sive minori,
Ut latam minus esse velint hanc, plusve figuram.
Post ita circumfertur acus, sit ut usque trahentis
Vi distensa manùs pars ipsius utraque fili

intra ipsam duci possunt, longissimam, quæ idcirco totam ejusmodi ovalis figuræ longitudinem determinat, & dicitur axis transversus. Medium ejus axis punctum dicitur centrum Ellipseos: sunt autem bina puncta hinc, & inde a centro æque distantia in ipso axe prædita hujusmodi proprietate, ut si ab iis punctis ad quodvis punctum perimetri ducantur duæ rectæ lineæ, hæ simul sumptæ æquentur illi axi transverso; ut idcirco, si ab iisdem ad plura perimetri puncta ducantur rectæ lineæ, nimirum ad singula binæ, omnia binaria ejusmodi rectarum æquentur prorsus inter se. Ejusmodi puncta dicuntur foci Ellipseos ob rationem ponendam paullo inferius.

1 Hic jam exponit ipsam methodum usitatam delineandi Ellipsim deductam ex ea proprietate. Filum desumitur ejus longitudinis, cujus est axis, cujus caput alterum transmittunt per foramen aliquanto amplius acus cujuspiam *patulæ*, quo nimirum libere possit filum ipsum excurrere: tum bina capita defigunt in illo plano, in quo delineanda est Ellipsis, in distantia minore, vel majore a se invicem, prout Ellipsim volunt latiorem, pinguioremque, vel graciliorem, & tenuiorem; ac filo tenso per acum, circumducunt acum ipsam, ut filo excurrente, pars ejus altera minuatur tantum, quantum altera crescit, cujus acus acies foramini, & filo proxima *subtus* posita, nimirum applicata ad planum, quod in villis est humus, describit Ellipsim,

Continuo per acum proin transcurrentis, & illa
Quantùm increscentis, tantùm hac de parte minuti.
Sic per humum circum species signabitur ovi
(Subtus acùs acies signabit), scilicet illa,
Quam libuit secto de cono dicere primam.
Sed capita hæc fili si non disjuncta fuissent
A sese, sed fixa simul, vertisset in orbem
Sese acus æqualem prorsum, & signasset eundem.
Ergo inter sese quanto magis illa recedent,
Hoc orbis magis æquali distabit ab orbe,
Atque ea forma magis gracilis, compressaque fiet.
Quod si concipias unum evanescere demum
Extremum, velut in spatia infinita remotum;
Nascetur coni species tunc altera secti:
Tertia proveniet, si, postquam evanuit illud,
Post infinitos percursos denique tractus,
Parte ex opposita claras reddatur in oras.
Illæ igitur quoque tres formæ hæc discrimina habebunt,
Ut, genus hoc, duo puncta gerat, quæ tertia forma est,
Partibus oppositis tamen, unum ut nempe receptet
Intra se, teneatque sinu, sit id alterum at extra,
Nimirum oppositi conclusum limite rami:

At

psim, cujus bina illa puncta sint foci; nam binæ rectæ ab iis ductæ ad quodvis punctum perimetri ab acu delineatæ æquantur longitudini fili, adeoque constantis magnitudinis sunt. Facile autem patet & illud, maximam longitudinem figuræ evadere, ubi acus jacet in directum cum focis hinc, vel inde, & quoniam filum eo casu procurrens ultra focum alterum applicatur ad se ipsum, duplicaturque, atque id ipsum æque a parte utralibet, debere totam ejusmodi longitudinem, sive axem, æquari longitudini ipsius fili.

Si bina capita fili coeant, patet, haberi circulum, in quem nimirum abit Ellipsis, ubi foci coeant inter se, & proinde etiam cum centro, qui foci, quo magis distant a se invicem, eo magis tenuem, adeoque magis a circulari forma distantem Ellipsim exhibent, atque ipsa demum in rectam lineam abit, ubi ipsi foci tantum distent inter se, quanta est longitudo totius fili, quod proinde in ipsa capitum defixione maneat distentum.

Innuit autem & transformationem quandam sectionum conicarum in se invicem, quæ Geometriam sublimiorem callentibus est notissima, cum nimirum si concipiatur, alterum Ellipseos focum abire in infinitum, Ellipsis, quam lib. 2 versu 1121 appellavit primam coni sectionem, abeat in Parabolam, quam appellavit secundam, qui focus si, posteaquam in infinito veluti demersus quodammodo evanuit, per ipsum infinitum

quo-

At coni species proscissi, aut forma secunda
Tantùm unum interius recipit cava; denique, primum
Quod genus, in cono simulantes ova figuræ,
Circumsepta tenent intra sese utraque puncta.
Percipe [1] nunc aliud munus, quod nomina punctis
Certa dabit, pulchrumque, & multis utile rebus:
Ex illis si nempe vias ad quodlibet unum
Marginis inflexi punctum deducere rectas
Instituas, utramque ejusdem ad marginis arcum
Æquo inclinari flexu cognoscere possis.
Inde fit, ut speculi si frons hanc nempe cavetur
Prorsus in effigiem; genus hoc, & perstet in uno
Per cunctas vibrans sua partes lumina puncto
Aurea lampas; in objectam radiantia frontem
Spicula quæ circum veniunt, exinde remitti
Omnia cum sit opus, flexuque remissa redire,
Quo venere, pari candente a fronte; fit, inquam,
Altero ut in puncto coeant, in eoque coacti
Corpora comburant ignis vi, conficiantque;
Proin ea puncta a re nomen sortita focorum.
His [2] tibi subjunctis, est illius arte repertum,
Ponere qui Cælo proin visus jura, focorum

Sem-

quodammodo traductus ad partem oppositam abeat; oriuntur bini rami Hyperbolæ, tertiæ nimirum sectionis coni, in cujus altero ramo utrovis sit alter focus, altero existente extra ipsum in ramo opposito; atque idcirco hoc etiam fit discrimen inter tres conicas sectiones, ut Hyperbola habeat duos focos, sed alterum intra alterum ramum, altero posito extra ipsum, Parabola unicum, Ellipsis binos, & utrumque intra se.

Hæc itidem uberius exponemus in supplementis, ubi innuemus aliquid etiam de geometrica continuitate in transitu per infinitum, & ipsius Geometriæ mysteriis quibusdam in ipsa continuitate servanda.

1 Hic aliam focorum Ellipseos proprietatem exponit, quæ ipsis & nomen dedit. Nimirum binæ illæ rectæ a focis ductæ, ad quodvis punctum perimetri inclinantur ambæ ad ipsam perimetrum in angulis æqualibus hinc, & inde. Quamobrem cum radius luminis, ubi reflectitur, semper in regressu faciat angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, si in altero foco ellipticæ figuræ levigatæ ita, ut regularem pariat luminis reflexionem, constituatur punctum radians, ut candelæ flammula, omnes radii in ipsam ellipticam perimetrum incidentes debent post reflexionem dirigi ad focum alterum, ibique colligi in unum, & ignem etiam excitare, si lumen applicatum ad focum alterum sit satis vividum.

2 Præmissa focorum notione, jam

Semper in alterutro Solem constare, sua que
Errabunda vias circum astra, ut diximus, orbis
Haud æqui facere; haud æquo proin impete ferri,
Sed citius, cum sunt orbis propiore locata
Parte, meare; magis cum contra a Sole recedunt,
Serius, hanc semper motùs servantia legem;
Nempe ut clausa arcu, quem signet tempore corpus
Quolibet, & rectis quoque clausa, a limite utroque
Arcùs ad Solem medium quos tendere fingas,
Tramitibus, constet par area quælibet areæ
Arcu alio clausæ, per quem æquo tempore corpus
Procurrat, rectisque itidem quoque ductibus; illis
Denique temporibus semper respondeat omnis
Area, queis agitur corpus quoscumque per arcus,
Prodeat ut duplex a duplice, ternaque terno,
Cumque illo ratione pari paria augmina sumat.
Hinc [1] patuit, cur Mars aliis magis avius erret,

(Ex-

jam hic progreditur ad explicandam primam e tribus illis Keplerianis legibus, quas proposuimus in nota ad versum 449, & cum ea conjungit secundam.

Prima igitur est; Solem esse in altero e binis focis cujusvis Ellipseos pertinentis ad Planetam quemvis describentem circa ipsum ejus generis curvam.

Secunda autem lex arearum tempori proportionalium in eo sita est, quod per ejusmodi Ellipsim non ferantur Planetæ motu æquabili, sed ubi magis a Sole distant, retardato, ubi minus, accelerato, atque id ita, ut area sectoris, ut vocant, elliptici sit semper æqualis æqualibus temporibus.

Hanc æqualitatem arearum tempori proportionalium exposuimus etiam tomo 1 l. 1 ad v.1709. Concipiatur arcus Ellipseos descriptus aliquo tempore dato, a cujus extremis punctis ducantur binæ rectæ lineæ ad Solem in foco positum: iis rectis, & illo arcu curvo terminabitur figura quædam, quæ dicitur sector: area sectorum ejusmodi contenta iis lineis, ac extensa in longum, & latum, si sectores pertineant ad arcus descriptos æqualibus temporibus, erit semper magnitudinis ejusdem, amplitudine majore anguli in foco, & celeritate in arcu, compensante minorem in minoribus distantiis productionem ipsius sectoris. Ejusmodi aream quodammodo veluti verrit recta conjungens Solem, & Planetam, quam nimirum motu continuo percurrit, & perradit. Æqualitas autem æqualibus temporibus respondens trahit secum proportionalitatem pro inæqualibus utcumque; nam ex æqualitate facile deducitur, fore duplam aream duplo tempore, triplam triplo, & ita porro.

1 Martis orbita omnium maxime recedit a forma circulari dempta unica Mercurii orbita, quem raro admodum observare licet. Quare in ipso Marte facilius potuit Keplerus primas suas leges invenire,

quam

(Excipe Mercurium, nobis quem cernere raro est)
Ejus nempe foci multum inter mutua sese
Distant, & gracilis via, longaque ducitur alte,
Proin & ab æquali multum diversa meatu.
Ast aliis minus est, genus hoc, discrimen in astris,
Sed varium tamen, ut varie duo puncta focorum
Inter se sita sunt; vaga pergunt astra per orbes
Proin varios, magis hæc æquis contermina gyris,
Illa minus, quædam ut ferri videantur in æquos.
En [1] geminæ Cæli leges; prior illa profecto est,
Orbis nempe via haud æqui; porro altera surgit,
Undique temporibus respondens area lapsis.
Præterea conferre astrorum mobilitates
Si libeat, toto quas gyri a tempore pronum est
Eruere, & spatiis medio de Sole petitis,
Lex alia inventa est; sed quæ mihi, forsitan ulla
Quam res, difficilis magis est, scrupulosaque dictu,
Exque plicatu; etenim vix nomina suppeditantur
Carmen ad ingenuum; nam barbara verba perosæ
Nil nisi more suo comptum, ornatumque Camœnæ
Suscipiunt, tolluntque loca ad sublimia Pindi,
Et sibi res, non se rebus submittere tentant.
Non socias artes adsciscunt, excipiuntque
Hospitio, veteri Persarum more, suo ni
Indutas habitu, notoque colore nitentes,

Et

quam in ullo alio Planeta. Ejus enim observationes habebat plurimas, quæ cum hypothesi circulari, & motu æquabili nullo pacto conciliari poterant, cum nimirum, quo magis a circulari forma disceditur, eo majus habeatur distantiarum discrimen, adeoque eo major motuum etiam observatorum inæqualitas, & eo majus discrimen ab inæqualitate illa, quam Eccentrici, & Epicycli, & aliæ hypotheses quæcumque circulo innixæ requirunt.

1 Concludit hic binas exprimens, quas exposuimus, priores Kepleri leges. Ad tertiam transiturus, monet Lectorem suum de difficultate summa, quam experitur in ea exponenda ob vocabulorum inopiam apud Veteres. Et quidem jure omnino affirmat, non licere in Poesi etiam barbaras admiscere voces, utut jam receptas in scholis, cum nimirum Musæ summum leporem, & venustatem requirant ab ipsa vocabulorum proprietate petitam. Utique si Noster etiam censuisset, licere sibi illa adhibere: *Quod si quadrata cubaveris, cumque Copernicio systemate*, & alia ejusmodi, quæ occurrunt in posthumo opere celeberrimi Poetæ nostri ævi, multum ille quidem laboris declinasset, sed tantundem simul, immo etiam multo magis, de sui venustate poematis detraxisset.

Et non externa, & peregrina voce sonantes.
Virgineas pedibus soleas aptare necesse est
Quantumvis nimium per dura, per aspera ituris;
Assuevi tamen, & sum plurima doctus ab usu.
Quæque [1] suis hæc temporibus distantia confert
Lex loca; nam si tu numeros, qui tempora signant,
Queis duo se totum vaga vertunt astra per orbem,
Si numeros sumas itidem, interjecta notando
Sic spatia amborum, medio queis Sole recedunt,
Illorum & repetas semel in se quemlibet, addens
Se toties sibi nempe, quot extat partibus unis
Compositum: at repetas in se bis quemlibet horum,
Se sibi cum toties, quot constat partibus unis,
Scilicet addideris, toties, quod prodiit inde,
Rursum addens; ita formatos ratione videbis
Respondere pari primos, qua deinde secundos
Inter se numeros, atque ordine stare vicissim
Seu duplo pariter, seu triplo, dimidiove,
Aut quocumque alio magno, parvove, sed æquo.

Sic

1 Lex tertia hic exponenda est hujusmodi: in diversorum Planetarum orbitis sunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi distantiarum mediarum. Medias hic quidem Noster non exprimit; sed eas adhibendas esse monet paullo inferius. Ad eam legem explicandam exponendum est, quid sint tempora periodica, quid distantiæ mediæ, quid illarum cubi, quid harum quadrata, quid sit illos esse, ut hæc.

Tempora periodica sunt ea, quibus integræ periodi absolvuntur. Sic tempus periodicum Terræ est unus annus. Distantiæ mediæ sunt eæ, quæ inter maximas, & minimas mediæ sunt: æquatur autem distantia media dimidio axi illi transverso Ellipseos. Quadratum numeri habetur, cum is toties sumitur sibi ipsi additus, quot unitatibus ipse constat, sive, quod idem sonat, cum multiplicatur per se ipsum; cubus autem est, cum ipsum quadratum numeri multiplicatur per ipsum illum eundem numerum. Sic cum decies decem sit centum, & decies 100 sit mille; centum est quadratum decem, & mille est ejus cubus. Esse autem duos numeros, ut sunt alii duo, significat ita illorum priorem continere posteriorem, vel contineri ab ipso, ut horum prior contineat horum posteriorem, vel ab ipso continetur. Hæc omnia etiam in primo tomo sunt abunde explicata.

Patet jam igitur sensus tertiæ legis; quem hic Noster satis dilucide expressit. Capiantur duo numeri exprimentes duo tempora periodica, & alii duo exprimentes distantias medias a Sole duorum Planetarum: fiant illorum quadrata, & horum cubi, & uti se illa quadrata continebunt, ita itidem continebunt se & hi cubi.

Sic [1] poſcit quia Mars, ut ſe circumferat, octo
Tempora, Mercurius quorum uno volvitur ales,
Jn ſeſe numerum ſemel iſtum poſt repetitum
Protinus inſilies ad quattuor, & decies ſex.
Quattuor at porro plus, quam ipſe Caducifer, extet
Cum prope Mars ſpatiis erectus, quattuor in ſe
Fac ſemel ut repetas, ut fiant ſexque, decemque;
Tum ſibi deinde quater conjungens ſexque, decemque,
Quattuor, & decies ſex agglomerabis in unam
Componens ſummam, ut nuper, quater ipſe quaternus
Quo numerus toties ſibi junctus ſurgat, oportet.
Quapropter numerus manet idem hac parte, vel illa;
Proin utroſque modus ſimilis, quos diximus, inter
Eſt numeros, ratioque una, & par mutuus ordo.
Attamen [2] ut poſſint peragi bene cuncta, caveto,
Ne ſpatia hìc capias tu quælibet unius aſtri
Errantis, non æqua ſibi ſunt omnia circum:
Utere ſed mediis tantùm, inter maxima quæ ſunt
E cunctis, interque breviſſima; dimidiatis
Ipſa æquantur enim tranſverſis axibus apta
Illarum, peragunt circum quas aſtra, viarum.
Jam [3] tribus his, quas nunc doceo, tibi ſena teneri
Legi-

1 Illuſtrat legem exemplo petito a Marte, & Mercurio. Martis tempus periodicum eſt proxime octuplo majus tempore periodico Mercurii, cum illud ſit proxime annorum duorum, hoc menſium trium: diſtantia vero media Martis a Sole eſt circiter quadruplo major, quam diſtantia media Mercurii. Exprimi igitur poſſunt tempora per 8, & 1, diſtantiæ per 4, & 1. Illorum quadrata ſunt 64, & 1, horum cubi itidem 64, & 1, nam octies octo ſunt 64, & quater quatuor ſunt 16, tum quater 16 itidem 64. Igitur & temporis primi quadratum quadratum ſecundi, & cubus diſtantiæ prioris cubum poſterioris æque continet, nimirum vicibus 64, in quo ſtat, quod quadrata temporum ſint, ut cubi diſtantiarum mediarum.

Porro hic omnino illud diligenter notandum eſt, quam dilucide, & tamen eleganter, ac latine ſimul expreſſerit Noſter multiplicationes illas, quæ ad efformandum quadratum, ac cubum requiruntur.

2 Hic monet aſſumi debere diſtantias non quaſcunque, ſed medias; quod nos quidem paullo ſuperius expoſuimus.

3 Jam vero has leges, quas Keplerus in primariis Planetis deprehendit, monet Noſter, ſervari itidem a Satellitibus Jovis, & Saturni, qui quidem poſtea inventi ſunt per teleſcopia; ſed tertiam potiſſimum; nam priores duæ ſatis accuratè ibi obſervari non poſſunt, ob ingentem diſtantiam a nobis orbium, qui cum appareant perquam exigui, eorum diſcrimen a circulis, & ſo-

Legibus astra, nec unquam illis exsolvere sese
Servatum est; quin & simul ipsa secunda cieri
His itidem, Comites Saturni his ire, Jovisque.
Tertia præsertim hic mage lex deprensa vigere est;
Namque duæ vix comparent, illa omnia gyros
Cum circum tenues invertant, tamque remotos
A nostris oculis, ut & inter puncta focorum
Vanescat spatium, & volvi videantur in æquis
Orbibus, exempto prorsus discrimine motûs.
Lunai [1] pariter via se convolvit in ovi
Effigiem, Tellusque focum media occupat unum.
Mille tamen vicibus subjecta est proxima Phœbe,
Instabiles motus ut nulla lege refrænet
In speciem. Fuit ante labor proin irritus omnis
Indocile hoc numeris vincire, & subjicere astrum,
Exibat facile, & frangebat vincula quævis;
Nam via circuitûs, ovum quæ visa referre est,
Nunc gracilis, nunc se pandit latissima contra
Perpetuo immutans media intervalla focorum;
Quod fieri nequeat sex in primoribus astris.

Sem-

& focorum distantia inter se vix potest sub sensus cadere, dum distantiarum integrarum, & temporum periodicorum ratio inter se multo facilius determinatur.

1 Ad Lunam hic iterum redit, quæ itidem ellipticum orbem habet Tellure in altero foco sita, sed inæqualitatibus plurimis est obnoxia, quæ quidem sub sensum cadunt ob ingentem viciniam, atque id ita, ut idcirco nullam Astronomi per solas observationes, & erroneas theorias suas inire potuerint rationem eas accurate definiendi. Earum inæqualitatum præcipuas hic Noster innuit: sunt autem hujusmodi: species Ellipseos mutatur ita, ut ea, jam, recedentibus a se invicem binis focis, contrahatur, jam, accedentibus, dilatetur, & ad circuli formam accedat magis; quod quidem in Planetis Primariis non accidit, quorum Ellipses ejusdem ad sensum speciei manent: axis transversus Ellipseos jam longior fit, jam brevior: idem etiam jam alias aspicit Cæli plagas, jam alias, directione mutata, quæ itidem in Primariis Planetis manet fere immobilis. Is motus dicitur motus Apogei, vel motus lineæ Apsidum; nam extrema puncta axis transversi appellantur Apsides, alterum quidem Apsis summa, & Apogeum in Luna, Aphelium in Planetis Primariis, alterum vero Apsis ima, & ibi quidem Perigeum, hic vero Perihelium: Planum orbitæ lunaris, quod in Planetis Primariis est ad sensum immobile, positionem suam mutat, ac ad diversas Cæli siderei partes obvertitur, tum quod ipsa ejus inclinatio ad planum orbitæ terrestris, sive Eclipticæ mutatur, tum etiam magis, quod positionem suam mutat

ipsa

Semper eis ſpeciem gyri retinentibus unam;
Axis item nunc eſt brevior tranſverſus, & idem
Longior, haſque plagas Cæli nunc reſpicit, atque
Nunc illas, ſervent cum ſex ea ſidera ſemper,
Ut fuit, axem, unaque fere in regione locatum:
Præterea, velut illorum, non conſtat in una
Semper planitie Lunæ orbita, nutat in oras
Sed Cæli varias, diverſaque ſidera ſpectat:
Et, qua planitiem Terræ ſecat ipſa meantis,
Vertitur hæc regio, & reperitur tempore longo
Semper in occaſum promotior; omnia demum
Semper, uti dico, varie mutantur ibidem.
Nil erat idcirco magnis conatibus ante
Deprenſum, niſi poſſe vias has forſitan omnes
Pendere a Terræ poſitu, Lunæque viciſſim
Ad Solem; patuere aditus ad cætera nulli.
Jam [1] quoque erat jungi Solis, Lunæque notatum,
Præcipue Lunæ cum motibus, æquoris æſtus:
Tum quoque conſpectum, patrio cum Juppiter aſtro
Eſſet jam propior, ſimul hunc in motibus ipſis

Tur.

ipſa illa, quam Aſtronomi appellant lineam *nodorum*, in qua planum orbitæ lunaris interſecat planum Eclipticæ, quæ *linea* poſt longiora temporum intervalla ſemper in occidentem regreditur contra ſignorum ordinem.

Porro hi motus ipſi omnes ſunt admodum inæquales ita, ut videantur nulla certa lege ea omnia jam augeri, jam minui, jam regredi, jam progredi, atque id ipſum per multas vices. Ac tanta eſt harum omnium viciſſitudinum varietas, ut nihil aliud poſſent Aſtronomi ſtabilire, niſi fortaſſe illud unum, pendere omnia a diverſa Terræ, & Lunæ poſitione ad Solem; quin liceret definire ſingillatim ea, quæ ad ejuſmodi nexum pertinerent.

1 Congerit hic alia multa, quæ ad Newtonianam Aſtronomiam Mechanicam ſternunt viam, & candem plurimum commendant, explicata nimirum per ipſam: maris æſtum, de quo illud tantummodo innotuerat in genere, ipſum pendere a Solis, & Lunæ ſitu: aberrationes Jovis, ac Saturni, & eorum ſatellitum, ubi ad ſe invicem accedunt magis, quas ad Veterum Mythologiam eleganter, ac venuſte Noſter hic refert: tabularum aſtronomicarum viciſſitudines, quæ poſteaquam per aliquod tempus utcumque ſatis accurate exhibuerant motus Planetarum, corrigendæ erant ſubinde, ac immutandæ: formam globoſam Planetarum detectam poſt detecta teleſcopia, & vertiginem circa proprium axem obſervatam in Sole, Marte, Venere, ac Jove, ſed in ipſo Jove, qui omnium celerrimè, nimirum horis minus quam decem convertitur circa proprium axem, figuram ad polos com-

Turbari, ſimul & Saturnum; forte Vetuſtas
Inter vivere eos odia illa antiqua putaſſet,
Imperiique avidos & adhuc contendere velle;
Nam comites utriuſque etiam turbantur, ut ipſi
Præſidio qui ſunt Regi, & defendere debent.
Ipſas præterea, queis Cæli condimus acta,
Tempore poſt longo fidas non eſſe tabellas;
Nam prius aſtrorum monſtraſſent certa vagantum
Cum loca, poſt ſenio lapſæ velut, immemoreſque
Monſtrantes eadem errabant; rurſuſque novare
Sæpe neceſſe fuit, Cæloque aptare recenti.
Adjice, cum primùm proſpectum vitra dederunt,
Et propius domus alta acceſſit, templaque Divum,
Parte rotundari ex omni palantia viſa
Sidera, more globi, circumque inflexa tumere;
Viſum itidem Solem, & Venerem, Martemque, Jovemque,
Haud ſecus ac Terram proprio ſuper axe revolvi,
Aſt illis, Terraque Jovem velocius; horis
Namque decem in ſe integrum circumplicat orbem;
Atque ipſum geminis compreſſum a partibus eſſe
Hinc illinc, medius qua ducitur axis utrinque, &
Surgere plus oris circum diſtantibus æque.
Denique non axem Terrai ſemper eaſdem
Reſpectare plagas Mundi, ſed tempore longo
(Parva etenim a ſæclis diſcrimina percipiuntur,
Accumulantur ubi, & coaleſcunt multa, remotis)
Paulatim poſitus mutarier illius; orbem
Nam ſinuat circum, nec jam ad loca prima revertit,
Biſcentum niſi poſt, decies & ſæcula ſena;
Propterea quæ verna, vel autumnalia puncta
Affigunt Cælo, regredi, & ſimul omnia ſigna
Exinde adverſo motu provecta videri,
Sed tardè, cum tot ſint gyro ſæcula in uno.

Hæc

compreſſam nonnihil: motum illum aſtrorum omnium, quem Aſtronomi appellant præceſſionem æquinoctiorum, quo motu aſtra omnia apparent promota in Orientem per circulos Eclipticæ parallelos ita lente, ut vix poſt 26 annorum millia unicam abſolvant periodum, qui quidem pendet a motu axis terreſtris regredientis e contrario in Occidentem.

Hæc [1] Cæli facies, hic magnis constitit ordo
Corporibus demum; at peragentes omnia causæ
Deerant, & diam jungentes cuncta per artem;
Tum verò patuere, ex quo post condita Cæli
Legifero sacra jura Viro, Vir lampade lucem
Major ab ætheria Terras deduxit ad imas.
Ergo age, protulerit quod Divum nectare pasta
Mens illa inventum Mortalibus, unde videmur
Omnia subjicere, & victum dare jura per Orbem,
Suavidico conor dum protinus edere versu,
Et Latiis, quantum fas est, vulgare Camœnis,
Da mihi te vacuum curis, rerumque, docebam
Quas supera, non immemorem, nimiumque sagaci,
Et volucri vi mentis in omnia pervadentem,
Tecum unà ut possim tam grandem evolvere summam.
Tertia [2] lex (si non inspectes acriter, atque
Si fingas motus astrorum, orbesque vagantum,
Quod licet hìc, æquos, nam sunt discrimina parva)
Protinus ostendet vires, quibus astra ferantur
Ad medium Solem, & pariter quibus astra Secunda
Non minus ad Solem contendant, ad sua quæque
Quam Prima, excurrunt quæ circa, seque revolvunt.
Nimirum vires, genus hoc, si corpore spectes
In gemino quovis, medium quod tendat ad unum,
Lex eadem ostendet decrescere, cum removentur,
Imminuique magis, quam sint spatia aucta, recedunt
Per quæ de medio, nimirum pro repetitis
In sese spatiis, ut diximus ante trahenti
In Terræ gravitate etiam, atque in luce profusa.

1 Expositis Kepleri legibus, & aliis Cæli phœnomenis addit, eorum omnium causas latuisse penitus humanum genus usque ad Newtonum, qui hanc Naturæ partem patefecit primus, ad cujus inventa præclara quidem, sed explicatu difficillima cum faciat gradum, jure attentum animum exigit. Exponemus hic ea omnia ipsum itidem secuti sine Geometria, sed eadem multo clariora fient in supplementis, ubi Geometriam in subsidium vocabimus.

2 Primo quidem affirmat illud, e tertia Kepleri lege, si Planetarum orbes habeantur pro circulis, a quibus parum admodum distant, derivari illud, Planetas omnes Primarios gravitare in Solem, & Secundarios in suos Primarios in ratione reciproca duplicata distantiarum, quam rationem superius explicavimus.

Quod [1] tibi possit ut hic aliquo clarescere pacto,
Ante cape hæc animo vera, interiusque reconde,
Quæ revoluta prius, supera collataque dictis,
Cum de compositis generatim viribus actum,
Corpora quæ retrahunt, & cogunt ire per arcus,
Tutemet agnosces, & certa fateberis esse:
Primum diversos si corpora tempore eodem
Conficiant orbes; vires, quibus ipsa trahuntur,
Quo mage de medio distant, mage crescere semper
Esse opus, haud alia, quam qua ratione locorum
Augentur spatia a medio distantia puncto:
At si deinde pares, vel eosdem corpora in orbes
Tempore procurrant non æquo, esse ordine verso
Vires, in sese est repetitum ut tempus utrinque.
Ergo ubi perspicuas rationes videris horum;
Aude, age, mecum animo gemina ad vaga sidera scande
Quævis, Mercurii velut, & Mavortis ad astrum;
Jamque aliud quoque finge astrum, quod Martis in orbem
Raptetur, non tam diuturno at tempore, sed quo
It Maja Genitus: Vis, qua foret istud in orbe
Inflexum, raptumque suo, magis exsuperaret
Tanto Mercurii vim, quanto majus ad ipsum
Solem illinc esset spatium, vi nempe quaterna;
Mars siquidem mage tanta per intervalla recessit.

At

1 Ut id ipsum demonstret, adhibet bina theoremata pertinentia ad ea, quæ exposuit lib. 1, ubi posteaquam egit de vi composita delapsus est ad motus curvilineos viribus quibuscumque factos, & ad motus curvilineos factos viribus ad idem centrum directis. Ea deducuntur ex generali theoremate, quod proposui in supplementis tomi 1. num. 264, uti patebit hic in supplementis in hæc loca. Sunt autem hujusmodi: si duo corpora describant binos circulos eodem tempore, vires, quibus urgentur in centrum, erunt, ut circulorum radii, sive ut distantiæ ab ipso centro: si autem in circulo eodem diversis temporibus ferantur, vires erunt reciprocè, ut quadrata temporum, sive eo minor erit vis, quo majus fuerit quadratum temporis.

Sint jam bina corpora, quæ moveantur circa idem centrum in diversis circulis diversis temporibus, ut Mars, & Mercurius, ita, ut quadrata temporum sint, ut cubi radiorum, seu distantiarum, & oporteat demonstrare, esse vires reciproce, ut quadrata distantiarum. Concipiatur tertium corpus, quod describat circulum eundem, quem describit primum, sed tempore alio, nimirum illo, quo suum circulum describit secundum corpus. Vires secundi, & tertii erunt dire-

ctè

At Martis vis est minor illa, quæ trahit astrum
Confictum, quanto minus in sese repetitum
Hujus erit tempus (quod idem quoque diximus esse
Mercurii tempus) repetito tempore Martis;
Nempe quater, sex & decies opus esse minorem est:
At toties minus est (quod jam lex tertia præfert)
Mercurii spatium repetitum protinus in se
Et semel, atque iterum Mavortis sic repetito
Ad medium Solem spatio; quater esse quaternis
Tractibus illius concretum ut noscere possis;
Atque iterum quater hoc spatium. Quapropter inesse
Quæ debet vis in rubicundo Marte locata,
Mercurii vi major ab una parte reperta est,
Ut simplex spatium est ad Solem majus ab illo,
Quam sit ab hoc astro (vis illa est nempe quaterna),
At minor ex alia parte est, spatia ut sua constant
Majora, in sese repetita bis; inde necesse est,
Ellisa opposita, vis tota in Marte supersit
Tanta, ut pro spatiis decrescat non repetitis
Ni semel in sese; nempe hæc quater ordine quarto
Depressa est præ vi, qua se Cyllenius infert.
Hac vaga item ratione queas discurrere in astra
Cætera, quas floret lex tertia cumque per oras,
Atque videre, quod hìc in Martis, Mercuriique
Viribus inter se collatis constat apertum.

ctè ut distantiæ a centro, ex theoremate primo, cum circulos illos describant æqualibus temporibus: vires tertii, & primi erunt reciprocè, ut cubi distantiarum, quia cum describant eundem circulum diversis temporibus, erunt per theorema secundum vires reciprocè, ut quadrata temporum, & quadrata ipsa temporum sunt ex hypothesi, ut cubi distantiarum. Quare comparando primum cum secundo, & componendo idcirco ejusmodi rationes, erunt eorum vires in ratione composita ex directa simplici, & reciproca triplicata distantiarum; adeoque erunt in ratione tantum duplicata reciproca distantiarum ipsarum.

Retinendo superiores Martis, ac Mercurii distantias, & tempora, erit vis novi Planetæ concepti quadruplo major vi Mercurii ob quadruplo majorem distantiam, & tempus idem: erit autem vis Martis 64 vicibus minor vi ejus Planetæ concepti, cum tam quadratum temporis Martis quadrato temporis Mercurii, & novi Planetæ, quam cubus distantiæ illius cubo distantiæ hujus sit major 64 vicibus. Quare vis Martis vi Mercurii erit minor 16 vicibus tantummodo, assumpta numeri 64 parte quarta dumtaxat; & eadem est methodus pro reliquis Planetis omnibus.

Assiduisne [1] vides igitur vaga viribus astra
Ad Solem medium urgeri, pariterque Secunda
Præterea ad sua Prima rapi, nec legibus isdem
Non agere has vires, gravitas quibus ipsa propinquam
Hic agit in Lunam, atque in cætera corpora circum,
Scilicet ut decrescat, & imminuatur eundo
Prò spatiorum, in se si tum repetantur, adauctu.
Ipsa [2] huc temporibus respondens area semper,
Ut docui, nos jam propius quoque duxit, ut astri
Esse videremus vires cujuslibet ejus
In medium Solem directas: namque ubi curvi
Corpore signantur circum properante meatus,
Sic ut quæque suis mutatis area semper
Æquè temporibus mutetur; corpora, quæ tum
Detorquent vires, punctum nituntur in illud,
Undique quo coit, & conjungitur area quæque.
Quin [3] etiam vires, quibus unum quodlibet astrum
Vertitur, in Solemque locis ex omnibus errans
Urgetur jam non illinc distantibus æque,
Si conferre velis, & noscere, num minuantur,
Qua dixi, ratione; hoc natura ipsa meatùs,
Quo properatur, erit, sinat ut deprendere curvi.
Hæc tamen haud facilis ratio, nec pervia cuique,
Sed cui volvendis ingentibus incita curis

Vis

1 Concludit hic demum vim omnium Planetarum Primariorum in Solem, & Secundariorum in suos Primarios sequi rationem reciprocam duplicatam distantiarum illam eandem, quam supra invenimus in gravitate Lunæ comparata cum gravitate nostrorum gravium in superficie Telluris collocatorum.

2 Progreditur adhuc, & a lege prima arearum, quæ ad Solem terminantur, proportionalium temporibus deducit singulos Planetas urgeri in Solem; cum nimirum lib. 1 a versu 1769 ostenderit corpus, quod cum ea arearum lege orbitam quampiam describat, urgeri vi quadam in ipsum centrum arearum ejusmodi.

3 Quod si quæratur ratio, in qua varientur ejusmodi vires, quarum directionem determinant illæ areæ temporibus proportionales; id, ait, definiri a natura orbitæ descriptæ, sed rem sine Geometria, & quidem sublimi admodum determinari, & & explicari omnino non posse, ac proinde rem esse Musis prorsus imperviam. Quamobrem se hic, affirmat, ejusmodi determinationem omittere, ubi sapienter admodum obsequitur celeberrimo illi Horatiano præcepto; *& quæ desperes tractata nitescere posse, relinquas*. Adhuc tamen pollicetur se indicaturum methodum illam, qua in ejusmodi perquisitione Newtonus est usus.

Vis animæ eſt, uſu & jamdudum exercita longo
Rerum in menſuris, quas noſtro in carmine non eſt
Dicere, tractatas non vocibus utpote noſtris,
Plus ubi cognoſci, quam dici denique poſſit:
Difficili proin abſiſtens procul ipſe labore
Longe iter oſtendam tamen, &, quam repperit, artem,
Naturæ Interpres, quo non ſolertior ullus.
Primò [1] infinitè diſtenſum tenuiter arcum
Siſte tibi ante oculos, illius nempe meatûs,
In quem inquirendum eſt; extremis ejus ab oris
Duc medium ad punctum, quo tendunt undique vires,
Rectos hinc illinc tractus; ſic area certa
Certo ut tempori item reſpondens clauſa ſit intus.
Ex uno libeat tunc arcûs limite parvi
Tangens ducere iter; tractum quoque ducere rectum
Ex alio tunc fine, viæ tangentis ad oras,
Qui diſtans æquè intervallo curreret illi,
Limite quod rectum a primo diſtenditur arcûs
Ad medium punctum, tenuans quo ſe area finit.
Illa via eſt certe, quæ, quod vis efficit illic,
Metitur, prorſuſque refert, atque exprimit æque.
Ipſe viam hanc igitur variis in flexibus arcûs,

1 En methodum, quam hìc proponit. Conſideretur arcus infinitesimus orbitæ, quæ deſcribitur: a binis ejus extremis ducantur ad centrum virium binæ rectæ, ut ſimul cum arcu concludant areolam, quæ ſi dato cuipiam tempuſculo reſpondeat, erit conſtans: ex altero extremo arcus ducatur ejus tangens, & ex altero uſque ad tangentem ducatur recta parallela illi, quæ a priore tendit ad centrum virium, in quo areola illa terminatur velut in cuſpidem tenuata. Hæc lineola intercepta inter arcum, & tangentem utique metitur vim; nam ſine vi centrali mobile abiiſſet per rectam tangentem, a qua ad arcum deducitur ab ejuſmodi vi per intervallum æquale illi lineolæ.

Si igitur conſiderentur ejuſmodi lineolæ pertinentes ad quoſvis arcus deſcriptos a dato quovis Planeta, vel ad arcum etiam quemvis unius Planetæ cum arcu Planetæ alterius, invenientur eæ majores, vel minores in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a foco communi, nimirum a Sole: contra vero ſi comparentur inter ſe binæ orbitæ binorum Planetarum, nimirum ellipticæ, & ponantur in iis ejuſmodi lineolæ in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ', ac inde comparentur inter ſe tempora periodica, & diſtantiæ mediæ [quod quidem qua ratione fieri poſſit, patebit in ſupplementis], invenietur illud, quod in tertia Kepleriana lege eſt propoſitum, nimirum eſſe quadrata temporum periodicorum, ut cubos diſtantiarum mediarum.

Inque locis variis expendens, quodlibet astrum
Queis errat, speciem dum circum terminet ovi,
Crescere, vel minui cernes, velut ordine verso
Imminui debet repetitum scilicet in se,
Crescere vel contra spatium, quo parvulus arcus
Est procul a medio puncto rapiente remotus.
Nunc versa si forte viæ ratione subire
Ad verum, atque illuc, discessum est unde, reverti
Si cupias, geminos si scilicet ipse meatus,
Hoc genus, inter se tentes conferre vicissim
Per Cælum spatio quantumvis impare ductos,
Aspicies, illa, qua dico, si ratione
Vis in utroque trahens etiam collata vicissim
Decrescat spatiis, legem te protinus esse
Deducendum ad eam, quæ circum tertia Solem
Floret de numero ternarum, qua referuntur
Tota ad dimidios transversos scilicet axes
Tempora, vel media ad spatia, ut jam diximus ante.
Nonne vides, certo ut junguntur fœdere vera?
His [1] veluti gradibus si progrediaris & ultra,
Jam pateat, secti e ternis, quæcumque sit, unam
Per speciem coni si pergat corpus, eodem
Illic vim fieri variam quoque more; neque ullos
Posse alios generis cujusviscumque meatus
Corpore signari, quod vis ea scilicet urget,
Quæ spatiorum in se repetito carpitur auctu.
Proin [2] circa Solem vis Solis in omnia late

Diffusa

1 Hic innuit generalem determinationem problematis directi, & inversi virium centralium reductam ad casum peculiarem virium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, de quibus egimus tomo 1 in supplementis a num. 254, quod vis centralis decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum, ubi describatur quæcumque e tribus conicis sectionibus, si nimirum terminentur areæ æquales ad focum alterum, & viceversa si vis centralis decrescat in ea ratione, non nisi conicam sectionem aliquam posse describi, quod memorato loco in supplementis accurate demonstravimus.

2 Percipit jam hic totius perquisitionis molestissimæ fructum deducendo illum, circa Solem haberi vim, quæ urgeat corpora in Solem ipsum, circa Saturnum, & Jovem itidem vim, quæ in ipsos urgeat, prorsus ut circa Tellurem habetur nostra gravitas, & illas decrescere in eadem ratione reciproca duplicata distantiarum, in qua decrescit hæc.

Diffuſa eſt ſpatia, & Saturni vis quoque circa
Saturnum, circaque Jovem Jovis, ut gravitas eſt
Hic Terræ circa molem. Quocumque locorum
Jam quodvis ſtatuas ſi corpus, debet idipſum
Percipere has vires, atque ad cujuſque vocari
Regna ſimul; magis ire illuc, pollentius unde
Urgetur: Quanquam magna intervalla relinquas
In medio, quanquam tentes latera omnia circum,
Vires effugies has nuſquam, nullaque conſtet,
Contendant illæ non extrahere unde, latebra.
Proin ſimili jam ſunt natura prorſus, & una
Hæ vires, gravitaſque, atque una lege vigentes,
Ut gaudere etiam communi nomine poſſint.
En [1] igitur ſemper Mortales unius eſſe
Telluris quod crediderant, hanc quippe videbant
Et trahere, & ſolam gravitatis fonte potiri,
Nempe ut non alio, grave quod ſit, corpus agatur,
Hoc decus, hanc laudem largitam cernimus eſſe
Saturno quoque Naturam, Solique, Jovique,
Aſtris fors aliis itidem, & fors omnibus, uſquam
Quæ ſunt, corporibus, quod poſt manifeſta patebit.
Anne ideo noſtris his eſſe ſimillima rebus
Multa alibi attoniti, & mirantes excipiamus?
At neque Paſtores ſi Solem, & ſidera noctis
Audivere aliis Terrarum fulgere in oris,
Mirantur, nec prata alibi non eſſe, neque herbas
Credunt, aut liquidos ſola per ridentia fontes,

 Nec

hæc. Quamobrem ejuſdem generis ſunt illæ etiam, & eodem gravitatis generalis nomine appellari poſſunt: nimirum protenditur longiſſime ad maximas diſtantias vis ejuſmodi, & corpus, quod in hæc omnia virium centra urgetur, obtemperat potiſſimum illi vi, quæ eſt validiſſima, ad quam nimirum accedit maximè vis ex omnibus compoſita.

1 Innuit jam hinc analogiam Naturæ, quæ apparet, ubi vis gravitatis, quam indocti homines ſolius Terræ propriam cenſuerant, traducta eſt ſuperioribus argumentis ad Jovem, Saturnum, & Solem. Quid ni inde etiam conjectando eadem transferatur ad reliqua omnia aſtra, & quidem etiam ad omnia corpora generatim? Id inferius ſe facturum adhuc aliis argumentis pollicetur; interea tamen vim ipſam analogiæ proponit ob oculos exemplo ipſis etiam paſtoribus maximè rudibus manifeſto, qui nimirum, quas apud ſe herbas vident, & frondes, & fontes, ac fluvios, alibi quoque in remotis etiam regionibus reperiri non dubitant.

Nec rapidis alas ventis, nec frondibus umbras.
Præterea [1] corpus gravitatis viribus istis
Perceptis, seu Solis ea est, Terræve, Jovisve,
Falciferive Patris, si tum loca projiciatur
In vacua, obliquaque via contendat abire,
Segminibus coni debebit de tribus unum
Signare, atque illo deferri semper eodem:
Quodque sit, ex ipsa regione, & mobilitate,
Qua jacias, simul & gravitatis ab impete certo
Cognosces, es si rebus non hospes in istis.
Atque hoc, quod facile est, generatim concipe verum
Discrimen; nam si, cœpit qua currere corpus,
Mobilitas minor est ejusdem mobilitate,
Quæ foret in medio jam puncto, denique vires
Qua coeunt, illuc si tum cecidisset ab alto
Inde loco celerans æqualibus incrementis
Ejus, quam primò sensit, gravitatis ob ictus;
Secti forma prior coni signabitur oras

Per

1 Stabilita lege gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, proponit jam theoremata nonnulla pertinentia ad motus corporum projectorum, quæ sollicitentur ejusmodi vi, quæ quidem omnia demonstravimus accurate in supplementis ad lib. 1 § 19. Nimirum si corpus quodpiam ejusmodi vi sollicitatum in datum centrum projiciatur utcumque in spatio non resistente, debet perpetuo describere unam e sectionibus conicis, cujus species determinabitur data directione, & velocitate projectionis. Determinationem simplicissimam sane ibidem exhibui, ut & illud, quod inveni jam olim, & proposui in dissertatione de motu corporis projecti in spatio non resistente viribus decrescentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum, & quod hic Noster exprimit, pertinens ad determinandum, an orbita futura sit Ellipsis, an Parabola, an Hyperbola; quod quidem a sola velocitate pendet, nulla habita ratione ad directionem projectionis.

Nimirum concipiatur illa velocitas, quam acquireret corpus sibi sine ulla projectione relictum in illo puncto, ex quo projicitur, si accelararetur uniformiter vi ea, quam initio habet manente semper, & nihil mutata. Velocitatem is quidem semper augeret, & in appulsu ad centrum ipsum haberet quandam velocitatem determinatam. Si velocitas, qua projicitur, sit minor ejusmodi velocitate, describet Ellipsim, si æqualis Parabolam, si major, ramum Hyperbolæ citeriorem, habentem centrum virium pro foco intra se ipsum posito. Quod si vis non urgeret corpus in centrum, sed ipsum a centro repelleret, & tamen eandem servaret rationem reciprocam duplicatam distantiarum, tum vero describetur Hyperbolæ ramus ulterior convexitatem obvertens ipsi virium centro extra se posito.

Per ſuperas; ſed ſi fuerit par illa, neceſſe eſt,
Altera ſignetur; ſin major, tertia fiat.
At ſi de medio gravitas ſe denique puncto
Convertat, removentem & tranſeat in levitatem,
At ſervans legem, a ſpatiis quæ pendet, eandem;
Tertia tum coni effigies tranetur, oportet,
Proſciſſi, ſed qua ramus contrarius ibit.
Ex [1] his nonne vides, curvos quos noſtra meatus
Corpora conficiunt vacuas projecta per oras,
Qui coni effigiem ſciſſi ſimulare ſecundam
Nempe videbantur, primarum ex ordine tantùm
Eſſe, nimis noſter cum conſtet debilis omnis
Projectus: ſed pars horum ſuprema putatur,
Parvaque cum ſpecie confundi nempe ſecunda;
Nam nimis & longi, & graciles ſunt, utpote quorum
In media Tellure focus tam diſtet, & ipſi
Alterius prope ſint proin ad confinia formæ.
Nam [2] conum ductus nimis inclinare ſecantes
Utrin-

1 Ut a Planetis ad Cometas gradum faciat, obſervat hìc primum, quod e ſuperius expoſitis conſequitur, noſtra gravia, quæ, ubi oblique projiciantur, vulgo cenſentur, Parabolas deſcribere juxta Galilei doctrinam, revera deſcribere Ellipſim, cujus focus ſit in centro Terræ, cum nimirum velocitas, qua projiciuntur, ſit nimis exigua; ſed eandem haberi pro Parabola, quia cum Ellipſis abeunte altero foco in infinitum deſinat in veram Parabolam, eadem foco longiſſime abeunte ita, ut ſit alteri axis vertici proximus ipſe focus, attenuata plurimum, ſit Parabolæ proxima, & ab illa nihil ad ſenſum diſcrepet.

Et quidem Galilei doctrina innititur gravitati agenti niſu conſtanti, & ſecundum directiones parallelas, in qua gravitatis lege illa ejus Parabola locum habet: ea lex obtinet proxime non accuratè in terreſtribus corporibus, quorum gravitas & varia eſt, & agit directionibus convergentibus ad centrum Terræ. Sed revera nec Ellipſim accuratè talem noſtra gravia deſcribunt etiam abſtrahendo animum a reſiſtentia aeris, quæ ipſam quoque Parabolam Galileanam plurimum turbat. Gravitas nimirum non dirigitur accurate ad centrum Terræ, quæ non eſt ſphærica, nec decreſcit accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab eodem tum ob ipſam formam non accuratè ſphæricam, ſed compreſſam, tum ob inæqualem textum partium internarum Terræ, & montium, ac collium procurſum, intra quorum limites noſtræ projectiones fiunt. Et hoc diſcrimen eſt multo majus, quam illud, quod parit mutatio diſtantiarum, & directionum tam exigua, præter quam quod & vis centrifuga rem turbat. Inde autem & continuitati virium, ac motuum conſulitur mirum in modum, ut patebit in ſupplementis in hunc locum.

2 Ut oſtendat Ellipſim longe productam

Utrinque, ut docui, si pergas, transitus extat
Hic celer; ante ideo quam transeat, incipit esse
Forma prior similis nimium, nimiumque secundæ;
Ut nequeas prima præsertim in origine sensu
Prendere discrimen, neque, si tum vertere cœptes
Forte vices, primæque secundam sufficere, erres.
Sic [1] quoque quo nocti committitur excipienti
Alma dies, tempus, possis ad utrumque referre
Scilicet aut finem lucis, noctisque ruentis
Principium; nam lux crepera est, & mixta tenebris:
Ultima sic quæ sunt hiemis, tu prima tepentis
Tempora item veris dicas; ætasque virilis
Sic postrema coit cum subrepente senecta.
Inde etiam facili ratio tum prodita pacto
Vera [2] Cometarum; nam legibus ire Cometas
Inventum est illis etiam, viresque trahentis,
Plusve, minusve, tamen certas sentiscere Solis.
Sed dum te motus illorum, orbesque, viasque
Edoceo, patere interea, quæ credita nempe
His super anteacto jam tempore, multa doceri,
Erro-

ductam nihil ad sensum differre a Parabola, ut proinde pro se mutuo promiscue accipi possint in arcu proximo alteri foco, considerandum proponit conum, qui secetur oblique, & concipiat, ipsum sectionis planum ita inclinari, ut ab Ellipsi fiat per Parabolam transitus ad Hyperbolam. Transitus quidem ipse fit momento temporis, cum unica Parabola in unica plani secantis positione interjaceat infinitis numero hinc Ellipsibus, inde Hyperbolis. Ante quam deveniatur ad illam unicam Parabolam, ad eam utique planum sectionis accedit ita, ut infinitæ numero sint ejus positiones, quæ ab ipsius plano distent minus, quam ut distantia in prima origine sensu percipi possit. Quare & Ellipses illæ, quæ ejusmodi planis respondebunt, nihil ad sensum discrepabunt in ipsa origine ab illa Parabola, licet deinde recessu continuo planorum secantium ab ea plurimum in maximis distantiis discrepare debeant.

1 Hunc transitum accessu facto per differentias utcumque exiguas, qui pertinet ad geometricam continuitatem, illustrat pluribus exemplis pertinentibus ad continuitatem physicam, diei migrantis in noctem per crepusculum, hiemis sensim, & per gradus intermedios abeuntis in ver, ac virilis ætatis in senectutem, in quibus omnibus, quæ limiti sunt proxima, ad utrumvis terminum referre licet.

2 Incipit hic agere de Cometis, qui quidem easdem Keplerianas Leges observant, & eadem gravitate in Solem, qua Planetæ, feruntur circa ipsum Solem in Ellipsibus habentibus focum in Sole ipso; sed Ellipses Cometarum productæ plurimum

Erroresque virum varios, fixa, atque refixa
Judicia, ambiguas rationes; omnia donec
Constiterunt tandem, sublata vi gravitatis
In Cælum, circumque suis vaga legibus astra,
Propterea que suos etiam cohibente Cometas
In gyros. Ipsi [1] sunt scilicet astra Cometæ,
Quæ Cælo interdum comparent, obsita circum
Crine, & lucentem plerumque trahentia caudam:
Motu hos raptari, quo sidera cuncta, diurno,
Præterea & proprio, velut astra errantia, ferri
Suspicimus: sed quod nova dent spectacula semper,
Nec diuturna sui Terris, cum sidere raro
Æquipares illos, cujus lux fulgere sæpe
Ex improviso visa est, obtectaque rursus.
At cauda, & Cæli partes excursus in omnes
Liber, & haud ullo signatus limite certo
(Quamvis continuum, quodcumque est, nec sine lege
Ipsorum sit iter) certe est propriumque, suumque,
Ut distent aliis hoc uno scilicet astris.
Fulgentes [2] veluti ferali luce Cometas,

Præ-

rimum accedunt ad Parabolas ita in arcubus Soli proximis, & nobis conspicuis, ut pro Parabolis assumi possint. Sed ante quam veram earum theoriam Newtonianam exponat, rem totam altius repetit, & errores etiam præcedentium Philosophorum proponit nonnullos.

1 In primis Cometas esse, ait, quædam astra, quæ interdum apparent in Cælo, cum quodam crine circa caput, & plerumque cum cauda. Caudam nunc quidem vocare solent illam etiam, quam Philosophi dicebant barbam, ductum nimirum nebulosum quendam longiorem, qui si a nucleo protenditur in eas partes, in quas motu proprio Cometa tendit, dici solebat olim barba, si in partes oppositas, cauda; ut idcirco tria Cometarum genera distinguere fuerint soliti Philosophi Barbatos, Caudatos, Crinitos.

Addit, in ipsis observari motum diurnum comunem astris omnibus, & proprium, ut præter communem habent itidem proprium motum Planetæ. Illos autem affirmat convenire cum Stellis novis, quæ inter Fixas etiam observatæ quandoque sunt, quod ex improviso appareant, nec perpetuo conspicui sint, sed quodam tempore plerumque admodum exiguo, quanquam & ab iis, & ab omnibus tam Fixis, quam Planetis differant in eo, quod caudam habent, & nulla certa Cæli plaga cohibeatur motus ipsorum quoquoversum excurrentium, utut non sine certa lege. Et quidem Dominicus Cassinus certum Cometis quoque Zodiacum destinaverat, quem tamen egressi sunt deinde plurimi ita, ut nulla sit ipsis constituta certa Cæli plaga.

2 Refert communem vulgi, &

Pleu-

Præsagaque mali perterrita pectora quondam
Indicium irati credebant lugubre Cæli,
Divorumque minas: populis immittere pestes,
Nec non sanguineo Martis præcurrere ludo,
Regnorum excidiis quoque, funeribusque Potentum.
Attamen ærumnas, atque infortunia nostra
Omnia si Mundo, genus hoc, per signa liceret
Noscere, quando foret, non diram ut suspiceremus
Per Cælum lucem? Cur tam rara illa micaret?
Semper an insuetum vis sæva secuta malorum est
Lumen, & id nunquam pavitantia corda fefellit?
Nunquamne uberior, longeque salubrior annus
Successit, vel composito pax læta tumultu?
Scilicet insuetis, quæ præcessere, solemus
Ignari rebus, qui sunt tum deinde secuti,
Eventus tristes præsertim, luctificosque,
Quique premente malo nostros percellere possint
Plus animos, veluti causis, signisve referre,
Cum nullo prorsus jungantur mutuâ nexu.
  Ante [1] videbantur Cæli statione teneri
Hi prope Terram humili, & terrestri ab origine nasci,
Nem-

Pseudophilosophorum, Veterum in primis, errorem, qui Cometas censuerunt esse funestorum eventuum vel causas, vel signa prævia; qui quidem error apud cultiores Europæ imprimis regiones jam exolevit. Ipsum egregie refellit ex eo, quod si mala etiam ingentia ejusmodi signis prænunciari deberent, fere semper Cometas haberemus, cum nullum sit tempus, quo alicubi miseri Mortales ingentibus malis non premantur: addit & illud; sæpissime multo minus funesta extitisse tempora, quæ adventum Cometæ cujuspiam subsecuta sunt, quam ea, quæ nullus Cometa præcesserat. Addit demum, & causam, cur imperiti potissimum homines in eum errorem prolapsi sint, quod nimirum in eorum, quæ minus usitata repente accidunt, & quorum causas ignorant, admirationem rapti, iis & alia attribuunt, quæ eorum animos maxime percellunt, ut sunt potissimum eventus infausti, quibus premimur, & afficimur multo magis, quam aliis quibuscumque; licet nullus inter ea nexus habeatur.

1 Transit ad alium errorem eorum, qui censuerunt Cometas esse Telluri proximos, & proinde etiam nasci e Terræ vaporibus, atque exhalationibus, ut cætera ignea metheora. Horum errorem refellit ex eo, quod illa careant, quam Astronomi vocant *parallaxim*. Cum aliquam nubem, vel vaporem Terræ proximum suspicimus in aere, alii idem illud corpus ad Boream vident, alii ad Austrum, vel ad aliam Cæli plagam; & in eo discrimine locorum, ad quæ referimus idem obje-

Nempe a condenso, nubes velut ipsa, vapore;
At quoniam a Terra spatia horum magna reperta
Sunt porro, ruit hæc ratio; nam tempore eodem
Partibus a variis illos, longeque remotis
Aspiciunt homines sub eodem sidere Cæli;
Quod fieri nequeat, si sint regione locati
Terræ in vicina, qua sunt regione vapores.
Sic nubem, vel cum loca per sublimia longe
Densat se, cernunt alii devergere ad ortum,
Ast alii haud multis distantes millibus atram
Surgere ab occasu, a gelida vel mittier Arcto.
Propterea [1] nimis a Terræ regione Cometæ
Cum distent, opus est ingenti corporis auctu
Esse; quod apparens, ut lata est, indicat ejus
Frons etiam; haud ideo concrescunt rebus ab illis,
Quas vaga, uti fumos, exhalent astra (quod ipsum
Nosce alios docuisse), vagis non esse minores,
Inveniuntur enim, at majores sæpius astris,
Et plerumque ab eis immaniter esse remoti.
Quin ipsi errantum fumi, eductique vapores
Corpore ab astrorum, sua rursus in astra revertunt

Deci-

objectum e diversis locis visum, consistit parallaxis. At Cometas quicumque eodem tempore e remotissimis Terræ partibus observant, intuentur omnes in eadem Cæli plaga, & sub iisdem Stellis Fixis, quod quidem sine immani distantia a Terra fieri non potest. Tycho jam olim ex defectu parallaxeos sensibilis Cometæ diligenter ab ipso observari deduxit ingentem Cometarum distantiam a Terra, & ipsos supra Lunam evexit inter Planetas.

1 Aliam erroneam itidem aliorum sententiam refellit, qui Cometas censuerunt coalescere ab exhalationibus reliquorum Planetarum. Imprimis cum adeo remoti sint, & tamen magnitudinem suam apparentem habeant (Planetarum enim diametris apparentibus sæpe multo majores sunt Cometarum apparentes diametri) oportet ingentis veræ magnitudinis sint; & mensuris rite captis inveniuntur quandoque ipsis Planetis Primariis majores. Quamobrem ab eorum exhalationibus oriri non possunt. Præterea Planetarum exhalationes, & vapores in ipsos recidunt gravitate sua, ut vapores Terræ decidunt in Terram. Et quidem tam observationes nonnullæ, quam ipsa analogia, & multo magis utrumque simul suadet utique Planetas Primarios quosque suas habere atmosphæras, & in iis suas pluvias, & nives. Inde autem consequitur, Cometas non oriri ab exhalationibus, & vaporibus Planetarum, quæ a Planetis non avelluntur, atque id quidem vim habet maximam idcirco, quod fere semper Cometæ apparere incipiant in maxima distantia a Planetis.

Decidui; pluviasque suas, Martique putandum est
Esse, Jovique suas, canaque Senem nive spargi
Saturnum, aut dura contundi grandine sæpe.
At [1] neque, Solis uti maculæ, de Sole Cometæ
Concrescunt, adeo distant nam sæpe, repelli
Tam procul ut nequeant tam densa mole vapores
Retrorsum assidua Solis gravitate trahente.
Restat [2] ut antiqua cunctarum ab origine rerum
Ipsi etiam æterno sint corpore, qui moveantur
Certis per Cælum, ut circumvaga legibus astra.
Qui [3], quot luce sua flammantia sidera fulgent,
Turbineos voluit stipatos esse tot orbes,
Senaque proin pelago velut astra natantia vasto
Materiæ a Solis raptari vortice circum,
Accidere interdum, maculis ut fixa coortis
Sidera densentur quædam, velataque circum
Et lucem amittant, & vires, credidit idem,
Nec proin tuta suo remanere in vortice posse,
Ast a finitimis sorberier, inque aliorum
Transire arbitrium veluti captiva, nec unquam
Cessare, inque alios fugitiva, aliosque meare,

Et

1 Sunt, qui putant Cometas oriri ab exhalationibus Solis, ut ejus maculas. Hos refellit ex eo, quod Cometæ sæpissime apparere incipiant in maxima a Sole distantia, quo vapores adeo densi, & crassi ascendere non possunt, obstante nimirum gravitate, qua in Solem retrahuntur.

Est autem & argumentum petitum a positione orbitæ ipsorum, quod & hanc evertit sententiam, & aliam nihilo minus erroneam eorum, qui censent Cometas, immo & Planetas esse particulas Solaris massæ inde avulsas, & ejectas. Nimirum quidquid e Sole projiciatur, debet ad sensum describere vi gravitatis sectionem conicam transeuntem per ipsum projectionis punctum, nimirum per Solem, cum tamen & omnium Planetarum, & omnium fere Cometarum Orbitæ in ipsa minima a Sole distantia sive Perihelio, ab eodem Sole distent longissime.

2 Rejectis sententiis reliquis concludit demum, Cometas debere esse corpora Mundo coæva, suis delata per Cælum motibus, ut Planetas.

3 Cartesii sententiam hic commemorat, & refellit. Is quidem censuit, Fixas omnes suos habere vortices, ut Solem, qui circa se in ipso vortice suo sex Primarios Planetas circumagat. Ubi earum aliquæ maculis oneratæ, ac penitus coopertæ extinguantur, tum & vortices ipsarum a vorticibus proximis absorberi; ipsas vero ab ipsis proximis vorticibus abripi, & errare ex alio in alium temere translatas, quarum aliqua ubi ad Sola-

rem

Et fine lege viæ, & fine motùs ordine certi,
Et Solem Dominum procul aſpectare Cometas,
Saturnique altos ultra conſiſtere fines
Propterea voluit nequidquam, namque vagantum
Plerique aſtrorum in regiones conſpiciuntur
Demitti, Solis luſtrantes cominus ignem.
Ultra [1] Saturnum geminis de Fratribus alter,
Quos ut Tyndaridas quondam fama extulit ingens
Pugnaci ingenio claros, magniſque repertis,
Eſſe ait errantum de gente, & volvier aſtrum
Immenſo circa phœbeam lampada gyro
Ob ſpatia haud oculis deprenſum immania noſtris;
Præterea Comites, ut Saturnumque, Jovemque
Circumſtant, quocumque abeant, hoc cingere multos,
Atque ſequi; noſtra qui cum ſe parte meantes
Demiſere, videntque propinquius ora comantis
Solis, & a vultu jacientis lucida tela,
Uſurpari oculis, pariterque audire Cometæ
Cœptant; in ſpatia abducti ſe cætera condunt.
Horum ille & ſpatia, & motus, & tempora, tantùm
Nota ſibi, quia ficta, docet; ſed protinus auſo
Cælum adverſatum eſt reditus prædicere vati.

Veſti-

rem vorticem devenerit, ſupra Saturnum feratur in eodem in ipſo ejus margine, donec in alium tranſeat aliquem, & longe fugiat.

Hanc ſententiam refellit inde, quod plures Cometas ſciamus longe infra Saturnum, immo & infra Mercurium aliquos deſcendiſſe. Verum tota illa arbitraria vorticum hypotheſis jam exolevit, quæ quidem penitus labefactata poſt Mechanicam, & Aſtronomiam diligentius excultas, ita corruit, ut erigi omnino non poſſit.

1 Jacobum Bernoullium fratrem Joannis hic innuit, qui allam hypotheſim propoſuit adhuc junior: Planetam quendam remotiſſimum ultra Saturnum circa Solem deferri, qui ob ipſam immanem diſtantiam oculos fugiat Terricolarum. Hunc habere circa ſe ſuos ſatellites, qui ubi ad nos propius acceſſerint in inferiore parte orbitæ ſuæ, magis etiam ſimul illuſtrati a Sole ſub aſpectum cadant. Ille quidem & motus ipſos definivit, quibus tamen ſtatim phœnomena Cometarum contraria obſtiterunt, quæ cum ejuſmodi hypotheſi, præterea etiam penitus arbitraria, conciliari omnino non poſſunt. At ii juveniles exriterunt conatus hominis ſummam deinde, & meritiſſimo quidem famam adepti cum ipſo fratre, ut adeo uterque ſummis laudibus, quibus eos Noſter hic exornavit, meritiſſimus ſit, qui quidem ejuſmodi laudem propagarunt in totam familiam, in qua ſuam quodammodo veluti perennem ſedem videtur Matheſis ſublimior defixiſſe.

Vestigatorem [1] magnum in cælestibus oris,
Altrici Italiæ rapuit quem Gallia civem,
Scimus in immensos orbes, & forsitan æquos
Tractus per Cæli vastos egisse Cometas,
Usque adeo, ut possent recti apparere meatus,
(Parvula cum pars sint orbis) quos ingrediuntur
Illi, cum nostris exposti sensibus errant,
Et docuisse modum, quo tu prænoscere possis
Servatis tribus ante locis, quæ sidera adibit
Præterea, & quo se feret unusquisque videndum.
Fors fecit persæpe fidem; feliciter ista,
Cum procul arderent illi nimis, eveniebant;
At, prope cum Solem lustrarent, cuncta ruebant,
Namque intorquebant cursum, obliqueque meabant.
Sic [2] etiam inventis aliorum obsistere visum est
Cælum; semper enim post servabatur ibidem,
Rebus quod positis adversaretur; ab omni
Nunquam parte potest veram res ficta imitari.
Ipsa at vi Veri post irradiante, quod alte
Extulit Inventor gravitatis in omnia fusæ,

Vidi-

1 Ad Dominicum Cassinum hic delabitur, qui ex Italia, in qua & ortum habuerat, & Mathematicarum disciplinarum, atque in primis Astronomiæ fama inclaruerat, in Galliam a Ludovico XIV evocatus sedem Parisiis fixit, & ad filium superiore anno nobis ereptum, ac nepotem nunc maxime eadem fama florentem quodammodo velut hæreditariam transmitit Astronomiæ scientiam. Is censuit Cometas deferri in orbibus maximis, & fortasse etiam circularibus, quorum exigua portio, in qua nobis, ubi ad nos accedunt magis, conspicui sunt, haberi possit pro recta linea, habito itidem motu pro æquabili. Is quidem docuit etiam, quo pacto ex tribus observatis Cometæ locis in hypothesi motus rectilinei, & æquabilis, definiri posset totus reliquus apparens cursus. Et quidem res non infeliciter succedebat, ubi satis a Sole distarent Cometæ; sed ubi ad ipsum accederent magis, & curvatura viæ, & recessus ab hypothesi motus æquabilis satis magnus hypothesim ipsam penitus evertit.

Hypothesim motus rectilinei, & æquabilis, ad quam Cometæ accedunt plurimum, ubi a Sole satis distant, excoluit & Newtonus, proponendo in Arithmetica universali methodum determinandi etiam distantiam ejus orbitæ a Terra per quatuor observationes; quam tamen in ea etiam hypothesi ineptam esse ad rem perficiendam demonstravi in mea dissertatione de Cometis, qua de re, ut & de aliis nonnullis ad Cometas pertinentibus agam hic in supplementis.

2 Ad Newtoni theoriam transiturus illud hic generatim enunciat; omnes

Vidimus in tenebras nativas cuncta relabi,
Quæ steterant prius; ut Lunam pallere tuemur
Ad Solis jubar, & nitidos compescere fastus.
Ille igitur sola gravitate, ut cætera, vinxit
Æthera lustrantes motu variante Cometas,
Orbibus & variis, spatiisque coercuit idem
Lege rata, & prorsum in comunia fœdera flexit.
Principio [1] apparent cum nobis, esse Cometas
Scire licet sæpe astrorum in regione vagantum;
(Ultra vel si sint quandoque, prope esse profecto)
Ipsisque interdum plus Soli accedere multo
Astris, & nimium radios haurire propinquos:
Tutemet ex ipso possis quod noscere motu
Illorum inter se collato, & lumine, quo sunt
Perfusi, pariter collato errantibus astris,
Si varias rerum mensuras scilicet, atque
Si numeros tentare ausos cælestia calles.
Proin veluti, quicumque aliqua in ditione moratur,
Cogitur illius leges, & jura subire
Imperii, rituque pari cum civibus uti,
Sic quoque, nonne vides, oculis mortalibus ipsi
Deprensi cum sunt spatio in propiore Cometæ,
Scilicet in noto Solis discurrere regno,
Nonne vides, inquam, vaga ut astra coercita certa
Sunt gravitate, atque invicta vi Solis aguntur
In Solem, quoque vimque, potestatemque Cometas

omnes alias hypotheses, si quid determinati attulerant, quod cum observationibus comparari posset, ab observationibus ipsis fuisse eversas, quod falsæ hypotheses cum veris phœnomenis consentire penitus, & conspirare non possint. Id veris tantummodo theoriis accidere, ut omnibus phœnomenis satisfaciant; atque id ipsum accidisse theoriæ Cometarum Newtonianæ, qua evulgata reliquæ conciderint, illa una jam per omnes Europæ Academias recepta.

1 Pro fundamento theoriæ ipsius ponit Noster illud, quod & Newtonus posuit, nimirum Cometas descendere in regionem Planetarum, & plerumque etiam infra ipsos Planetas deprimi: Id quidem, affirmat, erui ex eorum motu, & luce. Qua ratione id Newtonus inde deduxerit, exponemus in supplementis.

Cum igitur in Planetarum regione versentur, ubi conspicui sunt, oportet, inquit, gravitatem habeant in Solem, ut Planetæ, adeoque describant circa ipsum conicam aliquam sectionem, quod necessario fieri debet juxta ea, quæ superius dicta sunt in adnotatione ad versum 815.

Debere illius, nisusque audire trahentis,
Nec proin incerta cum libertate vagari,
Intorquere suum sed iter, velut astra, per oras
Sublimes, & de coni signare figuris
Unam proscissi, quod scilicet ante probatum est,
Ipse foci cujus punctum Sol occupet amplus,
Et sedeat velut in solio rutilante Tyrannus.
Sed [1] quæ semita erit proscissi hæc denique coni?
Non etenim æqualis parti queat orbis ab omni
Esse, nec æqualem pariter qui accedit ad orbem;
Illos quandoquidem prope semper templa per alta
Volvier aspiceremus, ut & vaga cernimus astra,
Quæ tum dumtaxat nobis obtecta latescunt,
Prætereunt supra cum Solem, infraque micantem;
Ast, illi quia parva sui spectacula præbent,
Cumque abiere, diu conduntur, nonne necesse est
Parte iter ex una demitti Solis ad ignes,
Atque oculos simul ad nostros, contraque reflexos
Ex alia longe spatiis discedere magnis?
Quare erit aut coni primo de segmine nata,
Sed nimium obliquo ductu longissima forma,
Altera vel species, vel tertia. Sed quia ramo
Hæ constant geminæ haud in se redeunte, nec unquam
Brachia in immensos cessant protendere tractus,
Credibile est per eas ullum non ire Cometam:
Nam per eas ullus si pergeret, integer unquam

Non

1 Quærit jam hic, quæ coni sectio debeat esse Cometarum orbita: nam theoria gravitatis permittit quamcunque incipiendo a circulo, & per totam omnium Ellipsium seriem, ac Parabolam abeundo ad seriem omnium Hyperbolarum.

In primis excludit circulum, & Ellipsim accedentem ad formam circularem; quia tum fere semper conspicui essent, ut sunt Planetæ dempto nimirum exiguo tempore, quo Soli conjungerentur supra, vel infra ipsum.

Quoniam igitur Cometæ brevi tempore conspicui sunt, & diutissime latent; oportet illorum orbitæ pars exigua sit Soli, & nobis proxima, reliquo omni arcu longissime recedente. Hinc ea vel debet esse Ellipsis, sed maxime attenuata, vel Parabola, vel Hyperbola. Sed quoniam posteriores duæ recedunt in infinitum, credibile esse dicit, neutram esse orbitam Cometarum, qui si in iis moverentur, ne unicum quidem unquam gyrum integrum absolverent, nec semel digressi a Sole redirent unquam, sed in infinitum recederent in loca æterno frigore torpentia, velocitate semper imminuta.

Non fieret circum gyrus, Solemque videre,
Ni semel, haud posset propius; cum protinus inde
Aufugeret, semperque magis discederet alta
Per loca, mobilitate adeo tamen usque minuta,
Ut torperet iners æterno tempore demum,
Nec posset vitæ extinctum renovare calorem,
Adventuque novo ad Solem dispellere frigus
Corpore perpetuum, tepidumque haurire vigorem
Partibus, aut fœtus unquam, indigenasque fovere.
Prima [1] igitur superest, sed quæ est longissima coni
Procisissi effigies, cujus duo puncta focorum
Magnum intercipiunt tractum; sic denique multos
Post annos cursus ut flectens, & sua prisca
Flectendo relegens iterum vestigia gyros
Instauret longos, Titaniaque ora Cometa,
Longius, aut propius, sed ab omni parte revisat.
Certius hoc geminam conjectes ob rationem:
Primò, cum nimium procul editus ille, meatum
Ejus, ut est, recto similem deprendere possis;
Si vero accessit, cernes iter illud in arcum
Flecti, & dimidium prope flexu hoc cingere Solem.
Illi præterea qua Cæli parte videntur
Crebrius? an qua Sol medius micat? oppositave?
Nimirum opposita vix quintus quisque videtur
A nobis parte, ast alia in regione prope omnes,

1 Exclusis reliquis binis conicis Sectionibus relinquitur, ut Cometarum orbita sit Ellipsis. At, Ellipsim hujusmodi, hic affirmat, debere esse maxime oblongam, remotissimis a se invicem ejus focis. Id quidem patet ex eo, quod superius dictum est, quod nimirum diutissime lateant Cometæ, sed hic alias binas ejusdem rei conjecturas addit, ex quibus id primo quidem Newtonus est suspicatus. Nimirum ita fit, ut arcus a Sole satis remotus ad rectam lineam accedat plurimum, Soli autem proximus plurimum incurvetur, quod observationes ostendunt. Tum vero inde etiam illud perspicuum fit, cur Cometæ plerumque appareant in illo Cæli hemisphærio, in quo est Sol, distantes ab eo minus, quam integro quadrante, & multo rariores visi sint in hemisphærio opposito. Nam in Ellipsi in immensum oblongata non possunt apparere nisi in arcu proximo Soli occupanti focum, quod non accideret, si alterius formæ esset orbita.

Quod autem appareant tantummodo, ubi sunt propiores Soli, & non longe ultra Saturnum, Newtonus sic probat in corol. 2 lemmatis 4 lib. 3 Principiorum. *Si cernerentur in regionibus ultra Saturnum, deberent sæpius*

Quamvis in Solis radiis ibi sæpe latescant,
Nec cerni possint, quod porro haud accidit illic:
Reveraque novis offuso Sole tenebris
Objectam ob Lunam, & summum subeunte laborem,
Cum stellis aliis, media quæ luce diei
Intempestivo surgebant tempore sæpe,
Interdum quoque visus erat pallere Cometa
Haud a Sole procul, terrebat & anxia corda.
His ita judiciis firmatis, deinde meatus,
Qui [1] sint, in veros servando inquirere cœptum est;
Servatis loca nempe locis deprendere paucis
Omnia tentarunt numeris gravitatis, adiret
Tempore conspicuus toto quæ deinde Cometa;
Nam visum, si congruerent his vera, fore, ingens
Momentum ut positis rationibus adjiceretur,
Atque ibi phœbeæ gravitatis certa vigerent
Jura etiam, atque uno retinerent omnia nexu.
Difficilis tamen, & prorsum insuperabilis omnes
Terrebat labor hic, quoniam non puncta locorum
Ultima cognita sunt, sed, quo directa, videntur
Tantùm, & qua Mundi perstant de parte locata.

Tan-

sæpius apparere in partibus Soli oppositis. Forent enim Terræ viciniores, qui in his partibus versantur, & Sol interpositus obscurat ceteros. Verum percurrendo historias Cometarum reperi, quod quadruplo, vel quintuplo plures detecti sunt in hemisphærio Solem versus, quam in hemisphærio opposito, præter alios procul dubio non paucos, quos lux solaris obtexit.

1 His in genere constitutis de forma orbitæ Cometicæ, affirmat, cœptum deinde inquiri in determinationem singularum orbitarum ad singulos Cometas pertinentium, per observationes nimirum, & gravitatis theoriam; nam dato certo numero locorum per observationes accuratas determinatorum, definiri potest tota orbita elliptica, potissimum si adhibeantur theoremata, quæ locum habent, ubi ab eadem gravitatis lege determinentur orbitæ ejusmodi, a qua pendent Planetarum Ellipses, quod quidem multo magis problema determinat. Plurimi nimirum intererat videre, an eadem gravitas vigeret etiam in Cometis omnibus, quæ in Planetis; Sed ejusmodi perquisitio erat admodum ardua pro orbe elliptico, & fere penitus inaccessa. Facilis esset Ellipseos determinatio, si præter focum darentur tria puncta curvæ. Datis iis tantummodo invenirentur omnia reliqua. Verum per observationes Astronomicas non definiuntur determinatè ipsa Cometæ loca, sed tantummodo directiones rectarum, quæ ad ipsa tendunt.

At illud Newtonus vidit, longe facilius esse rem perficere pro orbe

Para-

Tandem animadversum est, cum sit longissimus orbis
Proscisso primæ de cono nempe figuræ,
Illa parte, foco propior quæ constat, eandem
Esse viam prope, quæ fieret via nempe secunda
E specie, veraque parum re discrepitantem:
Toto propterea, quo cernimus esse Cometas
Tempore, nos eadem prorsum omnia cernere, quæ, si
Formæ iter alterius fiat, videamus ibidem:
Difficile & non tam numeris hos esse secundos
Subdere, & ad rectos, notosque referre meatus;
Nam queiscumque aliis illi mitescere possunt
Ductibus incurvis magis, atque patescere menti.
Sic quæsita via est, loca quæ deferre Cometas
Per servata queat, radiorum & fila secare,
Scilicet ex oculis rectà quæ tendere fingas,
In regione foci consistat ut ignivomus Sol,
Temporibusque suis respondeat area quæque.
Protinus eventu res est lustrata secundo,
Visaque sunt positas rationes cuncta subire.
Tempore [1] jamque illo lux Cælo dira refulsit,
Quo non major erat, neque visa minacior ulla,

Parabolico, quæ curva est admodum facilior tractatu, & arcum Ellipseos Cometicæ a nobis observatum pro parabolico assumi posse. Investigavit igitur orbem parabolicum, qui ita secaret rectas e Tellure ad eum abeuntes, ut radiis inde ductis ad Solem in foco positum areæ respondeant temporibus, quibus percurruntur, nimirum sint ipsis proportionales, & præterea magnitudinem eam habeant, quam requirit gravitas Cometæ comparata cum Planetarum gravitate nobis cognita. Et ea investigatio est satis ardua, sed Newtonus difficultatibus omnibus superatis eo pervasit demum, ut per tres solas observationes orbitam parabolicam definiverit partim per attentationem, & falsæ positionis methodum, partim per directas determinationes.

Ego quidem in mea dissertatione de Cometis ostendi methodum, qua per finitam algebram id problema solvi posset, deveniendo ad unicam determinatam æquationem; sed ejusmodi æquatio ita esset ardua, & calculus ita implexus, ut omnem omnino humanum conatum effugeret. Quamobrem omnes, qui post Newtonum idem problema redegerunt ad usum, attentationibus sunt usi, quæ quidem succedunt, & approximationes exhibent, quantum libuerit accuratas.

1 Orbitæ calculo erutæ ex tribus observationibus exhibent loca pro reliquis omnibus temporibus, quæ comparata cum observatis theoriam vel confirmant, vel penitus evertunt. Porro omnes observationes Cometarum, quotcumque satis accurate

Nec magis immani loca Cæli vasta terebat
Discurrens cauda, sævum quo tempore bellum
Europæ populos concussit, sanguine multo
Danubii fluctus cum tingeret, imperiique
Urbs Caput intremeret, qua non augustior ulla.
Illa ferum Martem tum pertulit una, suasque
Totum Orientem in opes ire, & disperdere velle
Omnia, & horribili vidit sua quassa fragore
Mœnia tum prope jam minitantes ultima Lunas
Excipere. At versis post quæ fuga barbara fatis!
Quæ cædes! quantum prædæ, laudisque relatum est!
Non ita magna quidem primò lux visa Cometæ
In Solem fuit ire, sua ipsum Scorpius inter
Brachia cum Solem versaret prætereuntem,
Condita post paulo est; per brumam lumina rursus
Extulit, ad vernos Zephyrorum & perstitit ortus
Diffugiens Solem; cumque omnes mole viderent
Diversa in speciem, motuque, & lumine, nuper
Quam quo visus erat, diversum hunc esse putarunt.
Sed via posterior demum hac expensa recenti
Ut ratione fuit, molem astri nempe prioris
Continuasse via, quæ post quoque trita, repertum est,
Legibus haud aliis nimirum, quam quibus una
Quævisсumque orbis pars a palantibus astris

Signa-

curate sunt habitæ, miro consensu Theoriam Newtonianam confirmarant. Ante omnes alios id præstitit Cometa celeberrimus anni 1680, & 1681, de quo hic Noster loquitur, qui Viennensem obsidionem, & Turcicam illam immensam cladem haud ita multo antecessit. Is apparuerat primum Novembri mense anni 1680, quo tempore Sol est in Scorpio, descendens ad Solem; tum Decembri, Januario, Februario, ac Martio mense cauda in ipso accessu ad Solem in immensum aucta apparuit iterum, a Sole regrediens. Is quidem a multis Astronomis creditus fuit duplex Cometa, non unicus: Sed Newtonus determinata orbita Cometæ in secunda sui ostensione visi, non solum invenit cum ea congruere loca omnia eorum mensium, sed etiam loca illa omnia, in quibus superiore Novembri fuerat visus, quod evicit simul & illud, Cometam utrumque fuisse unicum, eundemque, & illud, veram esse theoriam, quæ cum ejus motibus maxime ad speciem irregularibus tam belle consenserit.

En quæ Newtonus in eam rem habet Princ. lib. 3, ubi fuse agit de hoc Cometa, quem locum Noster hic habuit ob oculos. *Pergebat hic Cometa per signa fere novem, a Virginis scilicet duodecimo gradu ad principium Geminorum præter*

Signatur, sive a servatis ante Cometis.
Proin non diversas, geminasque fuisse, sed unam
Tum patuit lucem reflexam a corpore eodem;
Plusquam dimidium quod trajecisse notatum
Cum fuerit Cælum cursu variante, vicissim
Nunc celerante, moras nunc longas sæpe trahente,
Attamen hoc ad iter dein, ad notosque reductum
Calles, constabat sibi protinus; ibat in una
Nam scissi effigie coni, legemque tenebat
Unam, temporibus qua consonat area notis.
Quare tam varius, tam discors iste Cometæ
In speciem motus, tam porro legibus arctis
Nexus, & adstrictus, tam certo denique constans
Fœdere, communique repertus jure teneri
Tam bene, tam invicte, velut astra vagantia quæque,
Auctori certam rationem hanc esse probavit,
Errandique metu procul omni, & suspicione
Tum demum solertem animum, cautumque retraxit.
Proin [1] fuit in cunctos animum qui verteret acrem,
Quorumcumque prius via erat servata, Cometas,
Et loca vulgatis prostabant tradita chartis,
Nempe quater senos elegerat ad sua visos
Tempora, & inventam rationem his omnibus aptans
(Proh quantus labor, & numerorum denique quantæ

ter signum Leonis, per quod pergebat, antequam videri cœpit, & nulla alia extat theoria, qua Cometa tantam Cæli partem motu regulari percurrat. Motus ejus fuit maxime inæquabilis; nam circa diem vigesimum Novembris descripsit gradus circiter 5 singulis diebus; dein motu retardato inter Nov. 26, & Dec. 12 spatio scilicet dierum 15 cum semisse descripsit gradus tantum 40, postea autem motu iterum accelerato descripsit gradus fere 5 singulis diebus, antequam motus iterum retardari cœpit: & theoria, quæ motui tam inæquabili per maximam Cæli partem probe respondet, quæque easdem observat leges cum theoria Planetarum, & cum accuratis observationibus astronomicis accurate congruit, non potest non esse vera.

1 Addit hic Noster incredibilem illum, sed felicissimum, & utilissimum laborem Edmundi Halley, qui perculsus tanto illius Cometæ consensu, collegit observationes omnes, quas obtinere potuit Cometarum usque ad sua tempora accurate observatorum, quos invenit 24, & omnium orbitas determinavit, ac in tabellam compegit, in qua singularum habentur elementa, quæ Noster hic exprimit: nimirum determinat planum orbitæ, determinando ejus inclinationem ad planum Eclipticæ, & nodos, in quibus

Ambages!) numeris loca repperit omnia prorsus
Consentire suis, cum de tribus illa relatis
Erueret quœiscumque locis, & cuncta videret
Haud quidquam diversa prius prodire notatis.
Ipse Cometarum proin horum elementa tabella
Inscripsit, doctumque etiam evulgavit in orbem:
Planitiem, Cælique plagam cujusque viai
Edocet, & qua quæque secet regione meantis
Terræ iter (extremas Mundi quod finge per oras
Distendi quoque, si sit opus), spatiumque, quod extet
A Solis medio minimum, & qua parte locetur
Conversum, vertex transversi scilicet axis,
Quoque hìc trajicitur, momentum temporis ipsum.
Hæc elementa tibi cum monstrent puncta secundæ
Omnia, quæ a cono est, formæ, primæ quoque partim
Monstrant, conspicitur dum cælo lux nova labens
Illa Cometarum, &, quo tum directa videri
Nobis debuerit quocumque in tramite, certum est.
Constitit e positis id legibus; unde necesse
Cum fuerit motus inter se mutuà quorum-
Cumque Cometarum necti, illæ e parte fuissent
Si non prorsum omni veræ, e tot rebus in alto
Æthere servatis, rationi cum potuisset
Res quævis facile officere haud accommoda falsæ,

Saltem

quibus ipsa orbita Eclipticam secat; minimam distantiam a Sole, quæ habetur in Perihelio, positionem Perihelii ipsius, in quo est vertex axis Parabolæ, ac tempus, quo Cometa ad id Perihelium appulit, quibus datis cetera loca omnia ad datum tempus facile determinantur methodo tradita ab ipso Halleyo. Porro illa orbitæ Parabolicæ pars computata ad sensum congruit cum parte orbitæ ellipticæ, quæ verè describitur, & quidem habentur methodi, quas & Halleyus ipse adhibuit, transferendi loca a Parabola ad finitimam Ellipsim, ubi differentia sensibilis ostendit in majore distantia a Sole arcus adhuc perspicui sensibilem recessum orbitæ ellipticæ a parabolica.

Porro cum adeo inter se connexæ sint omnium Cometarum orbitæ, & adeo cum Planetarum orbitis connexæ, cum quævis etiam unica observatio possit dissensu suo totam evertere theoriam, ejusmodi vero dissensus nusquam in tanto numero observationum circa tot Cometas habitarum occurrerit; jure sane affirmat Noster, inde sine ulla dubitatione erui debere, gravitatem solarem extendi per omne id spatium, in quo Cometæ versantur, & ejusmodi gravitate ferri Cometas ipsos in orbitis, quas eadem gravitas requirit.

Saltem aliqua offecisset, & una evertere cuncta
Sat foret, atque illam mendacem ostendere prorsus.
Quare cum numero e tanto nec dissonet una,
Omnia sic collecta simul suffragia firmant,
Quas docui, leges gravitatis in ardua fulæ
Illa etiam spatia, excurrunt queiscumque Cometæ;
Unaque rerum vox Naturæ detegit artem.
Adde [1], quod ex illo dein tempore ad ultima demum
Quotquot fulserunt hæc tempora nostra Cometæ,
Et servati omnes, numerisque recentibus omnes
Suppositi, atque omnes his convenisse reperti;
Proin ut nil Cælo constet jam certius omni,
Nec mage quod falsi procul a regione recedat.
Sex [2] velut a spatiis astrorum, atque ordine noto,
Et motu, ratio percepta est ordinis horum,
Motùsque, spatiique, ad Solem scilicet una
Lege trahens gravitas; sic a gravitate, suaque
Lege Cometarum fieri qui finxerat ipsos,
Quos tum ignorabat, motus, re denique tales
Deprendit vera, motusque hos limite fixit
Incertos certo, atque errore exemit ab omni;
Hìc & opinandi varios sic sustulit usus,
Et magis inventos gravitatis constabilivit
Undique firmatos ita mores: quin magis harum
Aucta

1 Confirmat hanc tot Cometarum inductionem Cometis omnibus, qui post Haleyi obitum apparuerunt, quorum orbitas subinde computarunt Astronomi, & semper iisdem gravitatis legibus, & Newtonianæ theoriæ conformes invenerunt. Halleyanarum, & sequentium omnium catalogum cum orbitarum elementis tradidit in suis Astronomicis lectionibus Caillius vir in Astronomia potissimum summus, quos habet 48, & postremi, qui superiore anno 1757 Septembri mense apparuit, orbitam computatam transmisit Viennam ad P. Scherfferum doctissimum e nostra Societate hominem, qui latinè redditas ibidem edidit lectiones ipsas. Nulla observatio e tam multis institutis post inventam, evulgatamque theoriam ipsi adversata est, quod quidem casu accidisse, nemo sibi sanus facile persuadebit.

2 Lectorem hic suum remoratur Noster Philosophica animadversiuncula quadam hujusmodi. Newtonus e Planetarum situ, & motibus gravitatem generalem deduxit: ex ipsa eruit, cujusmodi deberent esse Cometarum orbitæ, quas tum ignorabat. Assumpsit ejusmodi orbitas, & comparavit loca iis debita cum observationibus, quæ cum consenserint, fuerunt quidam veluti testes, qui quo plures extiterunt

Aucta fides rerum; quidquid servatur ubique
Nimirum, numerus testantum crescit id ipsum,
Et nihil est, quod diffideat, prorsusque repugnet.
Et velut incorrupta, atque optima proinde, fatemur
Judicia esse inter Cives, ubi rem neque turbæ
Aut favor, aut odium, nec dives copia fandi,
At verique secant testes, mutæque tabellæ,
Resque ipsæ, quæ sunt certa ratione peractæ;
Sic itidem nos de Natura recta putandum est
Judicia exercere, quibus non jam ulla tributa est
Aut blandis commendantum pars vocibus, ulla
Vocibus aut contra pugnacibus adversantum;
Delatæ partes servatis ante sed omnes
Rebus, & assiduo collectis undique ab usu,
Atque eadem semper testantibus; & licet inde
Obscura interdum reddantur, & indupedita,
Quod bene res nequeas vigilanti prendere sensu,
Insincera tamen nunquam, corruptaque constant
Responsa, ut valeant te ad fraudem cogere flecti,
Mendacique velut fulgore abducere captum.
Propterea [1] jam non, an forte antiqua Virorum
Rebus in his eadem steterit sententia, quæras,
Nec nimis hanc præ Natura, rebusque moreris;
Quanquam ita multa fides in vulgus conciliatur
Dictis, & priscis accedit pondus ab annis,
Ut quidam pretium tantis adjungere rebus
Optantes donent ætatibus hæc nova priscis;
Cum Veteres nil non possint docuisse videri;
Ambigua in multis qui sunt ratione locuti.

Hæc

runt, eo magis invento illi fidem conciliarunt. Hæc nimirum est vera philosophandi methodus, in qua nihil auctoritati, & gratiæ, sed totum observationibus tribuitur, quæ quidem ob sensuum imbecillitatem ambiguæ quandoque esse possunt, mendaces esse non possunt, si sat's accuratè instituantur.

1 Infert jure illud, nihil nos hac in re morari debere Veterum auctoritatem, nec ad assensum præstandum gravitatis generalis theoriæ, debere investigare, an Veteres Philosophi illam agnoverint, atque docuerint. Adhuc tamen esse affirmat quædam, quæ quibusdam videantur indicia, quibus denotetur etiam Veteres agnovisse legem gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ Planetas circa Solem circumducerent, ac id ipsum per quædam velut ænigmata posteritati prodidisse.

Sunt

Hæc igitur rentur Veteres novisse reperta,
Qui Sene cum Samio quondam excepisse feruntur
Concentus Cæli divinos, harmoniamque,
Si non auribus, at sensu interiore stupentes,
Et mira penitus mentis dulcedine capti.
Propterea, Phœbum chordas agitare trementes,
Et canere ad cytharam, fictum, circumque choreis
Exultare leves, & in orbem plaudere Musas.
Duxisse ex vera nempe hoc ratione fatentur,
Verborum obscuris atque involvisse latebris.
Diversæ inter se si vi non impare chordæ
Tendantur, varios percussæ pectine reddent
Illæ, quod tentans facile experiere, sonores:
At si diversis contra tantùm una trahetur
Ponderibus, singillatim quæ mutuà sese
Excipiant vario pro tempore, quæque vicissim
(Sed versa vice) sint, ut longi nempe priorum
Chordarum tractus, repetas si quemlibet in se,
Illa sonos iterat sola omnes, prorsus eosdem,
Nunc hos, nunc illos (iteres si ad singula pulsum
Pondera) multiplex queis nuper chorda tremebat.
Quare, chordarum referunt quæ pondera tractus,
Quos in se repetas, inversoque ordine nectas,
Unam nimirum extendentia pondera chordam
Efficere harmoniam possunt, sensumque movere
Suaviter, & dulci perfundere pectora motu.
Consimile est quiddam, si circum obeuntia Solis
Extendas vires in sidera; scilicet ipsas
Concipias Solis vires vaga in astra, Cometasque

Inten-

Sunt nimirum, qui credant huc respexisse harmoniam illam, & concentum cælestem, quem a Philosophis quibusdam, ut a Pythagora, Samio nimirum cive, exauditum olim Veteres prodiderunt, ut & Phœbi cytharam, ac Musarum choreas. Nam illud constat, chordas æque tensas diversæ longitudinis, diversos sonos edere, nimirum eo graviores, quo longiores sunt: quod si ad chordam eandem tendendam adhibeantur diversa pondera alia post alia, quæ sint in ratione reciproca duplicata priorum longitudinum chordarum æque tensarum, eosdem haberi sonos, qui habebantur prius. Hinc arbitrantur vires gravitatis, quæ sunt itidem in ratione reciproca duplicata distantiarum, sive intervallorum, quibus Planetæ a Sole, nimirum a mythologico Veterum Phœbo distant, illis ponderibus, & distantias

hasce

Intendi varie, proin & diverſa referre
Pondera poſſe, minora quidem creſcentibus ipſis
In ſeſe ſpatiis repetitis, quæ videantur
Proin vice chordarum fungi, queis nempe viciſſim
Nexa inter ſeſe mediis ſint aſtraque, Solque.
En igitur ſpecies concentùs, harmoniæque,
Qua Cæli varios per motus conſonat ordo,
En Phœbus vocem inflectens, cytharamque retentans,
Ellicienſque melos varium, & diſcrimina vocum
Pluribus e chordis jucunda, jubenſque Camœnas
Ire, redire vias circum, & glomerare choreas
Per varios ductas flexus, pulchroſque per orbes,
Scilicet aſtra quibus circumvaga corripiuntur.
Mos erat hic olim, Veteres quæ multa docebant,
Indoctam plebem celare, animoſque profanos,
Et procul ipſas res, tenuique in parte referre,
Credebant fidis tantùm quas auribus, atque
Tentatis animis per dura, per aſpera longùm,
Scilicet integris vitæ, egregiique ſilentj.
Quamvis hæc igitur ſolers magis eſſe videri,
Quam mihi vera queat ratio, qua creditur ætas
Priſca Virum Solis vires texiſſe trahentes
Voce ſub harmoniæ, quam deſuper æthere ab alto
Demiſſam in terras jactabant cominus illi
Seſe, dum Cælum convertitur, exaudire,
Inter & eſſe choris, vulgo admirante, Deorum,
Haud nimium pugnem, rem tantam auctoribus illis
Tu quoque ſi dones, neque tum latuiſſe rearis.
Quidquid [1] id eſt, alios uſus, moremque ſequuti

Nos,

haſce illis longitudinibus expreſſas, quæ ſonorum diſcrimina exhibent ad harmoniam neceſſaria; has eſſe chordas Phœbeæ cytharæ, & Planetarum orbiculares motus eſſe illas Muſarum choreas.

Et quidem agnoſcit ultro Noſter fuiſſe hunc Veteribus morem, ut abſtruſiora quæque, & ſublimiora Philoſophiæ arcana ſymbolicis quibuſdam notis, & vulgo imperviis obtegerent, revelanda ſtudioſis tantummodo, & Philoſophiam appetentibus; adhuc tamen ingenioſior illi videtur, quam ſolidior hæc conjectura de Veterum notitia gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

1 Improbat hic jure eum morem tradendi Philoſophiam involutam myſteriis ejuſmodi, & Naturæ arcana ſatis per ſeſe abdita, & abſtracta, magis adhuc obducendi caligine, & obruendi, per ſymboli-

cas,

Nos, quæcumque datum eſt reperire, ſuiſque latebris
Eruere inteſtum, claris evolvere dictis
Conamur, ſuperaſque palam proferre ſub auras.
Naturam ſatis eſt variis ſe obducere formis,
Prætentaque ſuas artes caligine velle
Sepire, in cæcos atque abdere ſponte receſſus;
Quid tenebris tenebras, nocti juvat addere noctem?
Quæve hæc ambitio eſt, minus, intellecta, morari,
Noſtra ut ſint, alii quam ne ſecreta locutos
Non admirentur, ſtudioque ſequantur inani
Propterea, Phœbi quaſi cæca oracula captent?
Suſpecti tibi ſint certe, qui oſtendere Verum
Dum ſpondent, famæ magis inſervire videntur;
Illud enim qui vidit, idem proponere vulgo
Protinus, oblitus jam tum famæque, ſuique,
Exundante animi mira dulcedine, geſtit,
Illius & late prolatam expandere lucem.
Sed [1] jam ad finitima, & veluti cognata reperta
Progrediamur ab his paulatim, ad cetera porro
Multa; retectarum procul eſt quippe ultima rerum
Meta, & adhuc longi curſus pars magna relicta eſt.
Ergo hinc indicium certum eſt, in Sole receptas
Non tantùm vires, quibus ad ſe cuncta reducit;
Munus at hoc omnis late, quæcumque ſit, eſſe
Materiæ, partes ad ſeſe illius ut omnes
Contendant, omneſque trahant, pariterque trahantur,
Sintque graves omnes, quotquot ſunt, undique in omnes,
Pluſve, minuſve, velut ſunt intervalla minora,
Seu majora, in ſe repetita, ut ſæpe tibi ante

Dixi-

cas, & intellectu difficiles expreſſiones. Claritati in primis debere operam dare eum, qui Philoſophiam docere velit, ſolidum univerſi humani generis fructum exquirendo, non vanæ gloriolæ inanem fumum captando.

1 Confirmata per Cometas gravitate in Solem ulterius progreditur, ut demonſtret, gravitatem ipſam eſſe generalem, & mutuam inter omnes particulas materiæ, ut omnes particulæ æquales æque ſe mutuo trahant in iiſdem diſtantiis, & in diverſis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quam rationem reciprocam duplicatam intelligi vult, ubicumque de gravitate agens eam dixerit reſpondere diſtantiis, licet id ipſum aperte non exprimat per illud ſuum diſtantias in ſe repetitas, ſpatia in ſe repetita.

Diximus, & ſæpe eſt dicendum, & omittere ſi fors
Contingat quandoque, vide, ne prorſus omittas
Percipere ipſe animo, & ſenſa hæc adjungere verbis.
Argumenta [1] probent, genus id, tibi plurima verum,
Sed longum nitidis, durumque evolvere verbis
Cuncta ſit, ipſe legam pauca, & potiora docebo.
Aſtrorum quæ forma vagantum eſt? nonne globoſa?
Nonne Cometarum pariter? prælata ſit una
At cur hæc aliis? qua ſe ratione tueri
Contra omnes queat, & nunquam decedere victa?
Nempe trahit pars una aliam, trahiturque viciſſim
Aſſimili vi, noſtra trahit qua corpora Tellus,
Tellurem qua Sol trahit, & vaga ſidera circum.
Ulla ſit an ratio, partes qua pergere molis
In latus hoc potius, quam poſſint illud? oportet
Quapropter totum tendendi in corpus oriri
Vires a junctis nimirum viribus, omnes
Queis ſingillatim in partes connititur omnis
Undique pars, quocumque loco ſita quælibet extet,
Dextrorſumve, ſiniſtrorſumve, extrave, vel intra.
Mutuus in cunctis proin niſus partibus extat.
Poſſis [2] hunc etiam cognoſcere, corpora quæque

Oppo-

1 Proferre incipit ea, quæ probent, gravitatem eſſe mutuam inter particulas omnes. Primum eſt figura globoſa aſtrorum. Ea oritur in noſtra Tellure a vi gravitatis, qua quævis particula tendit in Terram, & ex principio actionis, & reactionis æqualium, tota Terra in quamvis particulam, quemadmodum oſtendimus lib. 2 ad verſ. 359. Igitur & ibi a ſimili vi mutua oritur ejuſmodi figura, quæ nec orta fuiſſet, nec tam conſtanter conſervaretur ſine ejuſmodi vi mutua. Eſt autem ea vis ejuſdem generis, ac vis, qua in Solem gravitant Tellus, & Planetæ, ac Cometæ. Nimirum hæc gravitas dirigitur ad omnes Solis particulas, & eſt omnium particularum Terræ, aut alterius Planetæ; non unius potius, quam alterius, in unam, quam alteram. Transferatur particula Terræ in Solem, adhuc ibi in alias gravitabit, ut prius gravitabat, adeoque & reliquæ partes materiæ exiſtentis in Sole in ſe invicem gravitant, & ſic de reliquis. Hoc jam eſt quoddam validum indicium gravitatis mutuæ, & ad idem pertinentis genus virium.

2 Progreditur inde, & infert, gravitatem eſſe mutuam etiam inter Solem, & Terram, inter Solem, & Planetas Primarios, ac inter Primarios, & ſuos Secundarios: ut itidem inter Terram, & Lunam exemplo nimirum particularum globoſæ figuræ in ſe mutuo agentium vi, quæ, cum poſſit, debet ad idem virium genus referri.

Oppositis quod agunt æqualiter, & quod aguntur
Frontibus inter se; quæ corpora proinde trahuntur,
Ipsa etiam trahere, & contra, fateamur, oportet.
Mutua propterea Solem vis astra trahentem
Viribus oppositis gravitatis in astra vicissim
Efficit adniti consurgere, quæque Secunda
Saturnumve, Jovemve petunt, simul astra necesse est
A Jove, Saturnove peti, & quoque vincere victa.
Nostraque Terra etiam, dum Lunam adducere tentat,
Atque gravem facit, in Lunam gravis ipsa feratur,
Est [1] opus: hoc vario tumor æquoris indicat æstu,
Qui sequitur Lunæ cursus, auditque moventem.
Sena [2] quoque inter se nituntur viribus astra;
Proin turbare suos cursus vicina videntur:
Quod noscas, subter propior cum Juppiter astat
Saturno, comitumque agitantur utrinque cohortes.
Mutuus hic amor est, coeant, junctique ferantur,
Abripiat vis invitos vi major in orbem
Quemque suum, procul & cognato a lumine flectat.
Illis proin paulum Cæli, quas diximus ante,
Legibus a ternis decedere quemque notamus;
Quin [3] vaga cætera ab his decedere tempore longo
Astra

1 Gravitatem Terræ in Lunam confirmat argumento petito a maris æstu, quo maria intumescunt, & versus Lunam assurgunt; cujus quidem phœnomena quam accurate respondeant gravitati partium omnium Terræ in Lunam, ac Solem, patebit inferius.

2 Mutuam esse gravitatem etiam inter Planetas primarios illud indicat, quod hic addit, Jovem, ac Saturnum, cum ad se invicem accedunt, turbare motus suos, & Satellitum suorum, ac illud etiam, quod in omnibus Planetis apparent aberratiunculæ quædam a tribus Keplerianis legibus, unde oritur etiam illud, quod Astronomicæ tabulæ, posteaquam aliquo tempore satis accurate consenserunt cum observationibus, incipiant dissentire. An non hæc omnia proveniant ab actione mutua perquam exigua illa quidem, respectu gravitatis in Solem, cujus moles est tanto major, sed non aut penitus nulla, aut etiam effugiente omnem sensum.

3 Huc usque omnia illa Naturæ phœnomena, quæ initio hujus libri præmiserat, adhibuit pro determinatione gravitatis generalis per analysim quandam investigata, & e phœnomenis deducta. Hic jam adhibet analogiam, & simplicitatem Naturæ, & ejus vi, quæ inventa sunt in tot corporibus, & corporum particulis, transfert ad omnes particulas materiæ, eas etiam, circa quas experimenta, & observationes immediatas non habemus, vel

Astra (moventur enim paulum turbata vicissim),
Ut Tabulæ illorum loca, tempora, mobilitates,
Et spatia, & cursus referentes ordine certo
Incipiant sæclis confectæ errare vetustis,
Mutato Cælo haud mutatæ scilicet ipsæ,
Poscere & incudi se reddier, & renovari,
Atque iterum ex obitu florente ætate renasci.
Simplice nitatur porro cum pergere semper,
Quidquid agit Natura, via, nec in omnibus unam
Non spectet rebus rationem, consimilemve;
Jam fateare, opus est, proprium quoque materiai
Scilicet hoc omnis munus trahere esse, trahique,
Cum quæ subjecta est nobis, trahat, atque trahatur,
Quo possunt sensus pertingere cumque, trahentem,
Tractam & materiem servantibus undique nobis.
Nonne sat esse queant proin tot servata, videri
Cunctis corporibus gravitas ut possit inesse,
Quorum in se partes nitantur viribus æquis
Æquis in spatiis; sed cum sunt impare tractu
Distantes illæ, vires minuantur eundo
Non alio, quam quo firmatum est, more? videtur
Quandoquidem par esse, ut, quidquid possit ab ipso
Munere deduci, cum tu deduxeris, atque id
Deductum porro servatis congruat apte,

Res

vel etiam circa quas habere non possumus. Id quidem jure, ex principio inductionis, cujus vim exposuimus in supplementis ad lib. 1 §. 11.

Ille quidem eodem analogiæ principio addit vires ejusmodi servare rationem reciprocam duplicatam distantiarum, quam invenimus in gravitate Planetarum Primariorum in Solem, Secundariorum in Primarios, ac Lunæ, & nostrorum gravium in Terram. Ego ejusmodi rationem censeo etiam in majoribus distantiis, adeoque in iis etiam casibus non esse accurate talem, sed ad eam accedere quamproximè, ita tamen, ut in minimis distantiis, in quibus particulæ sibi quam proximæ in se invicem agunt, recedat plurimum ab ea lege, cum aliam generaliorem sequatur, quæ ad reciprocam duplicatam distantiarum accedat in majoribus tantummodo distantiis, quam sententiam & Noster exponet pluribus tomo quarto. Verum id nihil turbat ea omnia, quæ in hoc tomo pertractabuntur, & quæ pertinet ad vires agentes in ejusmodi distantia, in qua illa lex quadrati distantiæ reciprocè sumpti servatur quam proxime.

Posteaquam ad legem gravitatis generalis evasit per analysim cum Nevvtono, jam ea assumpta, ut

per

Res quoque, quæ nequeant servarier, esse rearis
Consimiles aliis, deductas utpote eadem
Duntaxat ratione; super quia nulla profecto est
Præterea ratio, atque aditu præcludimur omni.
Tanti proinde Viri vestigia fixa premendum est,
Ire, redire vias Naturæ simplice filo
Qui novit, textumque hoc grande retexuit omnes
Scrutatus vires, sua nec vestigia flectens
Usquam alio, quam quo detectæ denique ducunt
Vires, ipsa viget per quas fœcunda, novando
Incubat & fœtu Natura, auctumque ministrat.
Sic etiam invento capiuntur sæpe cubili
Per nemus hirsuta teneri cum matre catelli.
Quare age, materia cum mutua constet in omni
Undique vis, quid jam fieri tum debeat, & quæ
Plurima sint exinde orientia munera, nosce.
Principio [1] punctum si conducatur in unum
Moles materiæ quævis, pariterque receptet
Alterum item in punctum se corporis altera moles,
Ast impar, quacumque velis ratione, priori;
Illa prior rapietur in hanc, rapietur in illam
Hæc quoque; visque, prior qua nititur, est opus æqua
Alterius sit vi nitentis, nam manifestum est
Æqualem vim vi, cum sese mutua raptant,

per synthesim delabatur itidem cum Newtono, & ad illa, unde ipsam derivaverat, & ad alia, quæ prius non innotuerant, proponit hic investigandum, quid ex eo virium principio consequatur.

1 Primo quidem deducit illud: si binæ massæ utcumq; inæquales concipiantur per compenetrationem reductæ ad bina puncta, singulæ ad singula; tota vis, qua tota massa prior tendet in totam secundam, erit quidem æqualis toti vi, qua tota secunda tendet in totam primam; cum nimirum, si concipiantur omnia binaria, quæ possunt constituere singulæ particulæ massæ alterius, cum singulis alterius, eæ vires componantur ex æquali numero binariorum virium æqualium, quæ in binas quasque æquales particulas æque agunt: sed vis, qua quævis particula primæ massæ urgebitur in totam secundam non erit æqualis vi, qua quævis particula massæ secundæ urgebitur in totam primam, sed major, vel minor in ea ipsa ratione, in qua e contrario numerus particularum massæ secundæ est itidem major, vel minor, quam numerus massæ primæ. Nam illa quidem componitur e tot viribus æqualibus, quot sunt particulæ massæ secundæ, hæc a tot viribus, quot sunt particulæ massæ primæ. Erit igitur vis puncti cujusvis massæ tendentis in aliam massam pari distantia, ut massa, in quam tenditur, non ut massa, quæ tendit.

Singula sed quæ vis punctum unumquodque prioris
Materiæ raperet, sic puncta & in altera ferret,
Par foret haud illi contra vi, quodlibet iret
Qua punctum alterius stipata ad puncta prioris,
Sed tanto major, quanto puncta altera plura.
Vis, in congerie quapropter quodlibet una
Qua rapitur punctum, debet pendere trahentis
Punctorum a numero; numerus nihil hic suus addit
Punctorum; properat quoniam unumquodque sua vi.
Et [1] quia mobilitas oritur vi, non ea certe
Materiæ raptæ respondet, sed rapienti.
Sic superà æquali lapsu celerare probatum est
Scilicet in terram parva, atque ingentia eandem
Pondera. Quapropter gemina ratione necesse est
Mutari vim posse, hæret quæ in corpore tracto,
Mutato aut numero punctorum nempe trahentum
(Quo crescet crescente, minutoque imminuetur),
Interceptorum mutato sive locorum,
Quo distant, spatio, veluti jam diximus ante.
Sic ab inæquali gemino si corpore moles
Una trahatur (at intervallum utrinque sit æquum)
In majus major tendet vis, dupla, quaterna,
Denave, vel centena; illud duplove, quaternove,
Aut si sit deno, aut centeno corpore demum.
Sin [2] tum sint spatia imparia, imminuetur ibidem

Pro

1 A vi puncti cujusvis massæ tendentis transit ad celeritatem genitam in ipsa massa. Celeritas genita in quovis puncto erit proportionalis vi ipsum urgenti. Sed celeritas totius massæ dicitur ea ipsa, quam habet quodvis ejus punctum. Igitur & massæ tendentis totius celeritas erit, paribus distantiis, proportionalis massæ, in quam ea tendit, quin ejusmodi determinatio ullo modo respiciat massam ipsam tendentem.

Hinc autem oportebit distinguere in massa quavis tendente duplex virium genus, vim motricem, quæ in nostris terrestribus gravibus est idem, ac pondus, & ea est proportionalis, pari distantia, tam massæ, quæ tendit, quam massæ, in quam tenditur; ac vim acceleratricem, quam plerumque intelligimus solo nomine vis gravitatis, & ea paribus distantiis est proportionalis soli massæ, in quam tenditur, quin ad ejusmodi determinationem pertineat ullo pacto massa, quæ tendit.

2 Addit, quid accidat, ubi distantiæ sint inæquales; nimirum sunt vires præterea in ratione reciproca duplicata distantiarum. Gravitet punctum in unam massam, & aliud in aliam quadruplo, seu cen-

Pro ſpatiis in ſe repetitis; quæque quaterna,
Aut centena foret vis, unum cum removetur
Seu bis, ſeu decies corpus, fit non niſi ſimplex,
Exæquatque alii ſeſe, atque hinc plurima tute
Ire per exempla, & vim quamque putare valebis.
Si [1] vero non ſint, ut finximus, utraque nuper
Corpora denſata, & geminum facientia punctum,
Revera ut non eſſe videmus, nec queat eſſe;
Majus opus, majorque labos, ars major ibidem eſt
Quærere vim, in molem qua moles altera tendit.
Eſſet opus primo vim quærere, quodque prioris
Qua punctum in molem rapitur, celeratque ſecundam,
Viribus e totidem conſtantem, compoſitamque
Nimirum, ſunt alterius quot ſingula puncta;
Colligere hinc primæ vim totam, viribus omnium
Unà a punctorum conjunctis exorituram,
Quæ quia ſeſe inter vicinos puncta, valenteſque
Ob raptus corpus coaleſcunt omnia in unum,
Mutuum ob auxilium præſenſque ut conficit urbem
Unam conjunctus populus, debere fatendum eſt
Unum hærere alii, dum pellitur, & ſimul una
Omnia mobilitate moveri, quæque minorem,
Majoremque inter media eſt: nam quodlibet unum
Non æque punctum a punctis raptantibus extra
Cum diſtet, non æquam itidem vim percipit illinc;

centuplo majorem, ſed poſitam in dupla, vel decupla diſtantia: eorum gravitates erunt æquales: nam ſecunda gravitas ratione maſſæ deberet eſſe quadruplo, vel centuplo major, & ratione diſtantiæ itidem quadruplo, vel centuplo minor, adeoque vires ejuſmodi æquales remanent. Facile eſt alia ejus generis exempla ſibi deligere, quot libuerit.

1 Hæc, quæ dicta ſunt, pertinent ad maſſas, quæ concipiantur compenetratæ ſingulæ in ſingulis punctis: quod ſi particulæ aliæ extra alias poſitæ ſint, ut debent eſſe, & aliquam molem conſtituant, res eſt multo operoſior. Oportet determinare ſummam virium, quibus quodvis punctum maſſæ tendentis tendit in omnia puncta maſſæ alterius, habita etiam ratione directionum diverſarum, quæ ad eandem quandam communem reduci debent: tum colligere ſummam virium, quas habent ſingula puncta maſſæ tendentis conſtantes ex prioribus illis ſummis, facta hic etiam reductione ad mediam directionem communem: nam ob nexum punctorum eam maſſam conſtituentium orietur in ea velocitas reſpondens ejuſmodi vi mediæ collectæ ex ſummarum ſumma.

Cumque plagæ varient etiam, in quas quodque agitatur,
Confit diversis regio regionibus una
In medio, qua puncta simul connexa ferantur.
Verum [1] has ad vires generatim perspiciendas,
Et, quæ sint, omnes censendas cominus ire
Difficile est plusquam possint contendere Musæ,
Celsior exsurgit Permessi vertice mons hic,
Et longe divisus, & invius extat ab illo:
Difficile est etiam hunc jam prima ab origine fontem
In varios huc, atque illuc deducere rivos:
Accedam sed jam ad deductos, ac per apertum
Aggere dimoto veluti telluris euntes,
Quos & trajicere, & vada pertentare queamus,
Et quemque a proprio metiri, & noscere fundo.
Intra [2] si crustam quavis de parte globosam
Punctum ubicumque loces unum, quod lege trahatur
Jam tibi supposita, immotum perstabit ibidem
Sentiet & vires, nec victum viribus ibit,
Librantur quoniam oppositæ, officiuntque vicissim.
Hoc [3] fit item, primam coni si crusta figuram
Proscissi referat, similem utraque, scilicet intra
Et quæ clausa latet, quæque extra inflectitur, atque
Inter se quibus est punctum commune relatis
In medio; interno siquidem vicinius uni

Tum

1 Jure affirmat hanc perquisitionem esse maximè arduam, & Musis penitus inaccessam; adeoque pollicetur tantummodo, se enunciaturum quædam jam ab aliis inventa, & demonstrata. Generales methodos cum aliquot præcipuorum theorematum deductione proferemus in supplementis.

2 Primo loco profert theorema hujusmodi. Si punctum materiæ locetur intra crustam sphæricam, sive orbem sphæricum terminatum binis superficiebus sphæricis concentricis; id punctum ibi nullam vim sentit, viribus oppositis se mutuo destruentibus hinc, & inde. Id theorema, ut & sequentia, quæ hic profert, a Newtono demonstratum fuit non pro orbe tantummodo, sed etiam pro simplici superficie sphærica.

3 Idem affirmat etiam in orbe elliptico accidere, clauso nimirum binis ellipticis superficiebus concentricis similibus, & similiter positis. Innuit & rationem; quod nimirum si punctum illud accedat ad alteram orbis partem magis, quam ad alteram, quanto plus vivida sit vis punctorum propiorum trahentium in unam plagam, quam punctorum trahentium in oppositam, tanto itidem accuratè minor sit horum numerus, quam illorum. Inde autem deducit illud; punctum in spatio

vacuo

Tum lateri atque axi ſtatuas ſi ductile punctum,
Parte venit propiore vigor mage vividus urgens,
Languidior parte ex alia, at numeroſior inſtat,
Materiæ magis eſt tantundem namque trahentis;
Utraque proin momenta æquo conamine pollent,
Nec ſtatione ſua poſſunt deducere punctum,
Ejus nec poſſunt motum turbare receptum
Fors alia a cauſa, nec demere, & addere quidquam,
Quin ratione una peragatur, qua fuit ortus.
Obſtabunt [1] tamen his, ſi non hæc cruſta ſit æque
Circum denſa; at eam ſi veſtiat altera cruſtam
Extra, aut interius diverſa, atque altera porro
Cortice diſſimili, & condenſo pluſve, minuſve
Obtegat; ille ſtatus puncti haud mutabitur, ut ſi
Una ſinu quævis ex illis claudat inani:
Propterea neque erit, queat ut mutarier una
In cruſta, quæ, qua craſſa eſt, hoc ordine eodem,
Qu[illegible] medio, fiat mage denſa, minuſque.
Extra [2] materiæ faciem nunc pone rotundæ
Punctum, raptus erit mediam illius in regionem,
Acſi materies denſata ibi tota coiſſet,
Directus; quanquam ſunt puncta trahentia multa
Materiæ hanc citra regionem, proin magis ad ſe
Adducentia, & ultra itidem ſunt plura locata,

vacuo conſtitutum intra ejuſmodi orbes debere perſeverare in ſtatu quietis, vel motus uniformis in directum, in quo forte ſit poſitum ab alia cauſa quacumque, tanquam ſi ille orbis non adeſſet.

1 Hic monet illud, hujuſmodi æquilibrium turbari, ſi materia intra eum orbem conſtituta non ſit ubique denſitatis ejuſdem, quod quidem patet; ſi enim æqualis denſitas æquilibrium inducit, inæqualis jam ipſum tollit. At ſi alii, atque alii ſint orbes ejuſmodi incluſi orbibus, & denſitas ſit quidem eadem in orbe quovis, ſed in diverſis orbibus utcumque diverſa; adhuc æquilibrium idem fore; quod itidem patet; ſi enim ſinguli orbes nullam inducunt vim, nec omnes ſimul ullam vim poſſunt inducere, cum nihilorum ſumma quævis ſit nihilum.

2 Conſiderat jam hic punctum poſitum extra ſuperficiem ſphæricam. Affirmat autem, id punctum debere attrahi ab omnibus ſimul eadem prorſus vi, qua attraheretur, ſi omnia ſuperficiei attrahentis puncta eſſent compenetrata in centro ſphæræ. Propiora quidem trahunt magis, quam ſi ibi eſſent, remotiora minus; quæ ſunt ad latera, trahunt oblique directione reducenda ad mediam; ſed habita ratione eorum omnium, geome-

Propthereaque minus rapientia; quæque jacebunt
Hinc illinc puncta, obliqua ratione movebunt,
Proin vis conspirat partim, & partim perit ipsa.
His e principiis si summam educere motùs
Jam cupies omnem, nosces vim prorsus eandem
Esse, acsi media facies regione coiret;
Proin huc extrorsum punctum contendat, oportet.
Fiet idem, solidus si sit globus, & varianti
Natura, ut libeat, repletus materiai,
Tractibus e medio tamen ut densetur in æquis
Æque, nec spatio varietur, ni variato.
  Rebus [1] ab his facili possis cognoscere nisu,
Si duo sese orbes, solida vel mole vicissim
Hinc, atque inde globi raptent, ut quodlibet unum
Unius punctum nitatur quodlibet unum
Ad punctum alterius, queis dixi legibus ante;
Non agere hanc aliter gravitatem mutuam utrinque,
Quam si utrinque suam conducere se regionem
In mediam fingas ea corpora, nec nisi bina
Ut perstent totas vires servantia puncta.
Legem igitur, duo quam sese inter puncta trahendi
Servant, materiæ vel magna a mole necesse est
Servari, in geminos ea si conflata sit orbes,
Pro spatio, ut dico, media a regione utriusque.
Propterea vasti palantia sidera Cæli

Cum

tricè demonstratur ita omnia compensari, ut exsurgat eadem vis, quæ haberetur punctis omnibus in centro sphæræ constitutis.

Hinc autem consequitur illud, quod subdit, si globus constet materia, quæ circumquaque in eadem a centro distantia eandem habeat densitatem, utcumque eandem mutet in progressu a centro ad superficiem; adhuc tamen punctum positum extra ipsum debere attrahi, uti attraheretur, si ea omnis materia esset collecta, & compenetrata in centro sphæræ.

1 Illud statim infert, quod inde facile colligitur, nimirum si duo globi adsint, quorum puncta se mutuo trahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, ac in pari a centro distantia circumquaque habeant singula eandem densitatem quamvis, etiam alterum globum ab altero debere trahi ita, ut traheretur, si omnis materia in suo utriusque centro compenetrata coiret; adeoque in hac gravitatis lege globi integri ingentes eandem servant legem, quam particulæ minimæ, sive singula puncta, nimirum itidem reciprocam duplicatam distantiarum. Quamobrem cum astra sint formæ ad sensum globosæ; vim ipsorum mutuam debere eandem pariter legem sequi.

Cum sint, ut sensu deprendis, fronte rotunda,
Horum hac si partes raptentur lege, vicissim
Hac ipsa debere trahi quoque tota fatendum est.
Hoc [1] aliis in mille, velis quas fingere cumque,
Materiæ fieri non possit legibus; ergo
Scrutantes quidam; quid Mundi illexerit ipsum
Artificem, legem ut voluisset materiai
Ponere, quam doceo; multis rationibus addunt
Hanc etiam, totis communem scilicet istam
Corporibus legem, queiscumque & partibus esse
Illorum exiguis, &, quo libet, usque minutis.
Præterea [2] duo puncta globorum fulta duorum
Frontibus externis si sustineantur (ut ipsi
Materia simili, non æqua mole sed extent),
Quantum distabit media a regione pilai
Quodque suæ, tanta vi connitetur in ipsam;
Et quamvis tum forte globo includatur in uno
Tantum materiæ, quanta conflare minores
Hos alios octo posses; non major ibidem
Tanto vis erit ipsa, at duplo scilicet; illud
Ut duplo a media punctum regione recessit
Plus quam aliud. Ratio est horum manifesta profecto;
Namque rotunda trahunt duo sic ea corpora, punctum
Quodque suum, veluti traherent, utriusque coacta

1 Hic innuit illud, quod Maupertuisius protulit ad finales causas pertinens; nimirum cum hoc soli conveniat rationi reciprocæ duplicatæ distantiarum inter infinita numero legum aliarum genera, idcirco hanc legem perfectissimam esse, & ab Auctore Naturæ debuisse aliis anteponi.

Id quidem Noster commemorat tantummodo, nec probat, nec reprobat. Ego quidem nec video, cur debeat censeri omnium perfectissima ea lex, in qua globi candem habeant legem virium, quam puncta, cum nec ea mihi quidem videatur ingens perfectio per sese, & eo ipso, quod habeatur in globis, haberi in reliquis figuris non possit; nec arbitror idcirco eam eligi debuisse, aut electam esse, cum non nisi in globis continuis perfectis, & pari a centro distantia homogeneis habeatur, globi autem ejusmodi in Natura nulli sint etiam in communi sententia de continua extensione materiæ. Et quidem in mea theoria hæc ipsa lex decrescendi in ratione reciproca duplicata distantiarum nusquam accuratè observatur, sed in magnis distantiis ad eam acceditur tantummodo quam proxime, in minimis ab eadem in immensum receditur.

2 Inde illud deducit, si duo puncta collocentur in superficiebus binorum

Undique si medias introcessisset in oras
Materies; sed tum majoris quælibet æqua
Particula e medio vis quarta parte vigeret
Tantùm, nam spatii distaret duplice tractu.
Quare si major quater esset particularum
Istarum numerus, vis tum foret æqua; necesse est
Ergo ut sit duplex, si bis quater iste sit auctus.
Hoc [1], licet, extendas generatim ad corpora quæque
Assimilis formæ, & naturæ, ad dura metalla,
Aut lapides geminos in quadrum, pyramidisque
In speciem sectos, vel coni, aut forte cylindri,
Vel rhombi, alterius cujusvis sive figuræ,
Excurrat quæ in planities quotcumque; locabis
Bino, quodque suo, genus id, nam corpore supra
Si duo puncta sitùs parili ratione, trahetur
Quodque suo tanta vi, respondentibus oris
Metiri quantam, laterisque excursibus ipsis,
Cui situs assimilis proprio sit corpore, possis.
Quandoquidem similes si in partes quodque secetur
Corpus, & æquali numero, quocumque libebit,
Quæ-

rum globorum homogeneorum alterum in altera, vires non fore ut massas, sed ut diametros, seu radios globorum ipsorum; ut nimirum si altera diameter sit dupla alterius, licet ille contineat octuplo plus materiæ, quam hic; adhuc tamen vis in illum non octuplo, sed duplo sit major. Nam si utriusque materia coiret in centro, remanente puncto gravitante, ubi prius erat superficies; distantia a primo centro erit duplo major, quam a secundo, adeoque erit quidem vis ratione massæ octuplo major, sed ratione distantiæ quadruplo minor, & proinde compositis rationibus major duplo tantummodo. Vis generaliter erit ratione massæ directè ut cubus radii, ratione distantiæ, quæ æquatur radio, reciproce ut quadratum radii, adeoque simul ut radius.

1 Extendit hic idem theorema generaliter ad omnes figuras similes solidas, in quarum superficie si capiantur bina puncta homologa, sive, quæ sibi respondeant æque ad ipsas figuras relata, & in iis collocentur bina puncta attracta hac lege, erunt vires in singula ejusmodi solida, non ut massæ, quæ sunt in triplicata ratione laterum homologorum, sed ut latera ipsa tantummodo. Nam si utrumque solidum dividatur in eundem numerum particularum perquam exiguarum similium, & similiter positarum; erit quidem in singulis massa, ut sunt tota solida, sive in ratione triplicata laterum homologorum; erit autem distantia ab ipsis in ratione simplici eorundem, ut ex ipsa similitudine patet; adeoque ratio composita ex directa simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum, erit

Quævis materiem comprendet pars ea tantam,
Excurrens quantam referet latus, ante quod in se
Tu repetas semel, atque iterum, at distabit, ut ipse est
Excursus lateris; proin punctum quodque trahetur
Vi, quæ materiem respectet corporis omnem,
Nempe bis in sese repetito pro latere, atque
Vi simul, inverso repetitum quam semel illud
Ordine designet; quæ vis facit utraque juncta
Vim, lateri quæ, sicut id est, respondeat ipsi.
Propterea binis simili super axe figuris
Conversis, quæ sint primo de segmine coni,
Seque inter similes, si fiant corpora bina
Haud minus inter se simili constantia forma,
Atque utroque super duo si regione locentur
Puncta itidem simili; pariter nitetur utrumque
Ovi quodque sui in medium, nisumque valebis
Quemque suis spatiis medio ipso æquare relatis.
Jam facile agnoscas, cur non grave corpus, ab alto
Vertice si turris demittitur, ilicet ejus
Murorum ad moles vicinas, atque trahentes,
Sed

erit composita ex triplicata directa, & duplicata reciproca laterum homologorum, adeoque erit ratio simplex eorundem. Vis autem in tota, quæ componitur ex iis viribus agentibus secundum directiones prorsus homologas, & in eadem ratione, in eadem itidem ratione esse debet.

Addit autem idcirco, si fiant duæ sphæroides ellipticæ ex conversione circa proprios axes homologos binarum Ellipsium similium, & collocentur puncta gravitantia in punctis homologis superficierum earumdem sphæroidum, fore vires compositas, quibus tendent ad medium, in ratione directa simplici distantiarum a centro; cum nimirum eæ sphæroides debeant esse solida similia, & distantiæ punctorum homologorum a centro sint latera homologa. Porro id habebit usum ad eruendum aliud theorema satis egregium, quod paullo inferius occurret.

1 Interea hic ope superiorum theorematum dissolvit illud, quod ab imperitis hominibus contra Newtonianam gravitatem generalem objici solet, quod eam vim non experiamur in lapidibus decidentibus, qui nimirum non attrahuntur in murum, dum decidunt secus ipsum, nec corpora alia in superficie Terræ collocata videamus ad alia tendere, flecti versus illa, vel coire in cumulum, & acervum.

Nimirum si paries trahat lapidem vi tanta, quanta traheret globus crassus passus octo sive pedes 40, cujusmodi vim parietes communes utique non exercent; adhuc, posito, quod is globus eandem mediam densitatem habeat, quam Terra, vis ejusmodi esset millies mille-

Sed rectà ad Terram, quasi nil detorqueat, imam
Deproperet; quoniam si raptus tantus inesset
Parjetibus, quantus, bis passus crassa quaternos
Quem generet pila, Terrai pila tota trahentis
Exæquet decies centenos mille necesse est
De genere hoc raptus, centenis mille quod ipsa
Crassior est Tellus jam partibus, utpote mille
Bis quater enumerat quæ millia, nempe profundæ,
Si spectes, quantus sese diffundat hiatus.
Proinde etiam magnæ rupes, avulsaque saxa
Horribili sonitu labuntur montibus altis
Interdum; retinere fugam, & consistere dorso
Devexo nequeunt, licet ipso a monte trahantur,
At quanto magis a Terra? Super æquore lævi
Magnum si magneta loces, multoque minores
Dispergas circum, ferri globus iret in illum
Exiguus, paulumque licet torqueret eundo
Rectum iter, in latera hinc illinc deductus; at illa
Fragmina si longe sint tenuia, non nisi rectum
Ferri iter aspicias grandem ad magneta, neque huc atque
Illuc errores oculis deprendere possis.
Hinc videas, ratio multorum quam sit inanis,
Falsaque, queis nostræ gravitatis mutuus ille

Displi-

decuplo minor, quam vis, qua gravia in Tellurem tendunt, habentem nimirum circiter octo millia millium passuum crassitudinis. Vis igitur ejusmodi respectu gravitatis in Terram est ita tenuis, ut fere omnem sensum effugiat, & gravia, cum descendunt, fere nihil ad sensum deflectant iter suum ob ejusmodi vim.

Diximus autem *fere nihil*, quod & Noster expressit per illud *quasi nil*; nam deflectitur nonnihil. Et quidem quid ejusmodi inclinatio præstet in quibusdam casibus, ubi majores agant moles, ut montium, videbimus infra, ac multo uberius in supplementis in hunc locum, ut & quo pacto perquisitiones Astronomicas, & Geographicas nonnullas id ipsum perturbet, & quo pacto ejus ope erui possit media densitas Telluris totius, sive ipsius hujusce nostri globi vera haberi massa.

Rem autem Noster illustrat aptissimo sanè exemplo. Sit in plano horizontali ingens magnes, tum per quam exigua quædam magnetum frustula hac illac temere dispersa. Ferri globulus sibi relictus, licet non solum ab ingenti magnete trahatur, sed etiam ab exiguis frustulis; tamen ita tendet in illum, & ad illum abibit tramite ita recto, ut deviatio sensus omnes effugiat. Innuit & aliud exemplum luminis Solaris, cujus vi amittimus sensum omnem luminis adeo tenuioris, quod stellæ etiam interdiu emittunt.

Displicuit raptus, nequeant labentia turre
Corpora quod subito a muris detorta videre,
Raptaque, & evulsas rupes a montibus altis
Non cadere, in diram & semper pendere ruinam,
Vertice deducto nec læta arbusta, nec herbas
Flectier ad vicina trahentum structa domorum,
Plurima nec molem paulatim pergere in unam
Undique saxa, lyræ nec prisca exempla novari,
Quando Amphioniæ cœperunt surgere Tebæ.
Inter saxa quidem, glebasque, herbasque virentes
Mutua vis hæc est, & ligna, & dura metalla;
Tellus tota tamen longe, longeque trahendo
Prævalet, absorbetque leves has undique vires
Ingens, atque illos conatus præpedit omnes,
Ut Sol, cum radios Cælo jaculatur ab alto,
Non extincta licet stellarum lumina velat.
Si [1] fieri hoc posset, qua sese Terra tumescens
Flectit, uti facies plusquam de marmore lævis,
Perque polita foret, quam nec circumdaret aer,
Aut ullus liquor, unde queant obstacula nasci;
Tum, super imponas si saxea qualiacumque
Bina, vel alterius cujusvis materiai
Pondera, contendent ad sese rapta vicissim
Illa quidem, lente tamen, ut vix tempore longo
Perciperes motum; cum multo debeat esse
Mobilitas minor hæc, si sit cum mobilitate,

Qua

1 Ut ostendat nihil posse concludi contra gravitatem mutuam ex eo, quod gravia circumterrestria ad se invicem non accedant; nec coeant in cumulum, considerat, quid accideret, si superficies Terræ esset prorsus horizontalis alicubi, & perfectè lævis. Duo globi itidem perfectè læves huic superficiei impositi deberent illi quidem seclusa omni resistentia aeris ob mutuam vim ad se invicem accedere, at celeritate ita minore, quam sit celeritas gravium decidentium in Terram, uti est vis illa minor, quam sit vis gravitatis tota; nimirum celeritate ita exigua, ut longum tempus deberet requiri ad hoc, ut is motus sub sensus caderet. Accedat jam inæqualitas superficiei, & asperitas, accedat resistentia aeris; & omnis effectus ejusmodi vis elisæ evanescet. Ineptus sane sit, qui inde censeat impugnari posse gravitatem mutuam generalem, ut esset is, qui muscam non esse gravem in Terram censeret idcirco, quod crassum, & bene tensum funem, nihil ad sensum videret deprimi ipsa ad eum musca advolante.

Qua grave descendit corpus, collata, minus sint
Nimirum quam crassa ea pondera, si referantur
Ad Terræ totum, qua sit crassissimus, orbem.
Nunc paulum immuta faciem hanc, aut adjice quiddam
Asperitatis, & obstantes circum aeris auras
Funde leves, tenuis vis protinus illa, necesse est,
Ullos elliciat ne motus, impediatur.
Nunc quam desipere est, quia non deprendere sensu
Possis, quod sensu certe haud deprendere debes,
Omnis materiæ raptus si mutuus extat,
Omnino in rebus jam raptum hunc esse negare!
At neque qui triviis nutritus, vel pecus inter,
Ingenium qui pingue gerit, puerique bilustres
Si videant muscam distenso insistere funi
A latere, aut ramum super obreptare tenacem,
Nec flecti funem, tenui nec corpore ramum
Intremere, idcirco credant gravitate carentem
Esse feram, nullumque in parva pondus inesse.
Indicium [1], genus hoc, at raptùs forsan habere
Possis, constituas vicinum si prope montem
Latum, atque educto penetrantem nubila dorso,
Pondera seu virga, seu longo pendula filo;
Debebunt quoniam deduci ea pondera magnum

Pro-

1 Hujus deviationis, quam habet gravitas in Tellurem totam a gravitate in corpora imposita ejus superficiei, indicium haberi posse, affirmat, in deviatione pendulorum versus montem aliquem ingentem, pro ratione massæ ipsius ad massam Telluris, & tanto majoris viciniæ. Si sit mons, cujus vis æquivaleat vi sphæræ homogeneæ Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum; deflectetur pendulum circiter per unum minutum primum, quæ nimirum est pars gradus sexagesima; quod quidem in supplementis admodum facile demonstrabitur.

At illud hic addit, rem esse admodum difficilem, ejusmodi deviationem cognoscere. Esset quidem sine deviatione ipsa directio penduli perpendicularis superficiei terrestri cuidam regulari, adeoque satis esset observare, quantum ab hac positione perpendiculari deflectat pendulum. At superficies Terræ est ita aspera, ut ejus ductum regularem immediate determinare non liceat intra limites tam arctos, quam est tenuis deviatio. Sed nec licet ibi, ubi habetur pendulum, adhibere aquæ stagnantis superficiem, quæ ad plani horizontalis determinationem adhiberi solet; nam ea superficies debet esse perpendicularis ipsi directioni gravitatis deviantis, & ob eandem rationem nec archipendulo uti licet, in quo nimirum per ipsam directionem gravitatis deviantis res peragitur.

Protinus in montem, quantum ejus nempe reposcit
Moles usque trahens, Terræ collata trahenti.
Siqua tibi moles montis vi polleat æqua,
Ac globus, interius qui qua est latissimus, ad bis
Excurrat passus mille; id deflectere pondus
Debeat in montem prope tanta parte, sit ipsa
Ut decies pars sexta gradùs: at qua minus ampli
Sunt montes, qua sunt valles, quà densior extat
Interius Tellus, & rarior, inque vacantes
Structa specus, flexus suspensi ponderis illi
Tam parvi esse queant, ut non deprendere possis.
Præterea non jam qualis foret, undique lævis,
Terrai positus, quique asperitate careret,
Noscimus, ut varios deflexus inde petamus.
Scilicet haud aliter, nisi stratæ marmore lymphæ
Nos Terræ positum finimus; sternitur unda
Ast ob eam tantùm rationem, pondera deorsum
Qua sese directa ferunt; hinc ipsa nitentem
Mutet planitiem, si pondera pendula notis
Deflectant caussis, &, quo sit cumque locorum,
Scilicet excipiat labentia corpora rectà.
  Præsertim [1] at magnos, quos quærimus, inveniendi
Deflexus ratio constat non invia nobis.

Diri-

1 Addit tamen methodum, qua cognosci possit, & determinari deviatio orta ab actione montis. In majore distantia ab aliquo ingenti monte adhibito instrumento astronomico, ut ingenti quadrante, vel sectore, observetur distantia cujuspiam stellæ fixæ a zenith, dum appellit ad meridianum: tum accedendo ad ipsum montem in directione meridiani fiat altera ejusmodi observatio, & præterea diligenter observetur distantia duorum locorum, in quibus observatio instituta est. Cum innotescat saltem proximè figura Telluris, innotescet quantam curvaturam, sive quantam distantiam binorum zenith requirat in arcu meridiani terrestris ea distantia; nimirum singula secunda meridiani cælestis respondent proximè 16 hexapedis. Si differentia binarum distantiarum ejusdem Fixæ a zenith fuerit major, quam debeatur illi distantiæ inter duo observationum habitarum loca, excessus poteris tribui excessui actionis montis ipsius in vicinia, supra actionem in loco remotiore, sive toti actioni montis, si distantia hujus loci remotioris fuerit satis magna; nam in distantiis aliquanto majoribus actio montis fere penitus evanescit.

Duo hìc notanda censeo 1. quidem si observationes illæ binæ fiant hinc, & inde a monte, methodum fore multo aptiorem; habebitur

summa

Dirige, cum longe te monte removeris alto,
Usibus his aptum quod feceris, instrumentum
In quodvis, medio cum Cæli est culmine, sidus,
Atque ita, transierit qua filum pondere tensum
Parte instrumenti, catus inspice, quos & in illo,
Ut dixere, gradus signarit; deinde nec oras
Prorsus ad occiduas flectens, nec prorsus eoas,
Sed medio pergens, cum monti accesseris illi,
Sidus idem translata per instrumenta notato,
Quique gradus, Cælo cum sese evexerit alto,
Signati filo sint a pendente: videbis
Filum ibi, produci sursum quod concipis, an se
Dirigat id Cæli ad punctum, quod distet ab illo,
In quod erat prima producier a statione
Filum itidem visum, quantum mutata locorum
Hæc Terræ spatia exposcunt; nam cognita moles
Cum Terræ circum, & pars orbis cognita magni
Esse queat nobis, stationi intersita binæ,
Cognosces itidem, quo scilicet intervallo
Distare inter se par sit cælestia puncta,
Impendere locis quæ rectà cernimus illis.
Mutatus fili positus tum denique si plus
Ille tibi sit, quam quantum debere repertum est
Mutari, credas istud discrimen oriri
A montis, flectunt quo paulum pondera, raptu.
Illos [1] nempe Viros hac usos novimus arte,

Quos

summa actionum in partes oppositas: 2. posse turbari methodum ab aliis irregularitatibus, quæ habeantur in textu partium Terræ proximarum superficiei infra ipsam. Sic si ex parte opposita sit prope primam stationem ingens aliquod vacuum, ut hiatus quidam, poterit & ibi pendulum ad partem oppositam hiatui flecti versus montem, & elidi omnis differentia; ac aliquid ejusmodi potest rem turbare etiam in casu, quo observationes fiant hinc, & inde ab ipso monte. Id quidem accideret; si mons non sit plenus materia, sed vacuus, ortus ex. gr. ex pura elevatione crustæ cujuspiam terrestris facta vi subterraneorum ignium, quam ego quidem plurium montium originem esse arbitror: eo casu actio montis nulla esset ad pendulum deviandum.

1 Hanc methodum ait, adhibuisse ad hanc deviationem determinandam Parisienses Academicos, qui pro determinanda Telluris figura in Americam se contulerunt. Præstiterunt id quidem Bouguerius, & Condaminius, investigando ope quadrantis pedum

trium

Quos miratus erat nuper novus Orbis euntes
Non venas quæsitum auri, argentique metalla,
Munera nec pelagi, sed mensum totius Orbem
Terrai circum magnum, & cælestium avaros.
Ingenti hi referunt vicino pendula monte
Tum sibi visa situ deflecti pondera recto.
Sed [1] jam, quod superest, supera deducere possis
E, genus hoc, dictis, descendat si grave punctum
Intra sive globum, seu molem a segmine primo
Quæ prodit coni alterutro super orbe voluto,
Viribus haud aliis medii fore tendat ad oras,
Quam quæ respondent spatiis remanentibus usque
Ad medium: quoniam punctum quo concipis intra
Cumque loco, exterius, tranatum est quidquid eundo
Corporis, excidens animo circum undique tolle
In formam, qualis facies erat ante superna,
Et prorsus seclude; omnes quia scilicet ejus
Materiæ, ut docui, raptus vanescere debent.
Interior pars sola trahit, formam ipsa globosam,
Vel referens primo revoluto a segmine coni
Exortam, tantùm proin illis, ut quoque dixi,
Viribus, a medio loca quas distantia signant.
Proinde minus paulo gravitatis inesse videtur
Squamigeris in corporibus, dum pascua læta
Sectantur per humum pelagi demersa profundo,
Quam si pasta diu saturo sese agmine sursum

Extol-

trium actionem montis *Chimboraco*, mole quidem ingentis, sed cujus actio inventa est ab iis perquam exigua. Inter observationes quamplurimas assumendo medium invenerunt deviationem minutorum secundorum tantummodo 7. Ea quidem tam exigua est, ut in quadrante adeo exiguo, meo quidem judicio, determinari tuto omnino non possit. Vidi ego quidem adhuc, quod noverim, ineditam ipsam observationum seriem, quæ a se invicem plurimum discrepant, cum aliæ deviationem exhibeant multis vicibus majorem, aliæ nullam, aliæ oppositum effectum; quamobrem illam quantitatem deviationis incertissimam arbitror, & ad ejusmodi investigationem censeo necessarios majores sectores illos, quibus graduum mensura definitur, & verticales stellas. Solum illud inde conjicio, cum montem cavum esse, crustam nimirum tantummodo elevatam ignium vi, quibus omnis ille tractus abundat ubique, ut idcirco & ignivomi montes ibidem frequentissimi occurrant.

1 Superioribus theorematis aliud addit

Extollant, vibrentque, instrataque marmora turbent
Saltibus exiguis, Solemque, aurasque lacessant.
Altaque defossæ subeuntes viscera Terræ
Horrida nigranti late densissima nocte,
Tantùm illi proprio limant de pondere, quanto
Restat iter Terræ ad medias contractius oras;
Tantumque adjiciunt massæ prædivitis auri,
Dum claram spolia in lucem pretiosa reportant,
Regressi media quantum à regione recedunt.
Nunc [1] age discrimen varium gravitatis in ipsa
Pro regione loci Telluris percipe fronte,
Quæ referat primo coni de segmine formam:
Nempe locis extra diversis esse necesse est
Vim totam gravitatis ea ratione vigentem,
Polleat ut tanto minus in majoribus oras
Ad medias spatiis, quanto majora ea constant.
Concipe propterea molem hanc Telluris ubique
Esse liquentem undam veluti, totamque fluentem,
Nota lege trahant cujus se mutua partes:
Atque illæ interea medio rapiantur in orbem
Axe super; debent ob gyrum hunc vertere formam
Exterius, faciemque extremi in finibus axis
Reddere compressam; quia dum convertitur omnis
Par-

addit sanè elegans a Newtono itidem inventum, quod ex iis sponte fluit. Descendendo a superficie ad centrum in sphæra, vel in sphæroide elliptica homogenea, gravitas non crescit, sed decrescit in ratione directa simplici distantiarum. Nam orbes exteriores punctum jam demersum nihil trahunt, uti vidimus; adeoque relinquitur sola actio sphæræ, seu sphæroidis interioris. At hæc ex demonstratis est ut simplex distantia a centro. Igitur ut simplex distantia a centro decrescit, decrescet & gravitas in accessu ad ipsum.

Ad ornandum poema addit exempla piscium, qui idcirco in fundo maris habent minus gravitatis, quam in superficie suprema, pro ratione distantiarum a centro, & auri, quod si e Terræ visceribus profundis eruatur ad superficiem, acquirit pondus cum distantia a centro itidem aucta. Sed revera in tanta vicinia superficiei hæc lex turbatur plurimum, quemadmodum & supra vidimus.

1 Theoremate tradito hic utitur ad determinandum decrementum gravitatis a polo ad æquatorem, ubi definitá jam lege, in qua variatur gravitas primo extra globum Terrestrem, tum intra ipsum, determinat legem, in qua variatur pergendo per ejus superficiem. Hæc investigatio est penitus connexa cum figura Telluris, de cujus determinatione

Particula, & geminis agitatur viribus, a vi
Hinc gravitatis, & hinc conatibus effugiendi,
Quæque sua regione loci libretur, oportet,
Ne semper commota excurrat, & undique turbas
Ancipites cieat, sed demum dulcia captet
Otia, cumque suis tranquilla pace fruatur.
Ergo age finge loco supera a quocumque canalem
Interius rectà ad medias producier oras;
Hunc quocumque velis, statuas, vertasque, videbis
Pondus idem liquida semper constare columna;
Hanc porro in multas animo dispesce columnam
Æquas particulas; debent cujuslibet harum
Ad medium raptus spatio languere minuto,
Quod superest, ad idem medium; pariterque fugam vis
Tentans, ipsa quoque a spatio pendebit eodem;
Nam peragens gyrum quæque uno tempore circum
Quo magis a medio hoc, tanto magis axe remota est.
Quare, cujusvis summa in regione columnæ
Particulæ extantis pondus respondet eodem
Ordine, particulæ ad pondus cujuslibet ejus,
Quæ sita sit quavis alia in regione canalis,
Ordine quo debent alio in quocumque canali
Respondere aliæ simili regione locatæ:

natione ex æquilibrio agit Noster statim inferius, & quam hìc etiam nominat; quamobrem quæ ad utrumque argumentum pertinent, & altiora sunt, ac Geometriam requirunt, simul pertractabimus in supplementis in hunc locum. Hìc Nostrum sectabimur, & exponemus, quantum sine Geometria licuerit.

Primo quidem proponit investigandam variationem gravitatis in ipsa superficie Ellipsoidis, & affirmat eam decrescere in ratione reciproca simplici distantiarum a centro, nimirum eo minorem, quo hæc distantia est major. Ut id probet, concipit rotam Tellurem, ut fluidam, & præditam gravitate mutua exposita. Dum ea convertitur, debet, inquit, induere formam compressam ad polos ob vim gravitatis conjunctam cum vi centrifuga orta a motu circulari, qua de re agemus infra.

In hujusmodi sphæroide concipit canalem aliquem productum a centro ad superficiem, qui si convertatur utcumque, semper ob æquilibrium totius fluidi debet continere idem pondus. Si is secetur in datum quemcumque numerum partium æqualium pergentium a circumferentia ad centrum, singulæ partes, & earum distantia a centro erit, ut erunt integræ columnæ fluidi contenti illo canali in diversis ejus positionibus. Jam vero ex

Propterea illa extans in summo margine debet
Respectare aliam extantem quoque margine in alto
Particulam haud aliter, quam quæ se illius, & hujus
Mutua respectant totæ ratione columnæ.
Quare particularum extantum in culmine summo
Hujus, & illius cujusviscumque canalis
Pondera sese inter paria esse videbis, ut ipsæ
Par quoque pondus habent, librantur quippe, columnæ.
At sunt particulæ majores, est ubi lymphæ
Longior ad Terræ medium distensa columna,
Materiemque in se majorem proinde receptant
Tanto, hæc est medii quanto distantia major;
Quare, in particulis his, punctum materiai
Pendit eo quodcumque minus, distantia restat
Illius ad Terræ medium quo denique major.
Ponderis oppositum Terra discrimen in ipsa
His cupide agnosces a rebus, quamlibet ejus
Ad spatia a medio tantùm respexeris: ire
Nimirum peregre incipiant duo puncta, sed unum
Per superam Terræ faciem, locaque alterum ad ima
Terrai medium versus; tum protinus istud,
Quo magis accedet, pendet minus; esse priori
Contra opus, aspicies, in puncto, nempe propinquat
Cum medio, medium crescant ut pondera ad ipsum.

Hæc

illo theoremate gravitas singulorum punctorum fluidi, pergendo ad centrum, est, ut distantia a centro; & vis centrifuga etiam, quæ in circulis, nimirum eodem tempore descriptis, est, ut distantia ab axe, sive ut radius circuli, adeoque in eodem canali, ut distantia a centro, proportionalis ipsi distantiæ ab axe. Quare vires totæ partium canalis habentium similem a centro distantiam erunt ad se invicem in diversis diversorum canalium columnis in eadem ubique ratione: & proinde singularum vires ad totalia canalium pondera in eadem ratione; unde illud consequitur vires partium positarum in superficie suprema, & pertinentium ad diversos canales fore ad se invicem, ut pondera ipsorum integra, nimirum æquales. Numerus autem particularum materiæ erit eo major, in iis partibus singulis, quo eæ majores erunt in eadem ratione; adeoque pondus particularum singularum, quod ad habendam eam æqualitatem debet esse eo minus in singulis, quo eæ sunt plures, erit in ratione reciproca partium illarum canalis, nimirum in ratione reciproca canalium integrorum, quibus eæ partes proportionales sunt, sive in ratione reciproca distantiarum a centro. Quod erat demonstrandum.

Concludit autem comparando duo

puncta,

Hæc [1] igitur si sit Terræ compressa figura
Molis ab effigie paulum diversa globosæ,
Prorsus & effigiem coni de segmine primo
Quæ ducat, poteris facili pertingere pacto,
Qua capiat ratione sua incrementa polorum
Ad glaciem æstiferis translatum pondus ab oris.
Concipe propterea puncto a quocumque superni
Terræ forte loci quoddam trans viscera filum
Duci ad planitiem, atque incursu tangere recto
Illam, quæ partes Tellurem findit in æquas
Trajiciens mediam, quaque ipsa tumentior extra est;
Nam quantum hi tractus filorum in se repetiti
Crescunt, excessu crescent quoque pondera tanto,
Nempe ipso hoc calida positum vincentia pondus
In regione: etenim tali ratione reperta
Mutari a medio discrimina sunt spatiorum
Terræ in mole, globi paulum quæ distat ab orbe
Formam ipsam referens coni de segmine primam.
Cunctis cuncta locis gravitatis scire profecto
Hoc valeas pacto discrimina, si, loca quæque
Quam distent orbe a noctes æquante, diesque,
Videris ante, situsque cupitos noveris omnes.
Nunc [2], quod te supera docui, reminiscere fila

Pen-

puncta, quorum alterum a certo puncto superficiei ejus sphæroidis descendat recta ad centrum, alterum feratur utcumque per superficiem: illius gravitas ita decrescet, hujus contra ita crescet, uti decrescent distantiæ a centro. Nimirum illud habebit vim directè, hoc reciprocè proportionalem distantiæ ab ipso centro.

1 Quæ de illa sphæroide dixerat, hic transfert ad Tellurem ejusmodi figura præditam, ac affirmat inde facile erui, in qua ratione sint incrementa gravitatis pergendo ab æquatore ad polum. Ait enim fore proportionalia quadrato distantiæ perpendicularis loci cujusvis a plano æquatoris, cui quadrato proportionale est decrementum distantiæ a centro. Porro prior illa distantia, sive ea recta perpendicularis, quam hic concipit, appellatur a Mathematicis sinus latitudinis loci, sive sinus distantiæ loci ab æquatore: & est theorema a Newtono inventum, esse incrementum gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in ratione duplicata sinus latitudinis, quod idcirco idem sonat. Demonstrabimus autem in supplementis ea omnia, & cũ Newtono pariter reducemus eam rationem ad aliam simpliciorem notam itidem Geometris, quæ dicitur ratio sinus versi latitudinis duplicatæ.

2 Inde vero jam transit ad id, quod

Pendula, vel virgas, quæ se æquo tempore vibrant;
Protendi magis in longum, qua fortior urget
Vis gravitatis, itemque minus, qua languidior fit;
Nam geminis varie a medio distantibus orbe
Si quam longa locis hæc constent pendula fila,
Servaris, satis est, ut porro prendere possis,
Illa locis aliis quam longa quibuslibet esse
Debent, quin sit opus loca Terræ invisere cuncta,
Et certos possis numeros signare tabellis,
Quarum ope mensuras vel adhuc quoque tutius ipsas
Transmittas procul ad regionem quamque remotam;
Mensuras quoniam referendo ad pendula fila,
Quæ decies sextis huc illuc cursibus æquant
Partem horæ sextam decies, tum quisque notarit
Si prius, in patriis quam longum finibus hoc sit
Filum, alia, poterit, quàm debeat in regione
Esse loci longum, cognoscere, quantaque constet
Quasque peregrinas ideo mensura per oras.
Sic quoque, si gravitas eadem perdurat in annos
Non mutata, potes servare in postera sæcla
Mensuras rerum, serosque docere Nepotes.
 Jam [1] facilis magis est operæ, incrementa videre
Hæc gravitatis uti referantur mutua sese

Inter

quod in fine libri tertii pertractatum est de inæqualitate gravitatis in diversis locis determinanda ope pendulorum isochronorum, quæ nimirum æquali tempore æqualem conficiunt numerum oscillationum, quorum longitudines sunt, ut ipsæ vires gravitatis. Quare & ipsa longiora esse debent in progressu ab æquatore ad polos ita, ut excessus supra pendulum sub æquatore brevissimum, sint in eadem illa ratione duplicata sinus latitudinis. Quamobrem si observentur in binis latitudinibus binæ pendulorum longitudines, jam innotescent & reliquæ omnes pro omnibus aliis, inveniendæ nimirum facili calculo exponendo in supplementis.

Porro & illud addit, hoc pacto observata uno in loco longitudine fili oscillantis ad singula minuta secunda, quæ sunt partes sexagesimæ partium sexagesimarum unjus horæ, posse determinari longitudinem fili penduli ejusmodi pro quovis alio loco, & eo pacto posse transmitti accuratius mensuras accuratas extensionis in longum ad posteros, dummodo gravitas perseveret semper eadem; qua de re itidem agemus in supplementis.

1 Exposuit huc usque relationem, quam habent inter se incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in Ellipsoide orta ex motu circa proprium axem, & parum compressa. Hoc ait esse multo faci-

Inter fronte ſuper, paulum quæ diſtet ab orbe,
Exorta a primo revoluto ſegmine coni,
Circum & librata ob fugientes undique vires,
Quam formaque data, notiſque ex axibus ipſam
Prendere, qualis ſit, gravitatem, quantaque tota,
Servet quemque modum ad ſua quælibet incrementa;
Hic magnus certe labor eſt, at non ita porro
Durus, & aſper erit, generatim noſcere raptum
Nimirum puncti, quod ſit ſuper axe locatum
Corporis externo, formam cui finiat axe
Curva ſuper revoluta ſuo via, ductaque circum.
Eſt, genus hoc, etiam ratio non una reperta,
Ardua nec nimium: Tu nos, tu maxime rerum
Inventor docuiſti, e primo ſegmine coni
Axe ſuper verſo cum nata eſt corporis ora
Exterior, gravitas puncti ut reſpondeat ejus,
Æquali ſpatio quod cardine diſtat utroque,
Illi itidem puncti gravitati, eſt nempe polorum
Quod ſuper alterutro, docuiſti in cardine ſemper
Hanc mage pollentem, ſi moles ſcilicet extet
In geminis utrinque polis compreſſa, nec illinc
Non brevior, quam qua mediis magis eminet oris:
Et ſi Terra magis mediis his eminet oris

facilius, quam datis axibus invenire gravitatem totam, ſive rationem ipſius ad hæc ſua incrementa. Adhuc tamen illud affirmat, non eſſe ita difficile determinare attractionem puncti collocati in axe ſolidi geniti converſione curvæ cujuſpiam circa proprium axem; & eſſe inventas plures methodos id præſtandi. Expeditiſſimam omnium exhibebimus hic in ſupplementis.

Deinde enunciat plura theoremata a Newtono inventa pertinentia ad hoc argumentum: Newtonum nimirum oſtendiſſe, quo pacto inveniri poſſit ratio vis, qua a ſphæroide elliptica attrahitur punctum collocatum in æquatore, ad vim, qua attrahitur punctum collocatum in polis, & inveniſſe, ſi ſphærois ſit compreſſa ad polos, hanc eſſe majorem illa. Præterea ipſum inveniſſe illud; ſi Terra habet ejuſmodi formam, & $\frac{1}{230}$ ſui parte ſit altior ſemidiameter æquatoris ſemiaxe, fore in æquilibrio omnes columnas fluidi a ſuperficie ad centrum pertinentes; & idcirco 17 circiter milliariis altiorem eſſe ſub æquatore, quam ad polos, diſcrimine reſpectu totius exiguo, quod ipſam relinquat ad ſenſum ſphæricam, & in ejuſmodi figura gravitatem ad polos ſuperare gravitatem ſub æquatore una ducenteſima trigeſima ſui parte. Hæc omnia patebunt ex iis, quæ in ſupplementis pertractabimus.

Centena bis parte, & adhuc trigesima quæ sit
Parte sui, qua lata profunda in viscera currit,
Vidisti tendentem undæ quamcumque columnam
In medium a superis regionibus exæquari
Pondere, librarique aliam efformante columnam
Cum lympha e medio protensam in cardinem utrumvis;
Nec non propterea septenis millibus esse,
Atque decem superextantem æstiferam regionem,
Exiguum certe discrimen, quodque relatum
Magnam ad Terrai molem vanescat, & ipsam
Non nisi, ut ante, globum penitus sinat esse videri;
Ac fore tunc etiam, alterutra ut regione polorum est
Quæ gravitas, superet gravitatem æquante sub orbe
Parte e ter denis, biscentum & partibus unà.
At [1] reperire suo num motu Terra diurno
Illam debuerit, quam coni segmina prima
Proscissi dant, induere, & circumdare formam,
Æque etiam si densa, fluensque fuisset, ut unda,
Inclite Vir; porro non hoc accepimus a te
Inter munera magna, quibus nos undique ditas;
Fors voluisti, alii ut quid tantis addere possent;
Sic alios Rex sæpe suis ditescere gaudet
Thesauris, atque in vulgus diffundere dona,
Postquam ipse immensam fuerit largitus opum vim.
Hoc donum, Laurine, tuum est; stupuere docentem

Multa

1 Enunciatis ejusmodi Newtoni theorematis addit hoc, Newtonum non potuisse demonstrare illud, ejusmodi figuram debere habere ob diurnum motum Tellurem, si homogenea sit: fortasse, inquit, voluit eam alteri gloriam reservare: verum nemo sibi facile persuadebit, ipsum, si rem attingere potuisset, fuisse prætermissurum, & quod directe, & immediatè determinare posset, ac demonstrare, quæsiturum fuisse per tot ambages, & obliquos calles, ac sine demonstratione relicturum, & simplici tantummodo conjecturæ innixum.

Id igitur problema a Mac-Laurino solutum esse, affirmat, summo itidem mathematico Scoto. Is nimirum demonstravit accuratè primus, fluidum homogeneum, cujus particulæ se invicem attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, si gyret circa proprium axem, debere induere figuram sphæroidis ellipticæ, in qua idcirco gravitas in ea ratione decrescat ab æquatore ad polos, & posita gravitate, & celeritate vertiginis, quam observamus, debere esse eam ipsam axium rationem, quam diximus. Ejus solutionem ego simpliciorem reddidi in opusculo (Expeditionis litterariæ per Pontificiam ditionem, de qua agemus hic in supplementis,

Multa Caledoniis Mortales te quoque in oris.
Inter multa tamen longe hoc præstantius unum est:
Illam nempe doces formam a Tellure fuisse,
Gyros agglomerat dum circa se, subeundam,
Si liquida, & molem foret æque densa per omnem,
Atque, polos inter, medias attollier oras
Mensura circum, dixi qua nuper, eadem
Propterea debere, atque hinc quoque crescere eodem
Ordine, quo dixi, paulatim pondera rerum,
Inque polos illas gravitati accedere vires.
Nonne [1] videtur ab his tibi rebus vera profecto
Prodita Telluris facies, dispulsaque circum
Caligo? tamen est & adhuc, quod non sinat omnem
Pellere curam animo prorsum, errandique timores,
Hic tibi queis dabitur fors nunquam exire soluto.
Non Tellus etenim fluida est, ut finximus, omnis;
Sed partim oceano late natat, arida partim est,
Duraque, & huc illuc glebis, lapidumque manentum
Ordine non certo consternitur, & varianti
Natura non densa æque, interruptaque passim est.
Fors magnum crusta gerit intus inane sub una,
Corpore fors vario contra, variaque figura
Multiplices nucleos; quæ possunt singula Terræ
Mille modis superam mutare, & vertere formam.
Adde, quod hac quærat si quis ratione figuram,

1 Videretur per ejusmodi solutionem absoluta jam investigatio figuræ Telluris ex æquilibrio; verum plurimæ difficultates supersunt, quæ ipsam admodum incertam reddant non solum post ejus problematis solutionem, sed etiam post solutiones problematum multo generaliorum. Nonnullas hic profert ex iis, quas jam olim in pluribus protuli meis dissertationibus, quæ nunquam poterunt penitus dissolvi.

Hujusmodi difficultates sunt inæqualis textus partium ipsius Terræ, qui prope superficiem est maximè irregularis, & si etiam infra irregularis esset, omnem perquisitionem turbaret: non innotescit, an Terra ad centrum usque sit sphærica, an constet orbe quopiam interius cavo, nec cujus figuræ is orbis sit interius: non constat, an intra ejusmodi orbem sit aliquis nucleus, aut etiam fortasse plures, nec cujus densitatis, quæ omnia diversas pro æquilibrio requirerent superficiei figuras.

Accedit, quod si quæratur per ejusmodi problematis solutionem innixam homogeneitati, invenitur, figuram Jovis, qui quidem celerrimè convertitur circa se, nam minus, quam 10 horas impendit in conversione integra, dum Terra impendit

Exterius circumfusam quam debet habere
Juppiter, expendens gravitatem particularum
Illius inter se, & conjungens cum fugiente
Vi multo majore illic (convolvitur in se
Nam citius multo, quam Tellus, Juppiter ipse),
Qua tumet, inveniet decima consurgere supra
Axem parte sui debere; at de duodenis,
Si serves oculis, vix partibus addier unam
Illic invenies: unde hæc discrimina tanta
Parva in re? densatum aliquis fors autumet intus
Esse Jovem varie, sive illic densius astrum,
Qua tumet, esse, via est quam qua devexa polorum.
Præterea reperire queas, verumque probare
Rebus in his fieri contra quoque posse, polorum
Ut de parte magis Tellus excurrat utraque,
Quamvis ipsa suo sese super axe revolvat,
Intus si nucleum plus denso corpore claudat
Scilicet, atque plagas se distendente sub illas.
Quare [1] cum veram Terrai particularum
Naturam nos scire, situsque, sit inficiandum,
Non erit, ut possimus & ejus nos gravitatem,
Et formam externam clara ratione videre.
Non tamen idcirco veri videatur id esse

Non

pendit horas 24, debere esse compressam ad polos decima circiter sui parte, cum tamen vix duodecima sui parte brevior sit axis; quod quidem discrimen innuit provenire fortasse a majore densitate versus centrum, quam prope superficiem (nam major densitas centrũ versus requirit, ut patebit in supplementis, minorem compressionem, contra id quod Newtonus censuerat) vel a majore densitate ad æquatorem, quam ad polos.

Addit demum fieri posse & illud, ut Tellus ad polos sit etiam producta, licet rotetur circa proprium axem, si nimirum nucleum solidum habeat adhuc magis productum: nuclei hypothesim diligenter consideravit, & excoluit ante omnes Clerautius, & eo est usus ad conciliandas observationes graduum, & gravitatis: sed ea itidem attingemus in supplementis.

1 Concludit, incertam esse e tot capitibus & figuram Terræ, & mutationem gravitatis, si a solo æquilibrio repetantur; adhuc tamen esse admodum probabile saltem illud, non multum distare textum partium internatum Terræ ab æqualitate densitatis, paribus a centro distantiis, & idcirco, quæ superius determinata sunt, esse veris saltem proxima.

Addit illud, observari, gravitatis discrimen in diversis distantiis ab æquatore esse majus, quam poscat figura,

Non simile, intertextam æquis aut partibus illam
Scilicet, aut æque saltem in regione remota
Puncto de medio sese densare prope æque,
Formam & propterea prope eodem flectier extra
Ordine, quo docui, nec posse recedere multum.
At quia servantes gravitatum differitatem,
Quæque utrisque polis, quæque est regione calenti,
Illam majorem deprendimus esse, reposcat
Quam species, quæ deberet vestire supernam
Tellurem; idcirco conjectant esse sub altis
Visceribus supera densam magis, unde oriatur
In gravitate, quod est, discrimen. Forsitan hìc tu
Conjectes melius, si, qua torretur ab æstu,
Esse magis raram, magis &, qua frigida, densam
Tellurem dicas; retrahuntur frigore namque
Multa, æstu partes at diducuntur in omnes;
Quanquam sit, qui sub Cælo contra esse reatur
Densatam magis æstifero, sub verbere Solis
Nam veluti torretur, & indurescit ad ignem.
At [1] si forte velis vim cernere, qua traheretur
Jam non inflexo, velut ante, a corpore punctum,
Nec cui jam constet, medium qui transeat, axis,
Quanquam difficile est, rebus contendere possis

Id

figura, quæ haberi deberet ex homogeneitate: id quidem tribui a nonnullis majori densitati Terræ versus centrum, quæ quidem eum effectum pareret; sed fortasse melius tribui posse majori densitati ad polos, quam ad æquatorem, quod ego jam olim proposui; cum enim corpora pleraque vi caloris dilatentur, vi frigoris condensentur, videtur esse probabilius, Terram sub æquatore esse rariorem, quam ad polos, non e contrario densiorem, quod Newtonus suspicatus est: sed ea omnia incerta sunt.

1 Agit, hìc de problemate, quo quæratur generaliter vis in corpus cujusvis figuræ, etiamsi non sit collocatum in axe corporis geniti revolutione curvæ cujuspiam circa eum axem. Affirmat plerumque esse admodum difficile computare ejusmodi vim; licere tamen nonnunquam, & inde fructus posse colligi non contemnendos. Atque hoc pacto sternit sibi viam ad exponendam methodum, quam ego proposui in Dissertatione de observationibus astronomicis, determinandi mediam densitatem totius Terræ, cujus & superius injecta est mentio. Methodus autem est hujusmodi.

Sunt loca, in quibus æstus marinus assurgit etiam ad 50 pedes, ut in Batavia, ubi aggeribus altis mare cohibent, ne in summo æstu campos, & urbes obruat. Ibi adveniente æstu succedit ultra aggeres illos ingens

stratum

Id tamen in multis, multo & pertingere lucro;
Inde queas etenim, Terræ, comprendere, tota
Quam moles sit densa, inter summum minimumque
Si medium teneas, & quanto pondere constet.
Est regio non una, fluenti concitus æstu
Per decies ubi quinque pedes, atque amplius audet
Surgere pontus, humumque minatur subdere fluctu,
Ut Morinos apud, & Schaldis, Rhenusque bicornis
Qua pelagus subit, & salsis confunditur undis.
Aggere clauduntur populi, retinentque fluentem
Oceanum, qui siqua sibi via forte patescat,
Irruat, & canos camporum per sata fluctus
Inducat, silvasque ruat, pervadat & urbes.
Littus ad id cessæ tu mœnia turris adito
Pendula distendens adjuncto pondere fila.
Ergo ubi se Oceani cœptat sustollere fluctus,
Scilicet expulsis auris succedere stratum
Undai, quod plus distendi a littore circum
Concipias procul, ad decies quam millia quina,
Inque Caledonias regiones, inque Britannas,
Inque patens pelagus, vel adhuc plus continuata
Semper planitie; pondus sentire recentes
Incipiet raptus ex illa parte tumentum
Undarum, atque illuc coget deflectere filum.
Tum spatium, per quod cogit deflectere, longo
Totius est fili tractu minus, advenientis
Ut minor est raptus maris, undarumque tumentum
Totius raptu, quam magno est corpore, Terræ.
Hanc

stratum aquæ strato aeris. Hujus strati & altitudo nota est, nimirum altitudo aquæ, & superficies, cum nimirum nota sit ex Geographia forma circumjacentium, & oppositorum littorum. Quare computari potest, quanta debeat esse attractio in hanc aquæ advenientis massam respectu attractionis in totam Terram, posito quod media densitas Terræ sit æqualis densitati aquæ. Jam vero potest in Turri aliqua satis alta aggeribus proxima constitui ingens pendulum, & observari, an adveniente æstu pendulum inclinetur in eam partem, & quantum. Si deviatio inveniatur major, vel minor, quam exhibuerit calculus, densitas media Terræ erit e contrario minor, vel major densitate aquæ in eadem ratione. Hoc pacto invenietur densitas media Terræ, & cum detur magnitudo ipsius Terræ, invenietur & massa ipsius, quæ hoc pacto innotescet in mensuris nobis notis comparata cum nostris

Hanc igitur raptùs rationem ſcire utriuſque
Poſſis, ſuſpenſi clinamen ponderis illud
Si ſerves, æſtus ſummo cum in culmine pendet.
Terræ ad materiem, quanta eſt, delabier ex hoc
Ut valeas, reperire modum, aut prænoſſe neceſſe eſt,
Quo patefiat, uti pila punctum pertrahit ad ſe
Deſuper impoſitum, cujus ſit cognita moles,
Utque trahit ſtratum quoddam, quod fingere debes
Naturæ aſſimilis, diſtenſum non niſi nota
Undique menſura: nam tum quia cognita Terræ
Moles eſt, & quam diſtenſum fluctiſonum ſit
Stratum, & quam craſſum; noſces diſcrimina, raptum
Terræ inter quæ ſint, ſtratique liquentis, & illam,
Et ſimul hoc æque denſato corpore fingens.
Ergo ita per numeros inventus ſi fuerit par
Hic raptus ſtrati ſervato, par quoque aquai
Naturæ Tellus, ut denſa eſt, conſtet, oportet,
Ut denſa eſt, æque a minimo ſummoque remota
Scilicet; at major, quem diximus, ille, minorve
Si fuerit, quam quem deducto pondere filum
Significat, Terram tanto mage corpore ſpiſſo
Eſſe, minuſve opus eſt, liquidum quam corpus aquarum.
Ex hoc materiem quoque quantam Terra coercet
Mole ſua, noſces, & quanto pondere tota eſt;
Nam ratio certe non hic erit invia (ſi ſis
Aſſuetus numeris verſandis) perveniendi
Ad verum ſtrati raptum, molemque fluentis:

Durus

ſtris ſubſtantiis aqua, & per eam cum marmoribus, & metallis, aliiſque ſubſtantiis notis, & non tantum cum maſſa Lunæ, Solis; Jovis, Saturni, quod Newtonus præſtitit.

Porro concipiendo ſtratum altum pedibus 50, & protenſum in ſemicirculum circumquaque per 50 milliaria inveni, deviationem penduli in hypotheſi denſitatis mediæ æqualis denſitati aquæ debere eſſe 2″. 38‴, quæ quidem eſt admodum ſenſibilis, & quod commodiſſimum accidit, ſi ultra eum limitem plurimum protendatur, parum admodum mutari valorem inventum, qui nec nimis multum mutatur, ſi aliquanto magis contrahatur idem intervallum; nam remotiores particulæ multo minus trahunt, quam proximæ, quod commodiſſimum accidit, cum idcirco parum ſollicitos eſſe oporteat de forma diſtantium oppoſitorum littorum, ad inveniendam deviationem debitam veræ proximam.

Durus [1] & ille labor nec jam queat esse, videre,
Quanta sit in vasto Terrai corpore moles;
Multo opere, atque modis multis per tempora longa
Postquam tentarint Tellurem prendere notis
Mensuris Homines. Quod qua ratione peractum
Sæpe sit, & quantam spem veri suppeditante,
Est operæ porro pretium congoscere nobis,
Quandoquidem quid sit nostris magis utile rebus,
Quid placeat mage, quam Matrem cognoscere Alumnis?
Ast aliud tamen ad tempus, carmenque remitti
Id fine; nunc fessum scopulis adnare necesse est.
Interea [2] dum vela lego, littusque saluto
Vicinum, quamvis altricis plurima noscant,
Ut memoro, Terræ Mortales, attamen ejus
Dicendum est nescire sinus, qualisque sub altis
Constet visceribus, latebrosisque invia regnis:
Scrutamur propiora, cutemque invertimus ipsam,
Cum fodimus venas argenti, aurique sequentes;
Proinde specus persæpe cavos, constructaque stratis
Strata, atque ingenti sese flectentia ductu
Sub montes, vallesque, sinusque sub æquoris ipsos
Conspicimus, mediasque subire, & serpere lymphas;
At quis adhuc infra per millia continuavit
Multa iter, & merces peregrinas inde redemit,
Ut nova de Mundo, mirandaque diceret illo?
Soli adeant Vates, aut quos descendere solis
His libeat; gressus Alcmenæ Filius ingens
Inferat audaces: Veneris ducente Sibylla
Descendat quoque cura, pius Vir; adite sepulta
Vos quoque Tyndaridæ Fratres loca, vosque redite
Alter-

1 Oporteret hic quidem, & ad superiorem theoriam exhibere methodum determinandi magnitudinem Terræ, & ad nexum cum iis, quæ dicta sunt, inquirere in figurâ Terræ ex mensuris graduum Meridiani, uti actum est de ipsa ex æquilibrio; sed libro jam excrescente plus æquo, eam tractationem alio remittit; ac interea episodium aggreditur, cui occasionem præbent, quæ dicta sunt de textu interno partium Terræ, enumerando plures plurium Philosophorum sententias, vel potius meditationes, aut etiam commenta pura, ac figmenta inania, & absurda etiam, ac cum revelatis principiis pugnantia, circa ortum, & constitutionem ipsius Terræ.

2 Primo loco Poetarum veterum somnia

Altèrnis; illuc cimba tranſmittitur una,
Judicia exercet Minos, fatalia Parcæ
Ducunt fila, ſedet furvo Proſerpina vultu,
Torpet Styx inamœna, Acheron pice labitur atra,
Trans Lethem nemus elyſium; tranquilla per alta
Diſcurrunt, pacemque agitant, & gaudia gentes;
Gentibus eſſe ſuum Solem, & ſua ſidera dicunt.
At cur vos adeo tranſcurritis, o, ratio quos
Sola regit? cur mens, quo ſcilicet ire vetatur,
Irruit, inſano nimium correpta furore?
Vos & qualis erat Tellus, qualiſque futura eſt,
Fingitis; & primos ortus, & fata refertis
E fatis ventura, viceſque in ſæcula longa
Ignotas canitis; ſeries quæ, quantaque ſurgit!
Errorem trahit error, & ingens nectitur ordo
Errorum; cumulata ſolent mendacia ferri.
Quis credat? demum ad monſtra, & portenta venitur.
Illuxiſſe [1] olim Terram, lucemque dediſſe,
Et clarum proprio dominatam in vortice ſidus,
Ut Solem, memorant, nocturnaque lumina Mundi:
Obtecta eſt porro in magnum coeuntibus augmen,
Ut ſpuma, maculis, atque obnubentibus ora
Lucida, cumque ſuo vortex efferbuit igne.
Languida propterea Terra, & jam corpore opaco
Vicinum fuit in Solem correpta valentem.
E maculis ſteterunt montes, mare, fuſus & aer
Undique, & externa quodcumque in fronte videtur;
Interius coquitur vel adhuc, gremioque coercet
Clauſum antiquum ignem; proin volvitur ipſa voluto
Illo, & vitalem partit per membra calorem.
Uſque adeo Terræ procul accerſenda fuere
Hæc primordia, uti, qualis nunc, edita ſtaret?

Eſt

ſomnia occurrunt circa Stygem, & Elyſios, ubi fabulas Noſter commemorat Poetis utique ſat cognitas: tum in Philoſophorum quorundam audaciam invehitur, qui de iis ignotiſſimis rebus philoſophantes, non niſi errores erroribus, & mendaciis mendacia cumularunt.

1 Sententia fuit Carteſii Terram olim fuiſſe unam e ſtellis fixis, qua maculis nimium obruta in ſuperficie, & idcirco ceſſante vi in circumfuſum ſuum vorticem, ipſa cum ſuo ipſo vortice abſorpta fuerit a vortice ſolari, ſed adhuc intra ſua viſcera ignem foveat, qui & in tot Vulcanis erumpat.

Est [1] Terram contra liquidam, corpusque fuisse
Qui velit undisonum; post extra Solis ab igne
Concretum crusta lymphas texisse sub una.
Nusquam attollebant montes caput, atque supinis
Tum neque nomina erant convallibus; omnia fœtu
Ubere florebant, brumaque carentia, & æstu;
Quippe erat ad Terram medius Sol; atque animantes
Ducebant vitam facilem, expertemque laborum.
Tempore post aliquo diro concussa tumultu
In multis confracta locis, passimque dehiscens
Crusta ruit; pars ima petit, pelagique latentis
Impulsos subiit fluctus; sonuere patentes
Oceani furiæ, & voluere immergere cuncta;
Mersissentque, altos ni fragmina prosiluissent
Protinus in montes, & sustentantia flexu
Se vario inter se servassent culmina magno
Celsa a naufragio; quamvis altissima paulum
Tum quoque inundari debebant; namque ruina
Commotus vasta, expressusque cadentibus intro
Molibus oceanus cumulo superabat aquarum
Magnarum, & salso complebat nubila rore.
Ex illo proin in Terra jam forma remansit
Excidii antiqui: resonanti pars bona cessit
Terrarum pelago; quæ pars eductior, illa
Rupes, & scopulos, atque inter culmina valles,
Raraque camporum, nec lata sat æquora præfert;
Undis interius variata est, fragminibusque
Illis, de crusta quæ tum cecidere ruente:
Quem casus tum forte locum dedit, hunc tenuere.
Ergo non poterat sine magna Terra ruina
Esse, velut nunc est? altos sustollere montes

Non

1 Burnetius, & Wistonus censuerunt, Terram olim fuisse totam fluidam: supremam superficiem concrevisse calore Solis: hanc confractam in frusta juxta Burnetium ob inæqualem exsiccationem, juxta Wistonum ex inæquali attractatione Cometæ nimis proximi, concidisse temere: inde montes, & quidem marinis productionibus confertos pluribus in locis; quasi vero, addit Noster, ipsos montes Naturæ Auctor, qui ipsius Naturæ nomine hic intelligitur, non potuerit ipse condere, dum Terram condidit, ad habendam hanc omnem vicissitudinem, & hosce usus, quos inæqualitas superficiei Terrestris habet maximos.

Potue-

Non valuit Natura, marisque extendere tractus,
Ut sit pulchra simul nobis, & commoda sedes?
Culpant præcipue tranantem luce Cometam
Vicina, qui plus ex una parte trahendo
Obductam circum crustam confregerit, atque
Confractas vario partes collilerit ictu
Inter se, interea cauda involvente ruinas.
  Non alii libitum est violento vertier omnia
Excidio [1], atque extra subito, & mutarier intra
Tellurem, sed paulatim per sæcula longa
Esse hanc ad speciem liquido de gurgite ventum.
• Namque fuisse globum jam tum docet ille fluentem,
Oceanumque patrem tractus tenuisse patentes
Undique, materies varios unde omnis ad ortus
Suppeditata fuit; secerni limus ab undis
Principio liquidis, solida & consistere mole,
Constringi & salso densatus glutine cœpit.
Et jam prima novis crescebant auctibus orsa
Perpetuo, magis hac, minus illac, æstus ut undas
Auctificas pulsabat agens, motusque ciebat;
Nam variis (quamvis nondum prognata fuissent
Flamina ventorum) currebant æstibus undæ.
Ergo se ad summum fundo attollente liquorem
Paulatim, & contra se demittente liquenti
Planitie in fundum, fuit, ut consurgere primo
Mons apice auderet novus, & prorumpere demum.
Interea fervebat opus genitale sub alto
Oceano, atque uno scopulo apparente subibant
Haud procul huc illuc brevia eruptura sub auras,
Ipsa madens etiam donec caput eduxere,
Jam scopuli; prior hic cretus, post alter, & alter

Divisi

Potuerunt utique montes plurimi, & colles fuisse initio conditi; sed ego pro certo habeo, quod & Noster inferius amplectitur, uti novimus insulas quasdam vi subterraneorum ignium e mari exortas nostro etiam hoc sæculo; ita plurimos montes, & maximos Continentis tractus emersisse olim, aliis confractis, atque demersis, quod itidem exiguis quidem tractibus, sed tamen accidit non semel hoc etiam ipso sæculo.

1 Congerit hic iam multa ex Taliamede, id celebri paucos ante annos edito libro est nominis; ubi quamplurima per se quidem egregia, & scitu dignissima congeruntur

Divisi inter se; sed plus minuente retecti
Se pelago, gemini coeuntes, tergeminive,
Una biceps, seu forte triceps velut insula ponto,
Sese ostentabant; nova proles adveniebat
Oceani rursum, & rumpebat viscera patris.
Montibus hic magnis ortus, sic Taurus, & ingens
Caucasus, & mediis præcinctæ nubibus Alpes,
Celsus Athos, & Olympus, & imbrifer Apenninus
Prodiit; hinc & Pyrenes, & Atlantis origo,
Inniti dorso cui sidera cernimus alto.
Dein alii, qui nunc constant, aliique minores
Prossiluere, diuque etiam post usque minores
Ordine distensi, quo motis fluctibus intra
Cursus erat variante æstu, ventisque coortis
Post quoque, cum cœpit Tellus prætendere frontem.
Atque ipsi interea scopulorum culmina venti,
Et Sol, & pluviæ minuebant, atque ferebant
In mare detractas prædas, operamque juvabant,
Ocyus ut multis in partibus exoriantur
Incœpti montes, Terram & protendere possint.
Sic demum patuit depresso gurgite, junctis
Montibus, & magnis siccatis undique campis
Terra ingens vastis tot regnis par capiendis.
Oceani nec jam cessat labor; additur usque,
Et nova progenies fundo proquditur omni,
Et scopuli augescunt, & littora distenduntur,
Acquirit Tellus, perdit mare. Pluribus oris,
Ut referunt, olim quas laverat æquor arenas,
Nunc seritur, glebæque boum sudore madescunt,
Dimoto non pauca procul per jugera ponto.
Quique olim portus tot magnis tuta carinis
Sedes, perfugiumque fuere, rigantur ab unda
Vix tenui, possuntque leves admittere cimbas,
Aut penitus fundo tellus patet ima retecto.
Præterea quot sunt urbes, audivimus ante

Quas

tur deprompta ex historia naturali, quæ probent, nunc esse Terram, ubi olim fuere maria excursu facto per Affricam, Asiam, & Europam, & quidem paullatim progressu temporis Terræ superficiem esse auctam, & imminutam superficiem maris; at ea ibi adhibentur ad id, ut inde adstrua-

Quas circum pelago pulſatas, rauca furentis
Exaudire ſali quæ vix nunc murmura poſſunt?
Ægypti extremis in finibus, incipit ora
Qua libyca, & ſterilis regio, infœcundaque arena eſt,
Viſuntur, magnorum operum monumenta, ruinæ,
Mœnia arenarum cumulis protecta, domuſque
Exeſæ, & turres diffractæ, ſcilicet amplæ,
At collapſæ urbes. Non Juppiter irrigat imbre,
Longum iter ad Nili ripas eſt, terraque nullos
Fruſtra culta poteſt fœtus dare; proptereaque
Vectabant, quod opus ſibi, per commercia gentes;
At quod commercj vaſtas genus inter arenas
Eſſe poteſt? igitur ſubſtructas has mare propter
Credibile eſt urbes, reſque huc trans æquora vectas;
Quin ſupereſt & adhuc ut portùs forma cavati.
Condita principio fuit una, & deinde remoto
Littore ſucceſſit ſtructis urbs altera muris,
Hoſpitiumque recens populo dedit; altera porro
Sic quoque, poſtremamque excepit Juppiter Ammon,
Deſertoque Jovi ſuffecit, de Jove natum
Qui voluit ſe, deinde ſuam; ſed & hinc modo pontus
Se retrahit, magno neque portu clauſus, ut olim, eſt.
Huic conjuncta Pharus jam tum fuit; inſula at ante
Uſque adeo terra medio diviſa profundo;
Ut, cum hìc Mæonius detentum ob numina læſa
Cum ſociis caneret Vates Atrida minorem,
Hìc & fatidico nectentem vincula Proteo,
Diceret Ægypto tantum diſtare, diei
Quantum iter unius eſt actæ per cærula puppi,
Flamine quam ſtridens impelleret aura ſecundo.
Qui prior incœpit Grajorum condere doctas
Hiſtorias, & ſcripta ſacrare volumina Mùſis,
Ille refert, Memphim prope magnam, tamque remotam
A pelago, æratos ſibi viſos ſcilicet orbes,
Ad quos fama fuit religatas ante carinas

adſtruatur fides inani commento; Terram olim fuiſſe itidem totam aquis circumdatam, quibus partim deponentibus limum, partim exſiccatis, & poſt ſolutionem in pluvias concreſcentibus, primo quidem paullatim emerſerint altiorum montium vertices; tum colles, & campi, viventibus omnibus, & hominibus ipſis prognatis ab iiſdem aquis.

Hæsisse, advectis starent cum mercibus auctæ.
Et geminæ fuerant allabens ad mare Syrtes
Quondam, & navifrago terrebant æquore nautas,
Nunc longo distant sejunctæ a littore tractu.
Quin Libyæ partem quoque nunc, Nubiæque calentis
Appellant prisco servato nomine Pontum,
Utque mare, inscribunt loca sic deserta tabellis.
Jam quos Oceano prætendit Gallia portus,
Omnes pene novi, siccatis atque relictis
Antiquis; præsens non est, Phocæa ubi quondam,
Massilia, at diducta situ, pontumque secuta.
Portubus in Latiis, quibus ad certamina structas
Romulidæ puppes condebant, nunc viret herba,
Atque alii portus fodiuntur, & usque novantur.
Brundusium classes olim, classesque Ravenna
Excipiebat; at hæc miratur littore sese
Esse suo jam diductam; vix parva coercet
Illud navigia, & fundo stant sæpe carinæ.
Littora quid memorem sidonia, quaque erat ingens
Antiochi regnum, quid grajos undique portus?
Vel modo visuntur nusquam, vel ab æquore longe
Disclusi. Ægæi est eductior insula ponti
Omnis, & Epiri quoque latior ora, novisque
Conseritur scopulis illud mare, Cyclades olim
Ut genitæ, & Delos Latonia. Proinde tabella
Discere de veteri si nunc Terræque, marisque
Collibeat fines, quantum illas denique culpes?
Mentiri credas, cum sic mutata locorum
Sit facies; virides modo campos esse videbis,
Qua fluctus olim despumavere; propinqua
Insula quaque fuit terris, velut insula Circes,
Insula nunc non est, sed tellus addita terræ,
Qua brevia, apparent scopuli nunc, atque coluntur.
Plus altis olim Venetam Neptunus in undis
Urbem admiratus; miracula nunc ea certe
Decrescunt; urbs jam fundo propiore habitatur.
Amplior est Batavum regio modo, quam fuit olim,
Et, licet aggeribus, ne campos obruat æstu,
Arceat Oceanum, semper minor advenit ille.
Tu quoque littoribus distensa Britannia circum

Crescis: Vos etiam Cimbri, Boreæque nivalis
Indigenæ; magis usque humilis circumsonat unda.
Cunctis [1] rebus ab his qui tentat vincere semper
Imminui pelagus, magis & descendere ad ima
(Non pugnem), vero fors nititur argumento:
Ante opus inspexisse tamen, causa omnia possint
Ne peragi hæc alia; ne portus obstruat ætas
Fors aliquos saxa advolvens, ne flumina longe
Protendant terram, & fœcundent littora limo,
Ne juvet Oceanus, cumulosque advectet arenæ,
Atque suo proprios restringat munere fines,
Et venti, & pelagi miscentes ima procellæ;
Denique ne motus terrai sæpe inopini
Id faciant usquam, scopulosque repente recentes
Educant, veluti nuper, terrestria post tot
Fulmina, post crebros mugitus, prætereuntes
Quos exaudibant Nautæ procul, & fugiebant
Jonio in magno, fumosque, ejectaque saxa,
Insula dimoto visa est consurgere fluctu
Haud longe aspectans Phæacum regna, novæque
Invitans tum spe Cultores ubere glebæ.
Exuviis compacta maris sunt edita saxa,
Duri etiam pisces rastris, conchæque ruuntur.
Sic itidem omnigenis quoniam concreta videtur
Æquoris exuviis, Afram venisse sub auras
Credibile est Melitem, quæ nunc tam nobilis ora est.
Proin qui conspiciunt terram sub fluctibus esse
Nostræ, quam colimus, similem, & sub fluctibus ipsis

1 Sententiam de continua imminutione aquæ hic Noster profitetur, a se non rejici, quæ fortasse sit vera; sed affirmat alias plures adhuc esse posse causas, quas & commemorat, cur in pluribus locis sit nunc terra, ubi fuerit olim mare: materiam, quam flumina in mare evolvunt; arenam, quam maris agitatio propellit ad littora; terræmotus, qui superficiem Terræ immutent, uti similem ortum habuit nova insula initio hujus sæculi orta in Græcia prope insulam, quam nunc dicimus *Santorino*; cujus postremæ causæ indicium desumit etiam ex productionibus marinis, quæ in montibus inveniuntur in lapides conversæ, ut pisces, conchæ, coralia, & plurima alia plantarum marinarum genera, quæ veterem suam formam servant, vel in lapides jam conversa, addit autem & anchoras, & navium fragmenta, & ossa humana tabulis adhærentia, quæ inventa sunt non semel in ipsis montium visceribus.

Paulatim ſterni ſola, marmora, ſaxa creari,
Compingique lutum varium, & coaleſcere arenas,
Hæc eadem cunctis aliis exordia rebus
Ante fuiſſe putant; ideoque ſub æquore vaſto
Ut multi perſæpe ſolent dureſcere piſces,
Oſtreaque, & conchæ, & rubicunda coralia condi
In ſilice, & fructus omnes, herbæque marinæ,
Sæpe eadem ſiccis hæc condita ſic reperiri
Montibus a ſalſo diſtantibus æquore longe.
Sunt quot in Helvetiis ea rupibus, atque nivoſis
Alpibus? omnigenos diſciſſa caute tuemur
Piſces; in duro non deſunt corpore ſquamæ,
Spinarumque tenor, denteſque, oculique rotundi,
Omnia naturæ ſpeciem ſervantia veram.
Certaque quin etiam Phocarum, & grandia Cete
Viſuntur ſpolia, & variantes pingere conchæ
Telluris gremium ſublimi in monte cavatum.
His alienigenis Pyrenes viſcera rebus
Conſita ſunt; Itali montes creviſtis & ipſi
Sic quoque, & æquorei tumulaſtis monſtra profundi.
Totius Europæ demum quis neſciat iſtis
Portentis fœtos montes, Aſiamque feracem,
Et Libyam, atque alio terras ſub Sole repertas?
Quidquid ſub pelago viret, innatat, omnibus hæret
In ſcopulis, duræ moliti viſcera terræ
Inveniunt homines; tactu lapis omnia conſtant,
Sed remanet ſua forma vel imis certa medullis,
Et modus, atque color; nec congeſta omnia caſu,
Projecta & temere, at veluti conſtrata manu ſunt,
Formæ quæque ſuæ, gravitatis & ordine certo.
  Præterea quot adhuc terram quoque ſigna ruendo
Non maris invenias? non ſæpe eſt anchora multis
Quam procul a pelago, quam celſis montibus inter
Eruta duratos piſces, apluſtraque fracta
Saxea, non remi, non malus, parſque carinæ?
Naufragii non ille fuit locus? ergo putandum
Illa quoque anteacto juga tempore merſa fuiſſe.
Sæpe etiam ad fractas tabulas in monte repertas
Eruta ſunt hominum multorum ſaxea membra,
Oſſaque, & armorum, & varii veſtigia amictûs.

Propterea [1] mare ſi decreſcere debuit annis
Anteactis, neque nunc ceſſat ſe littora circum
Omnia contrahere, & limoſo accedere fundo,
Adveniet tempus, dicunt, magnumque canentes
Augurium vanas tentant percellere mentes;
At non illudunt Vates Sapientibus, illud
Adveniet tempus, pede ſicco Hiſpanus ad Afros
Ut tranſmigret, & ipſa vetet Natura columnas
Trajicere Herculeas; vicinis inſula terris
Omnis ut accedat; Galliſque Britannia conſtet
Pervia, & Ægæi ſcopuli maris unica fiant
Inſula; Boſphoriæ fauces claudantur, ut olim
Hyrcanæ, Euxinuſque lacus quoque nominitetur;
Quodque Atlanta ſalum lavat imum, deſinat eſſe;
Et brevis, & nullus demum quoque tranſitus orbem
Extet ab orbe novo ad veterem, defoſſaque campis,
Collibus & mediis tot naufraga noſtra ruantur
Navigia, argentique abſorpta metalla, vel auri.
Innumerabilibus paulatim talia ſæclis
Sed fient, ut, quid terraque, marique ſit ante,
(Undique deletis monumentis) neſciat, actum,
Poſteritas tam ſera, aut fors conjectet, uti nos.
Interea liquido ſemper pereunte elemento
Incipiant montes late exardeſcere multi,
Ut nunc Ætna furens, atque ora recludere flammæ
Undique, dum Tellus igneſcat denique tota
Siccato Oceano, atque omni Cultore perempto,
Factaque Sol, aſtrumque novum luceſcat: at iſte
Nec quoque perpetuus conſtet nitor, almaque demum
Lux palleſcat, & abſumpta vi ſulphuris omni
Deſinat in cinerem Tellus ingloria inertem:
Ac porro ingentes per Mundi colligat oras

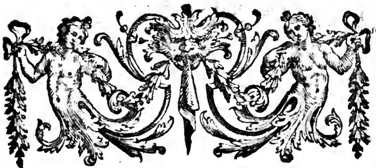
1 Pergit hic exponere, quo progrediatur is, cujus ſomnia expoſuerat pertinentia ad ortum telluris, & montium ex imminutione continua fluidi: fore, ut primum freta ſiccentur, tum & ſinus: inde amiſſo omni humore, Terra exardeſcat. & fiat ſtella: deinde abſumpta, & in cinerem redacta novum humorem contrahat per immenſos æthereos tractus, ac ea iterum fluido circumfuſa, progignat Oceanus rerum omnium ſemina, ex quibus oriantur & homines, qui ſiccata ſuperficiei parte emergant, ac ſint primo quidem rudes, tum paullatim excolantur, ut prius.

Diffuſum humorem paulatim, & ſorbeat undas;
Proin iterum in magnum concreſcat cooperientem
Terras Oceanum, renovantemque omnia, ut ante.
Scilicet Oceanus cunctis det ſemina rebus,
Et, velut altricem terram, terreſtria ſæcla
Omnia ſic gignat late, volucreſque, feraſque:
Tritonumque genus Mortales, monſtraque ponti;
Mutaque gens primum pelagus proſcindere tantum
Gnara ſit, ut piſces, quandoque attollat in auras
Phocarum de more caput, conſueſcat & illis
Paulatim; ſed poſt audentior unus, & alter
Emergat, victumque velit ſibi quærere campis,
Sæcla propagare, & cultores condere Terræ.
Proin patrem Oceanum rerum, Veneremque marinis
Fluctibus exortam, nantemque ad littora fingant.

Jam [1] quo non mentem primus procul auferat error?
Alta movet veluti qui per declivia greſſus,
Si ruat, haud ſubito valeat compeſcere caſum,
Quin ruat ulterius; tum præceps terque, quaterque
Volvitur, & multa contunditur uſque ruina.
Dum tamen has grandes nugas, & docta videmus,
Miramurque hominum deliria, cautior ipſa
Noſtra ſit, ut proprios mens, dum cavet ex alienis
Caſibus, evitet caſus, turpeſque ruinas.
Nam revocare ſuam quis ſperet tum rationem,
Cum ſemel exceſſit fines, exlexque vagatur,
Effræneſque ciet motus, lumenque ſecuta
Vix tenue in tenebris clara eſſe in luce diei
Somniat, atque Jovis diva pro conjuge ut olim
Ixion nebulas amplexu ſtringit inanes.

LI-

1 In hoſce errores, & hæc ſomnia demum invehitur, ac illud monet; mentem etiam, ut gravia corpora, ſi ſemel incipiat ruere, ita paullatim in præceps abripi, ut conſiſtere nequaquam poſſit.



LIBER QUINTUS

PRima [1] in præsidium vitæ procudit Egestas
Olim tot varias miseris Mortalibus artes
Ingenia exacuens pro rebus, opemque ministrans:
Fastus, & ambitio dein excepere, repertos
Protuleruntque usus, quanto plus, commoda nostra,
Et vitæ utilitas inopis quam poscere visa!
Sic vestes primùm inventæ, defendere membris
Frigus uti possimus, acutaque verbera venti;
Parvaque sic tepidis in vallibus edita tecta
Sunt, rabiem quoque detur uti vitare ferarum:
At nunc purpurea, aurataque in veste locamus
Luxum, & delicias, nunc laxa palatia surgunt
Effigies etiam e saxo exceptura silentes,

1 In ipso superioris libri fine pollicitus est Noster se acturum de magnitudine, & forma Telluris investigata per observationes, & mensuras. Id præstiturus, ut amœniore exordio Lectorem excipiat de more, & ad asperiora præparet, exponit progressum Geometriæ, quæ ab agrorum mensura traducta est ad dimensionem Terræ totius; sed & ante hunc ipsum Geometriæ exortum, rem longe altius repetens proponit, unde profluxerit ipsa necessitas dimetiendi, quin & distinguendi agros, quod argumentum connectitur cum ipsa origine inæqualitatis inter homines, quos initio Natura pares condiderat.

Hic igitur orditur ab artium progressu, quæ a necessaria vitæ conservatione ad luxum quendam traductæ sunt, ac proponit explicandum, unde, & quibus gradibus eo deventum sit. Porro & hoc ipsum exemplum artium a naturæ necessitate traductarum ad luxum bellè quadrat cum Geometria traducta a dimensione agrorum necessaria potissimum in Ægypto obruto aquis Nili, ad investigationem quodammodo veluti luxuriosam magnitudinis, & figuræ Telluris, ac distantiarum etiam inter astra, & magnitudinis eorundem.

Marmoreiſque nitent laquearia fulta columnis,
Unde urbi, gentique decus, nomenque paratur.
Utque tibi ex aliis vitæ rationibus iſtas
Clarius evolvam cauſas, rudibuſque recentes
Artibus exortus, & grandes unde recepti
Porro auctus, in res procurrere me ſine paulo
Longius, uſus erat queis primitus inſtituiſſe
Vitam homines, ne deficeret, queis deinde retectæ
Deliciæ, & fines Naturæ ſimplicis illi
Dimoti, atque aliis alii de moribus orti
Mores, atque novi cultus, diſtenſaque longe
Grandia propterea res incrementa per omnes.
Principio [1] Natura pari ratione creavit
Nos Homines, mortale, omnes, genus, ut neque quiſquam
Jactet ſeſe aliis potiori vivere ab ortu,
Nec majora ſibi deberi, primisque rerum
Omnibus æquum jus vitam, ſtirpemque tueri eſt,
Et capere ad victum de terra, quæ velit uſus;
Utile quidquid habet nam Tellus, divitiæ ſunt
Communes hominum: repleta eſt undique ſucco,
Et Natum ad ſua quemque vocat velut ubera Mater.
Nil proprium eſt, noſtrumque, labor niſi, curaque tantum.
His igitur cum percipimus, communia quæ ſunt,
Fiunt noſtra; velut qui carpit mitia poma,
Jam ſua ſunt, glandeſque ſuæ, quas colligit alta
Sub quercu, aut leporem capiens, cervumque fugacem,
Aut piſcem motis ſindentem cærula pinnis;
Namque penu de communi res extrahit illas.
Quantum at cumque libet, non ſumere proinde licebit;
Aſt

1 Proponit primo juxta probabiliorem ſane ſententiam (licet alii nonnulli, & quidem magni nominis Auctores alio modo rem explicent repetentes diviſionem a conventione expreſſa) æqualitatem inter homines a Natura initio inſtitutam: omnia fuiſſe omnibus communia, quæ fierent primi occupantis: fuiſſe par, ut nemo aſſervaret plus, quam neceſſitas, vel etiam deliciæ requirerent, ne quæ acquiſita ab uno ab eodem abſumi non poſſent, corrumperentur in aliorum damnum: Inde factum, ut ex occupatis, quæ facilius corrumpi poterant, commutarentur cum iis, quæ diutius poterant aſſervari: inde initium commerciis: ad faciliorem conſervationem acquiſitorum inventam deinde pecuniam, & certis rebus, ut metallis, & gemmis impoſitum pretium: inde vero opum diſcrimen, inde occupata pretio & Terræ ſuperficies, quæ communis aliter extitiſſet, opibus, & camporum

Ast & opus quantum, & quantum petit ipsa voluptas.
Quod superest, non fas corrumpi; prodiga non est,
Quamvis sit Natura ferax, & in utilitatem
Omnia vult verti, ne, quæ struit, irrita fiant.
Propterea tantam Terrai sumere partem,
Quam colat, & largo fœcundet semine versam
Cuique licet, victum sibi quanta effundere possit.
Non aliis id erit damno, non causa querelæ
Justa. Quid? una satis non Terra sit omnibus, æque
Qui capiant? unquamne fuat penuria parvi?
Ulli deficiant sola, queis pascatur, aranda?
Pleraque sed quoniam, quæ vitæ accommoda nostræ,
Tempore non possunt longo servata manere,
Sed nisi forte brevi nostros vertamus in usus,
Putrescunt facile, & minuuntur, dispereuntque;
Qui sinat hoc fieri, Naturæ dona profundit,
Atque injurius est aliis, quia sumit acervo
Plus de communi, quam quantum postulat usus,
Proinde aliis damno est, consumere qui potuissent
Utiliter. Tum par largiri mutuà partem,
Quæ superest, post ut tantundem restituatur,
Fragaque cum nucibus brevia, ut serventur in annum,
Et collapsuris victuros frugibus agnos
Mutare, & pretium hinc variis edicere rebus.
Huc igitur nos paulatim traduxit Egestas
Multa docens; mox hunc longe, longeque receptum
Protulimus morem; pretium confingere quippe
Rebus inutilibus libuit tunc, utpote raris,
Et quæ perpetuo possint servarier ævo,

porum dominio distinctis hominibus, cœpisse & familiarum discrimen, habitis pro nobilioribus iis, qui a ditioribus orti essent, ac proinde & Reges exortos, qui plurimis præessent; & populos, qui diversis parerent Regibus, & e contrario paupertatem, ac servitutem; tum & vim, ac furta, & rapinas, & idcirco leges, ac judices, quibus cuique suum adjudicaretur: inde vero & arvorum fines circumseptos, & limites positos, cumque potissimum in Ægypto Nilus fines confunderet, limitibus vel abreptis, vel aggestione terræ sepultis, Geometriam habuisse ortum, quæ ipsos definiret campos delineationibus ad altiores positiones alligatis: hanc vero Geometriam eo delatam a necessitate, inde ad luxum quendam processisse, ut Terram totam dimetiri sit ausa, & definire distantias ac magnitudines Solis, & Planetarum.

Æs velut, argentum, atque aurum, atque adamantina ſaxa.
Hinc eſt ſignato pecore orta pecunia primum
Scilicet, hac nobis conſtant ab origine nummi.
Crevit avarities hinc, nam, quam ſervet, adepta eſt
Rem facile, accumuletque, diu ſi parcat abuti:
Hinc ceſſere in opes privatas publica terræ
Jugera, quæ populo quoque magno ſint ſat alendo,
Et potiundi aucti, extenſique per omnia fines;
Nempe ita ſervari, quodcumque dat ubere gleba
Tellus ipſa, poteſt, nihil ulla & diſperit e re.
Sic cui principio potiundi cura, laborque
Major erat, magis & ſervabat, major haberi
Idem aliis, longeque potentior, ad ſua flectens
Multos arbitria, & ſors omnes, debuit unus;
Et ſua progenies meliori e ſemine viſa eſt
Duci, atque exortus ſortiri nobiliores.
Protinus hinc Regum, & Dominorum nomina terris,
Prorſum ignota prius, ſunt prodita, nobilitaſque
Cum cenſu venit; paupertas, ſervitiumque
Fluxerunt etiam, ſimul & vis, furta, rapinæ:
Propterea & leges ortæ, cujuſque quod eſſet,
Tutum quæ facerent, & habendi quæ ſua, normas
Præciperent, lites ne litibus exciperentur.
Et quoniam cum nos procurrimus immoderate
In rebus, prima amota, nova ſurgere Egeſtas
Uſque ſolet; debet nova ſuppeditarier uſque
Ars etiam, multas poſt ſe tractura quoque artes.
Quare & prætentis finiti ſepibus agri,
Et poſitus campis limes, menſuraque in arva
Inducta eſt, quod quiſque habet, ut cognoſcere poſſit,
Quodque ſuum eſt, colere, atque aliena abſiſtere gleba.
Præſertim ſola partiri per jugera lata
Vobis cura prior fuerat, repetita quotannis,
Qui lætam Ægyptum colitis, ripaſque feraces
Nili exundantis; delebat quippe quotannis
Omnes agrorum confuſo limite fines
Nilus, & æquabat limoſis omnia limphis.
Proin ſua ſervandi Menſorum hinc extudit artem
Ardor, opumque fuit terras numerare cupido
Quæ docuit; poſt ad faſtigia pergimus artis

Hujus

Hujus item, prætergressi, quo duxit Egestas:
Ad Terræ nam sic noscendum venimus augmen
Totius, hinc etiam ad Solem, & palantia Cæli
Sidera, non humili correpti huc ambitione.
Quapropter [1] ne te in promissis plura moremur;
Terra quibus dimensa, modos, age, percipe plures;
Tum lustrandum auras obeuntes undique Terram,
E liquidis iterum ad Cælum sustollar ab auris,
Quam gravis astrorum, visurus, quæque vagantum
Sit moles, non libræ examine, sed rationis,
Visurus Lunæ indociles motusque, vicesque:
Ire, redire vias sublimes sæpe necesse est.
Quærebant [2] olim qui Terræ totius augmen,
Esse rotundam ipsam prius omnes arripiebant;
Proin facile ex aliqua dimensa parte rotundæ
Delabi fuit ad totam, & cognoscere, quanto
Orbe sit, & notis circumdare millibus amplam.
Hoc prodit tentasse vetus quem fama, Syenem
Ille urbem, cum Sol, per chelas Canceris iret,
Alti crediderat sub recto verbere Solis
Esse sitam; nam rumor erat tum lumine adiri
Immisso puteos ex omni parte profundos,
Et tenebris prorsus spoliari, umbraque carere.
Præterea illam urbem (Pelleo condita Rege
Urbs erat huic sedes Ægyptum prima per omnem)
Æstiferum rectà a sese sic vergere ad Austrum,
Ut simul aspicerent mediam noctemque, diemque.

Jam

1 Hic jam aggreditur argumentum suum, & proponit, quæ potissimum hoc libro pertractaturus sit: plures methodos dimetiendi Terram: inde plura, quæ pertinent ad aerem Terræ circumfusum, quo superato iturus est iterum in Cælum ad determinandam molem, & massam plurium Astrorum, quibus definitis aget de Lunarium motuum vicissitudinibus.

2 Incipit a Veteribus, qui Telluris figuram habuerunt pro sphærica, in qua hypothesi admodum facile fuit investigare magnitudinem totius Terræ, quæ nimirum profluebat statim e dimensione arcus terrestris cujuscumque, ubicumque per accuratas mensuras determinati. Hoc argumentum pertractabimus de more uberius in supplementis in hunc locum, hic interea Nostrum sequuti pressius: porro pleraque ex iis, quæ profert huc pertinentia, continentur in meis dissertationibus de Veterum argumentis pro Telluris sphæricitate, ac de figura Telluris, & in meo opere *De Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem*, ac ejusdem operis synopsi iti-

Jam prope distantes æque inter mutua sese
Cum radii Terram veniant a Sole per omnem
Tam procul educto (cui punctum est Terra relata
Immani spatio), talem catus extudit artem.
Sursum dimidiam convertit ad alta cavati
Astra globi partem, cui filum aptarat ahenum
E medio recta surgens, mediaque cacumen
Summum prorsus habens sectæ in regione pilai.
Ergo per Cancri, qua Sol fuit altior hora,
Solstitium, fili vidit quam longa sit umbra;
Nimirum decies quintam comprendere partem
Ejus circuitùs, tantam proin totius esse
Circuitùs Terræ partem percepit idipsum
Intervallum, urbem distensum hanc inter utramque;
Quo te ipsum ratio tibi non impervia ducet.
Ast utramque urbem quod distinet intervallum,
Æquabant quinis stadiorum millibus, oras
Æstiferæ longe regionis qui peragrabant.
Quapropter cingit qui Terram maximus orbis,
Biscentum, & decies stadiorum quinque necesse est
Millibus excurrat: Quod, si prima omnia constent

Vera,

iridem mea inserta Commentariis Academiæ Bononiensis.

Primo loco exponit dimensionem Terræ factam ab Heratosthene. Is ex observationibus habitis in Africa in urbe Syene, & Alexandriæ definivit ambitum circuli Terræ maximi stadiis 250000.

Supposuit Syenem esse sub ipso Tropico Cancri, quod in meridie æstivi Solstitii dicerentur ibi putei illuminari usque ad fundum, quorum unum, ajunt, fuisse profundissimum, ex cujus fundo extra id tempus noctem alente umbrosissimam interdiu etiam stellæ apparerent, quo & Virgilium spectasse putant binis illis versibus.

Dic quibus in terris, & eris mihi magnus Apollo,
Tres pateat Cœli spatium non amplius ulnas.

Deinde supposuit Syenem, & Alexandriam sub eodem meridiano esse, illa jacente accurate ad Austrum respectu hujus: id an ita se habeat, cognosci poterat in primis ex Lunæ defectibus, qui si ex urbes sub eodem meridiano erant, debebant utrobique apparere eodem horarum numero ante, vel post meridiem aut mediam noctem.

Supposuit iridem ex communi itinerantium fama intervallum inter eas urbes esse stadiorum quinque millium.

Iis suppositis erexit Alexandriæ hemisphærium, in cujus centro erat vertex styli e medio hemisphærio verticaliter erecti. Observavit ejus styli umbram in meridie solstitii æstivi, nimirum distantiam cuspidis umbræ ipsius a pede styli, quam invenit esse partem quinquagesimam circumferentiæ circuli maximi ejusdem hemisphærii.

Vera, queat nulla prorſus ratione refelli.
Verùm [1] non illæ mediam noctemque, diemque
Prorſus eodem agitant momento temporis urbes,
Altera ad occaſum ſed paulum flectit, ad ortum
Altera; nec prorſus Cancri ſub culmine ſummo,
Quo deorſum ſe Sol parat intorquere, Syene eſt;
Nam non e medio venientes Sole profundos
Tum radii illuſtrant puteos, ſed proximiore
Extremæ a puncto flammantis lampadis oræ.
Præterea neque ſunt illo uno de rutilante
Emiſſi puncto radii, quibus ultimus umbræ
Finitur limes, ſed limbo prorſus ab omni
Circum Solis, uti non poſſint fingier æque
Diſtare inter ſe, quin ſit diſcrimen in umbra.
Denique, quod ſupereſt, ſtadiorum millia quina
Urbibus eſſe putes illis interſita prorſus?
Poſſe iter exhauſtum metiri tam bene credas,
Qui faciunt, ducuntque viam, quam longa, labore?
Singula quæ poſſunt, quod tu deduxeris illinc,
Irrepente aliqua facili corrumpere fraude.
At non illa ſagax ratio minus eſſe videtur
Idcirco, per quam Terræ metirier orbem
Scilicet inventum eſt, ſuaque ars exordia cœpit.
Porro [2] alium non Sol, nocturni at ſideris ignis

Du-

phærii. Inde autem intulit intervallum inter Alexandriam, & Syenem eſſe partem itidem quinquageſimam circuli Terræ maximi, quod qua ratione ex quadam parallelarum linearum proprietate conſequatur, videbimus in ſupplementis.

Cum igitur 50 ductum in 5000 exhibeat 250000, inde conſequebatur neceſſario totum Terræ ambitum continere ſtadia 250000.

1 Hìc ea exhibet, quæ ejuſmodi menſuram reddunt minus accuratam: nam nec illæ urbes ſunt ſatis accuratè ſub eodem meridiano, nec Syene eſt prorſus ſub ipſo tropico, puteos illuſtrantibus die ſolſtitii ad fundum radiis non a centro, ſed ab alio diſci ſolaris puncto provenientibus, nec umbram ſtyli finiunt radii provenientes a centro Solis, quod requireretur ad illam parallelarum proprietatem, ſed radii provenientes a ſupremo margine; & ipſum intervallum quinque millium ſtadiorum, nimis craſſo tantummodo viatorum judicio, & æſtimatione quadam creditum, non erat ſatis accuratum, quas omnes ob cauſas menſura terreſtris ambitus obvenit erronea, nimirum multo major juſta: adhuc tamen methodus eſt admodum ingenioſa, & ſagax.

2 Aggreditur methodum adhibitam a Poſſidonio, qui ad eam dimenſionem eſt uſus ſtella fixa pri-

mæ

Duxit, uti fines Terræ præſcriberet orbi.
Namque Rhodo, tanto claram quam fecerat ipſe
Hoſpitio, plus quam moles ea vaſta Coloſſi;
Submiſit faſces Doctrinæ Oriente ſubacto
Magnus ubi, & ſubiit parvos, ut templa, penates;
Tu quoque ab Arpino, largum cui flumen & aureum
Eloquii, cupidus fontem hunc virtutis adiſti;
Ergo Rhodo ex humili ſummas ita radere ponti
Aſpiciebat aquas ſidus (dixere Canopum,
Fulgurat Argoæ quod clavo navis inhærens)
Ut ſubito exortum caderet, pelaguſque ſubiret.
Illud at Ægypti primo de littore viſum,
Mœnia quo Macetæ ſurgunt de nomine Regis,
Parte aliqua ætherii ſurſum ſe totius orbis
Extollebat, ubi jam ſummum culmen adiret;
Et quia utrumque ratus mediæ eſſe ſub orbe diei
Uno eodemque locum; pariter, ſeſe inter, utrumque
Percepit tantis removerier intervallis,
Æqua illi parti Terrai ut totius extet
Pars ſe inflectentis circum, & redeuntis in orbem.
Sed ſpatium certis finibat millibus illud;
Ergo itidem hunc certis cingebat millibus orbem.
An minus ambiguis, quam ſit prior, hæc elementis
Menſura innixa eſt Terræ, ſuſpectaque nobis?
Adde, quod hoc humili quia ſidus fulget ab ora,
Se magis infringunt radii, quam Solis, ab alto
Culmine cum Cæli rutilantia ſpicula vibrat,
Ut novus hinc aliis cumulari debeat error.

Men-

mæ magnitudinis, quam Canopum appellant, ac eſt in temone navis Argo. Eam Rhodi videbat horizontem ſtringere, Alexandriæ vero cenſuit elevari ſupra horizontem parte quadrageſima octava totius circuli cæleſtis. Hinc cum cenſeret eas urbes ſub eodem meridiano eſſe, intulit intervallum inter eaſdem eſſe partem quadrageſimam octavam ambitus terreſtris, quod intervallum cum itidem ex craſſa navigantium æſtimatione cenſeret eſſe ſtadiorum 5000, attribuit toti circumferentiæ terreſtri ſtadia 240000, & ſingulis gradibus ſtadia 667.

Verum hanc etiam menſuram Noſter affirmat æque incertam eſſe, tum quia incerta ſunt, immo minus accurata ea omnia, quæ ipſe aſſumpſit, & præterea refractio horizontales obſervationes perturbat plurimum, quæ & Veteribus incognita erat, & eſt maximè variabilis, ac incerta; ſtellas autem attollit.

Quo autem Noſter initio hujus loci reſpiciat, ſatis patet: Pompejum

Mensuræ [1], genus hoc, sed adhuc fallacior illa
Tum tentata fuit ratio. Procul urbe Syene,
Cujus & hæc servant, excisa & marmora nomen,
Qui tum adventabant, velut inter mira, referre
Hoc quoque consuerant, illa regione sub Austrum
Tercentum stadia a Borea protendere sese;
Queis stadiis per humum quæ corpora consita rectà
Tolluntur, muri veluti, celsæque cupressi,
Erectique situ quoque aheni proinde cylindri,
Ipso in Solstitio qua Sol altissimus hora est,
Ex ulla prorsus non ullas parte cadentes
Projicerent umbras; nam pars super imminet una,
Cuique aliqua, illustrans Solis, qui corpore lato est.
Perceptum hinc facile est, quam partem corpore lato
Cæli circuitùs Sol occupat, hanc quoque partem
Terræ circuitùs comprendi totius illis
Debere a stadiis. Sed jam quis nesciat, illos
Quam tutum non sit fines servare sine umbra,
Et latam Solis faciem, limbisque receptam
Oppositis, illo præsertim tempore, quo, cum
Servarent, satis esse putabant in capiendis
Mensuris magnas tantum cognoscere partes,
Et non partium item partes, iterumque refectas,
Atque iterum, quas integris demasve, vel addas.

Bar-

jum nimirum innuit, qui Rhodi ad ipsius Possidonii domum divertit permotus hominis fama, ac Ciceronem, qui ad ipsum audiendum eodem se contulit.

1 Aliam hic commemorat methodum minus adhuc exactam, qua idem Posidonius est usus. Cum nimirum fama esset, solstitii æstivi die in meridie corpora erecta perpendiculariter ad horizontem per 300 stadia nullam umbram projicere, hinc intulit, quam partem cælestis circuli Sol occuparet sua apparenti diametro, eandem occupare in terrestri circulo id intervallum, cujus nimirum singulis punctis puncta singula Solaris diametri ad perpendiculum imminerent. Cum Sol circiter dimidii gradus mensuram occupet, erueretur inde, singulos terrestres gradus continere 600 stadia, adeoque totum circulum 216000. Verum, & hanc mensuræ methodum, dicit, multo minus exactam esse potuisse, cum admodum difficile sit definire, ubi incipiat umbra esse aliqua, & cum apud Veteres non licuerit accurate definire diametrum apparentem Solis; nam ii non habebant instrumenta satis accurate divisa in minutissimas partium particulas, uti habemus nos: casu tamen factum est, ut hæc omnium maxime inter Veteres ad veram mensuram accedat, cum exhibeat pro gradu milliaria antiqua 75.

Barbara [1] cum premerent Europam bella, ferique
Vexarent usus; proin late inculta jaceret,
Atque artes, legesque sibi lugeret ademptas,
Soli vos Arabes Terræ felicis Alumni
Astrorum motus cupidi spectastis, & alta
Convexa, atque caput supra labentia signa;
Effusique aliis Victores protinus oris
Excultas artes nostrum immisistis in orbem.
Tum vos fama refert præclaræ laudis amore
Incensos, Terræ, quam vestris subdere totam
Legibus optastis, voluisse inquirere molem;
Propterea in vastis Asiæ, quos Tigris, & ingens
Alluit Eufrates, campis comprendere certa
Mensura tentasse (gradum quam dicimus) unam
Terrai partem, quæ sexagesima sextæ
Nimirum partis constat pars unius orbis;
Tentasse, atque situ ex uno servasse locorum
Campestri, gradibus quot se illic evehat alte
In Cælum Boreæ vertex; exinde sub ipsum
Isse polum, donec visus sublimior uno est
Hic crevisse gradu, dimensos esse locorum
Dein interceptum spatium; totiesque repertæ,
Sunt quot in orbe gradus, numeros iterasse per orbem
Mensuræ. Numeros facile hos excepimus ipsi,
At non cum numeris rationem, qua fuit alte
Quæsitus vertex, non artem, qua loca mensi
Sunt ea, non ipsas mensuras, quantaque prorsus
Millia tum fuerint, quæ nunc accommodat aptans,
Ut vult, quisque suis mensuris; lesbia virgæ

Re-

1 Quarto loco commemorat mensuram, quam octavo sæculo, quo jam ingens Europam omnem barbaries oppresserat, tentarunt Arabes sub Rege Maimone in campis Singar. Ut unum gradum obtinerent, nimirum partem sexagies sextam totius circuli terrestris, processerunt in iis campis in directione meridiani, donec iis uno gradu polus elevatior evaderet. In eo intervallo invenerunt ii quidem milliaria 56; unde universus Terræ ambitus facile deduceretur; sed non satis constat, qua mensura sint usi, & cujus magnitudinis fuerit eorum milliare: hinc eandem mensuram nunc alii alio accipiunt modo, & suis usibus accommodant, atque id eadem ratione, inquit Noster, qua crudelissimus ille apud veteres Procustes est usus, quem ferunt, hospites suos necare solitum, & vero etiam torquere, cum breviorum membra in equleo vi distenderet, donec æquarentur lecto, longiorum abscinderet.

Regula qualis erat, ferus aut mos ille Procustis
Aptantis peregrina cubantum corpora lecto;
Exæquabat enim vi, cum breviora fuissent,
Distendens artus, nervorum & texta resolvens,
Sin contra a pedibus superessent longa, recidens.
Sed [1] quid opus tam prisca sequi, jam nostra reductis
Jamdudum his studiis si florent tempora? magnum
Terræ ad quærendum certatim incumbitur augmen
Nunc iterum: primum nempe hunc hausere laborem
Unà omnes Italique viri, Gallique, tumentis
Quique colunt Thamesis ripas, Rhenique bicornis.
Protinus est ratio sua cuique inventa, modusque.
Namque [2] fuit, qui, posset uti cognoscere Terræ
Id spatium, quantum est, quod scilicet ante sub uno
Esse gradu Cæli servaverat, ibat in alto
Invectus curru, per quot converteret orbes
Se rota, dinumerans, cujus jam marginis oras
Ærati fuerat circum dimensus, iterque
Inde suum sic omne putabat; quodque viai a
Flexibus, atque solo visum est discrimen iniquo
Prodire, id summa minuens tollebat ab omni.
Num terræ Mensor totius fidere tali
Debuit, & tantis mensuræ erroribus actæ?
Quid sit opus demi, non cernat, at æstimet anceps?
Tum [3] fuit & triquetra qui rem cognoscere forma
Aggressus, struxit tali triquetram arte figuram,

1 Transit jam ad conatus Recentiorum in investiganda Telluris magnitudine, qua in re omnium Europæ cultioris populorum industria enituit.

2 Primum memorat Fernellium in Gallia, qui observata in æstivo Solstitio altitudine Solis meridiana provectus est curru in directione meridiani, donec unius gradus discrimen inveniret. Interea, ut binorum locorum intervallum obtineret, numerabat conversiones rotæ, ex cujus circumferentia cognita, & conversionum numero eruebat intervallum sublata ea parte, quam æstimatione quadam censuit deberi curvaturæ, & inæqualitati viæ, per quam vehebatur. At quam crassa sit ea ratio determinandi intervalli, nemo non videt.

3 Secundo loco proponit tentamina P. Riciolii, qui usus est triangulo, cujus unus angulus esset in centro Terræ, reliquorum alter in turri Mutinensi, alter in Paterno monte Bononiæ. Definitis per observationem angulis in Turri, & monte ope lineæ visualis tendentis ab altera statione ad alteram, & fili penduli tendentis ad centrum Terræ habitæ pro sphæra,

Ejus apex Terræ in medio ut se conderet imæ,
Flexus & in summa turri foret alter, & alter
Culmine in aerii montis, prospectus in illam
Unde patet; flexum hunc utrumque, receperit intra
Quot sua crura gradus, facile exploravit, & istis
Percepit notis, quantus prior ille profunda
Consitus in Terra, qui formæ in acumine summo est,
Constiterit; quot proinde gradùs sit partibus inter
Se disjunctus apex turris, montisque vicissim;
Quod spatium pedibus dimensus deinde, per omnem
Circuitum sic se potuit convertere Terræ.
Sed præter quam quod tractus brevis iste locorum est,
Quique, vel exiguum nulla vitabile cura
Discrimen, faciat, magnum ut grandescat in auctum,
Dum vice multiplici totum transfertur in orbem;
Illuc fraudis item multum irrepsisse, necesse est,
Quod lux, a rebus dum mittitur, inter eundum
Per liquidos calles, fœtasque vaporibus auras,
Flectitur, & torquetur; & ipsum id noscere, quidnam
Hic faciat, semper durum est, incertaque constat
Quærendi hoc ratio; ratio proin semper, oportet,
Hæc quoque servandi fallax, incertaque constet:
Scilicet in montem curvo de turre profusa
Tramite convexam vertente ad sidera partem,
Ibat lux; ideo magis apparere patentes
Hi flexus, quam par, gemini, & subtilior ille,

Quam

ra, definivit angulum in centro Terræ, cui respondebat intervallum inter ea duo loca, quod mensuris diligenter actis obtinuit, ac inde & unius gradus, & totius terrestris periphæriæ mensuram deduxit.

Verum & hæc methodus erronea fuit: præter brevitatem ejus tractus, in quo minus invenit, quam trientem unius gradus, ut idcirco error in ea dimensione commissus, dum ipsa ad totum ambitum traducitur, excrescat plus quam mille vicibus, erroneam plurimum reddit eam methodum illa luminis proprietas, quæ dicitur refractio, qua radius, dum a medio rariore transit ad densius, cæteris paribus inclinatur ad perpendiculum; unde fit, ut linea visualis, quæ transit per regiones aeris non æque densas, incurvetur, & angulos observatos reddat majores justo, adeoque tertius, qui debet esse residuum eorum ad gradus 180, justo minor evadit, & proinde plura, quam par est, uni gradui, & toti Telluri milliaria tribuuntur. Hunc errorem Riciolius nequaquam consideravit, quem quidem accurate æstimare est admodum difficile, quin immo is pro diversa constitutione atmosphæræ diversus est.

Quam par, tertius esse; gradùs pars scilicet illa
Major ob hoc, & major item quoque Terra videri
Debuerat, quam sit, sedesque excrescere nostra.
Cætera [1] quid memorem, primo velut artis in ortu
Quam variis tentata modis? cum noscere paucis
Possis certus ab his, non esse sagaciter illas
Tractatas Terræ mensuras; proinde tuaris
Congruere inter se non illas posse vicissim,
Sed magnum numeris prendas discrimen in illis.
At si sexque, decemque retrorsum in lustra abeamus
Mente haud immemori, admissique Lutetia muris
Pulchrarum rerum, & magnarum dædala mater,
Hospitioque tuo, peregrinis subjiciamus
Cuncta oculis, alte magnas consurgere moles
Æternam in sedem doctrinarum, atque leporum
Aspiceremus, & Uraniæ super omnia turrim
Attolli, qua jura Deæ cælestia constent;
Tum subito in ritus veteris, legesque Academi
Conventus hominum fieri, doctumque Senatum
Cogier. Hæc consulta Virum graviora fuere,
Primaque, mole super Terræ, formaque videnda.
Jamque [2] Duces lecti; gelidas metitur in oras
Alter ab urbe, gradus quantum protenditur unus,
Alter at oppositum ad Pyrenes usque nivosæ
Radices per quinque gradus procurrit in Austrum.
Italia hunc Gallis civem donarat habendum,

 Ipse

1 Cum horum methodi extiterint usque adeo imperfectæ, mirum nequaquam esse, affirmat, si mensuræ horum omnium, & aliorum, qui similes adhibuerunt methodos, a se invicem usque adeo discreparint. Tum gradum facit ad investigationem in immensum accuratiorem, quæ instituta est postremis hisce potissimum 80 annis post conditam in primis Parisiensem Academiam, quam meritis effert laudibus, & erectam non Turrim tantummodo Astronomicam, sed quoddam veluti augustissimum Uraniæ templum in celeberrimo Parisiensi Observatorio.

2 Duas hic graduum dimensiones conjungit ab Academicis Parisiensibus institutas, alteram a Piccarto in Boreali Gallia, alteram a Dominico Cassino in Australi, qui quidem a Parisiensi Observatorio per 5 gradus Parisiensem meridianam lineam produxit in Austrum usque ad Pyreneos montes, quam Jacobus Cassinus ejus filius in Boream deinde produxit DunKerKam usque. Utrumque autem tractum multo deinde diligentius novis determinavit mensuris cum Caillio Cassinus de Thury Dominici Nepos, Jacobi filius, qui nunc maxime

Ipse parem post se vestigia magna ferentem
Progeniem; Natique labor fuit ire remensum
Arctoa de parte gradum, procurrere & ultra:
In laudes, nomenque Nepos succedit utrique,
Mensurisque suis loca mensa retentat, avitam
Et relegit, patriamque viam, & quoscumque Priores
Lustravere gradus partiti Gallica regna,
Lustrat agens, & opus multorum perficit unus.
Porro [1] majus opus decretum, nempe remota
Tentandæ regione viæ, spatia atque adeunda
Inter se vasto longe distantia Cælo,
Rem magis aucta fides ut panderet; ire Americæ
Ad loca tum visum, supra quæ præterit orbis
Nocte diem exæquans, atque ad torpentia brumæ
Regna, polo vicina, æterni ad frigoris oras.
Quas tibi mensuras Terræ dum [redacted] omnes,
Et variam longo rationem carmine, & artem,
Exhaustosque viris evolvimus inde labores,
Tenuia, spero equidem, non argumenta quereris
Texere me pertæsus; at huc tibi proinde libebit
Subtractam interea curis adjungere mentem;
Nam neque nobilius, veteri neque majus ab ævo
Ad seros quidquam transmittere fama Nepotes,
Volvendæque diu ætati contradere possit.
Ipse [2] gradu cupias uno si noscere, quantum
Prendatur spatii, geminas res ante necesse est

Pro-

xime Parisiis floret, uti videre est in præstantissimo opere, cui titulus *Meridienne Verifiee*. Nondum autem omnia perfecerat, cum primum hæc Noster scriberet.

1 Progreditur ad ulteriora, & multo utiliora, ac multo majore celebratione digna ejusdem Academiæ tentamina. Ea, cum intervallum inter gradus in Gallia definitos esset nimis exiguum ad definiendam inæqualitatem graduum, quæ jam investiganda erat, Telluris figura abludente a sphærica, sed nimis parum ab eadem discedente, binas Academicorum turmas dimisit ad loca inter se distantia fere per quadrantem circuli Terræ maximi, nimirum alteram sub æquatorem, & alteram polum borealem versus, ut ad eum, quantum liceret, accederet: accessit autem usque ad polarem circulum. Methodum ab his adhibitam exponere aggreditur: nos hic eum sequemur de more, at in supplementis in hunc locum, quæ ad hanc investigationem pertinent, diligentius evolvemus, expositis iis, quæ pertinent ad determinationem figuræ terrestris per gradus.

2 In primis ad habendam men-
suram

Propterea tentes reperire; ſub orbe diei
Nimirum mediæ diſtantia puncta viciſſim
Inter ſe Terræ duo percipe; noſcere flexum
Primò illum debes, quem fila cadentia rectà
Terræ ad planitiem, rectàque meantia utrinque
Efficerent illic, ubi opus concurrere longe eſt
Obvia viſceribus ſub Terræ merſa profundis:
Præterea debes, inter duo puncta quid extet
Diſtenſum ſpatii, quot paſſus nempe, vel ulnæ,
In medio cognoſſe ſolo, æquataque supernè
Planitie, ne quid montes, valleſque ſupinæ,
Turrita officiant vel mœnia, vel nemora alta.
His ſubito menſura gradûs conſtabit ab actis;
Nam gradui ſi flexus erit par ſcilicet uni,
Punctorum intervalla gradu claudentur ab uno;
Sin major, ſeu forte minor, minor ipſa neceſſe eſt
Sit tanto menſura gradûs, majorve reperto
Terræ illo tractu gemina inter puncta recepto.
Propoſitum [1] ſed jam metiri qua ratione
Poſſimus flexum? ſenſu non pervia Terra eſt,
Viſceraque illius penetrare ſub alta negatum:
At non oppoſitas in partes ire negatum eſt
Poſſe, atque in Cælum contra protendere fila,
Ut ſignent noſtris puncta impendentia punctis,
Ætheriique arcûs medios inquirere tractus.
Propterea quoddam ſidus, quod, culmine motûs

 Cum

ſutam unius gradus ptoponit ſeligenda duo puncta in ſuperficie terreſtri, a quibus concipiantur binæ rectæ lineæ perpendiculares ad ſuperficiem regularem Terræ, quæ tectæ ibi, ubi concurreten, quendam angulum continerent. Oportet determinare illum angulum, & determinare illorum punctorum diſtantiam aſſumptam itidem in ſuperficie quadam Telluris, quam concipiamus æqualem. Si enim ille angulus fuerit unius gradus; hæc diſtantia exhibebit menſuram gradus terreſtris, ſecus facile tes perficietur factis ut eſt angulus ille inventus in concurſu earum rectarum ad gradum unum, ita diſtantia inventa ad unum gradum.

1 Exponit hic primo loco difficultatem, quæ ſe objicit, obſervandi illum angulum, quem nimirum immediate determinare non licet, cum non poſſimus ptoducete illas rectas perpendiculares ſuperficiei intra viſcera ipſius Terræ uſque ad concurſum, & eo nos pervadere ad capiendas menſuras: tum exhibet methodum id præſtandi definiendo diſtantiam inter bina zenith, ſive puncta, quæ iis binis terreſtris ſuperficiei punctis imminent in Cælo ad

Cum fuerit summo, nimium non vertice flectat
A nostro procul (ex humili fracti omnia turbent
Nam radii), servant oculo vigilante, & utraque
Suspiciunt regione loci, quam vertice distet
Servantum, prope præteriens cum transit, utroque.
Sic geminus quem tum vertex intercipit, arcum
Scire datur, proin & Terræ quem puncta coercent.
Quarta orbis parte id peragunt; divisa superno est
Inque gradus æquos limbo, graduumque minutas
Particulas; medio dependet acumine filum,
Tenditur adjuncto quod deorsum a pondere plumbi;
Binaque, ab hoc medio curvas quod tendit ad oras,
Vitra hærent lateri, queis sidera transpiciuntur;
Inter quæ, species ubi rerum pingitur omnis,
Fac, transversa loces, seseque secantia rectâ
Ærea fila: latus tum si direxeris alte
In Terram vertens signati marginis oras,
Videris & nodo filorum sidus in ipso,
Arcum, quo sidus nimirum a vertice distat
In Cæli spatiis, similem illi prorsus habebis,
Quem finit latus hinc, illinc a pondere filum
Distensum; dum namque latus stat sidus in ipsum
Directum, filum petet alti verticis oras
Pendens, atque apicem Cæli transcurret eundo.

Nec

ad perpendiculum, ad quæ puncta tendunt illæ binæ rectæ sursum productæ.

Porro horum distantia facile definitur, si jaceant in eodem Meridiano, capiendo ope quadrantis Astronomici distantiam utriusque zenith a quapiam stella non nimis distante ab ipso zenith, ubi nimirum refractio tenuissima investigationem turbare non possit, in ipso ejus appulsu ad meridianum; nam summa, vel differentia distantiarum ejus stellæ a binis zenith, prout stella jacuerit inter ipsa, vel extra id intervallum, exhibebit distantiam ipsorum zenith, quæ metitur angulum illum quæsitum, cujus caput diximus latere in intimis visceribus Terræ.

Exponit hic autem breviter, sed satis & dilucide, & eleganter constructionem, & usum quadrantis. Quadrans astronomicus est quarta pars circuli terminata binis circuli radiis, quæ sunt quadrantis latera, & arcu circuli. Pendet e centro filum cum appenso pondere, & alteri lateri adnexum est telescopium, quod binas habet vitreas lentes, in quarum communi foco, in quo objecti imago pingitur, distenduntur bina fila se ibidem intersecantia, ubi illud curandum, ut recta linea, quæ transit per hanc filorum intersectionem, & maximam crassitudinem lentis objecto obversæ, sit in eadem directione ejus lateris, vel saltem innotescat, quan-

tum

Nec [1] Terræ ſpatium gemina inter puncta locatum
Ipſe queas propter montes, ſilvaſque vetantes
Directa ratione viæ deprendere menſum,
Sed variis opus eſt idcirco ambagibus uti.
Principio ſola ſunt tibi longa, atque æqua legenda,
Ut campuſve patens, vel ſtratum littus arenis;
Atque ea, ſignatas ulnis, pedibuſve catenas
Rectà extendendo, ſuper aptandoque ſine ullis
Flexibus, in totidem metiri millia debes,
Quot liceat, libeatque. Atque ex hac altera nobis
Quærenda eſt, quam propoſui, menſura locorum.
Quantum hìc conſilii eſt? Quanti ratio iſta laboris?
Tentandum, ſi fors transferre in carmina poſſim,
Exorandaque ſunt, præſentia numina, Muſæ,
Ne me ſponte ſequi juga per montana, niveſque,
Præruptaſque vias, nemora & per inhoſpita nolint
Vadentem, haſque etiam ſuper alti inſcribere Pindi
Culmine menſuras, artemque ex ordine totam.
Scire [2] licet triquetra in quacumque hoc eſſe figura,
Ut rerum ſex de ſumma, quæ conſtat ab ipſis
Flexibus, & laterum coſtis, ſi terna pateſcant
Aut latera, aut gemina hæc cum flexu ſcilicet uno,
Cum latere aut contra duo flexus ſimplice, poſſis

rum ab eo declinet. Dirigitur teleſcopium ad ſtellam, & arcus quadrantis interceptus inter latus illud, ac filum penduli, correctus declinatione teleſcopii ab ipſo latere, ſiqua ſit, exhibet quæſitam diſtantiam ejus ſtellæ a zenith in arcu cæleſti. Nam latus quadrantis cum teleſcopio, ſi produceretur, abiret ad ſtellam, & filum penduli ad zenith, & proinde eundem angulum decuſſatæ eæ rectæ continerent ultra centrum, quem continent citra ipſum, ubi is ab arcu circuli definitur.

Notandum hìc & pro refractione correctiunculam adhibendam, de qua in ſupplementis.

1 Jam ad alterum tranſit opus dimetiendi intervallum binorum locorum ſuperficiei terreſtris, quod ne immediate definiri poſſit, vetant interjecti colles, ac montes, & omnis ſuperficiei terreſtris inæqualitas. Primo igitur loco ſeligenda eſt baſis aliqua in quapiam planitie, vel ad littus maris, quæ actuali menſura determinari poſſit accuratiſſimè redacta ad rectam lineam. Hìc etiam multum induſtriæ requiritur, qua de re dicemus aliquid in ſupplementis.

Ex ejuſmodi baſi, quæ ad plura milliaria extendi debet, eruitur deinde intervallum methodo, quam admodum difficile verſibus exprimi poſſe, jure affirmat; ſed jam aſperioribus quibuſque aſſuetus rem aggreditur.

2 Primo loco præmittit illud, quod ex Trigonometria conſtat: nimi-

Arte haud ignota Menforibus, omnia quæ funt
Prendere præterea, & fic fena elementa videre.
Quapropter cum tu tractum per millia certa
Jam noſcas dimenſus, ab hoc exordia duces
Inde oculis fignans varios ex ordine montes,
In Boream calido qui protendantur ab Auſtro,
Aut contra a Borea qui protendantur in Auſtrum;
Horum apices ita fint poſiti, ut proſpectus in alterum
A geminis pateat, furgentibus ante, fequentem.
His ita ſuppoſitis triquetram nunc concipe formam,
Finibus extremis quæ tractùs illius ante
Jam menſi, geminos habeat, metirier ipſe
Quos debes, flexus, in primi vertice montis
Tertius extet; erit, latus, ut deprendere utrumque
Poſſis in montem excurrens a finibus illis.
Extrue nunc aliam ſpeciem, velut ante, triquetram,
Unus ad unum illum ut pertingat nunc quoque finem,
Alter at hunc primum præſtringat acumine montem
Flexus, & alter item innitatur monte ſecundo;
Jam latus agnoſcis, quod ab illo limite primum
Tollitur in montem, geminos ſervare licebit
Et flexus quoſcumque; pateſcet proinde, quod optas,
Id lateris ſpatium, quod montem eſt inter utrumque.
Tres inter montes iterum educenda figura eſt,

Quam

nimirum in quovis triangulo ſunt tria latera, ſive rectæ lineæ, quæ ipſum terminant, & tres anguli facti in eorum concurſibus. Quotieſcumque innoteſcat unum latus, & duo anguli, ſemper & tertius angulus, & reliqua latera inveniri poſſunt per ipſam Trigonometriam.

Hoc poſito ſeligatur ſeries quædam montium pergens Boream, vel Auſtrum verſus, quorum primi vertex videri poſſit a binis extremis baſeos, ſecundus a primo monte, & ab alterutro baſeos extremo, tertius a præcedentibus binis, quartus a ſecundo, & tertio, atque ita porro, & concipiantur ea omnia puncta conjuncta rectis lineis, quæ exhibebunt ſeriem quandam triangulorum, quam & poligonum appellant. In omnibus hiſce triangulis licebit per immediatam obſervationem adeundo ea loca definire angulos: tum vero in primo triangulo licebit ex baſi jam inventa, & angulis invenire ejus latera, quorum unum erit commune ſecundo triangulo: in eo igitur dato uno latere, & angulis invenientur latera reliqua, ut illud, quod binos illos montes conjungit: ex hoc latere communi tertio triangulo, & angulis invenientur reliqua bina latera, quæ jungunt priores binos montes cum tertio, & ita porro omnia poligoni latera innoteſcent.

Præcipit autem & illud, ut poſtrema duo puncta poſtremum poligoni

Quam doceo, cujus latus unum, ſcilicet illud,
Jam patuit, quod montem eſt inter utrumque priorem;
Ex hoc, atque aditis a flexibus altera noſces
Jam latera, inter eos tres proin ſpatia omnia montes,
Hac ratione novas effingens inde figuras
Ad quartum, atque alios tranſcurres ordine montes.
Cunctorumque petes apicum intervalla per omne
Propoſitum Terræ ſpatium. Cum denique fini
Accedes, facito, extremæ duo puncta figuræ
Ultima non gemino ſint fixa cacumine, verum
Campi in planitie lati ſita, detur ut illum
Tractum interjectum, numeris quem inveneris ante,
Paſſibus aptatis revera, ulniſque probare.
Ergo [1] congruere hæc ubi videris, eſt opus omnes
Intervallorum ſurſum, deorſumque meantum,
Ut varii haud æquo conſurgunt vertice montes,
Obliquas series Terræ demittere in æquor,
Atque æquare ſolo. Hoc facias, a monte minori
Si rectum extendas nec ſe attollente meatum
Ductu, nec contra ſe demittente deorſum.
Hunc apice ex alio celſo magis in ſubeuntem
Inferius, recto incurſu via, quamque cadendo
Signaret corpus, ſuperincidat; ecce triquetra
Prodit forma recens, hoc cujus tertius extat

Fle-

ligoni latus jungentia capiantur non in binis montium verticibus, ſed in planitie aliqua, ubi aliam baſim metiri liceat, quæ & calculo ex præcedentibus triangulis eruta, & per actualem dimenſionem definita, ſi ejuſdem magnitudinis inveniatur, confirmabit ipſam ſeriem, & calculos præcedentes.

Hanc ſecundam appellant baſim verificationis; eſt autem etiam pro angulorum menſura ſua verificatio, captis enim non binis tantum, ſed omnibus angulis trianguli cujuſvis, ſatis eſt videre, an ſimul compleant accuratè gradus 180.

1 Habitis diſtantiis omnibus, ſive lateribus poligoni, binæ requiruntur reductiones eorundem, altera ad ſuperficiem æquabilem Telluris, ſive horizontalem ad ſenſum reſpectu cujuſvis puncti ab illa inclinatione, in qua ob inæqualem montium altitudinem jacent, altera ad directionem meridiani ab illa declinatione, quam inducit eorundem poſitio hinc, & inde a meridiano.

Priorem hic perſequitur, quæ pluribus methodis fieri poteſt: omnium commodiſſimam, & accuratiſſimam exhibebimus in ſupplementis, ipſe explicatu facillimam hìc exponit. Concipiatur ab humilioris montis vertice recta horizontalis, quæ tendat verſus verticem ſublimioris, & ab hoc recta in eam perpendicularis. Orietur triangulum,

Flexus in incursu notus tibi, namque fit inter
Exiguum, & magnum medius, rectumque vocamus.
Vertice verùm alii constant in utroque minores,
Quos valeas, quanti sint, explorare, latusque
Hos apices inter notum quoque, quippe repertum est.
Invenies igitur, via quæ subtenditur imo
Æquore procurrens, referatur qua latus istud,
Obliquum veluti projecta corpus ab umbra.
Hæc iterum, atque iterum perage, intervallaque in æquor
Projice cuncta, nihil sursum, deorsumque relinquens.
Et [1] jam, quod superest, spatia hæc projecta, locati
Ipsi ut sunt montes, vario serpentia ductu,
Inque alias, aliasque plagas pergentia Mundi,
Nunc opus est partem convertere cuncta sub unam,
Qua medius Cæli orbis ab Austro tendit ad Arcton,
Atque uno directa utrinque extendere ductu.
Propterea debes servare a monte priori
Quovis, quot gradibus, medium quem dicimus, orbis,
Seu mediæ malis orbem illum dicere lucis,
Diversus declinet ab illo, qui meat alte
Per nostrum caput, atque sequentis montis acumen:
Tum sat erit, si concipias a monte sequenti
Planitiem sublatam alte procurrere in orbis
Planitiem medii, rectoque secare meatu,

Nam

lum, cujus angulus in earum rectarum concursu erit rectus ob perpendiculum demissum, angulus vero uterlibet, e binis acutis, qui habentur in montium verticibus, definietur observando ope quadrantis ex altero elevationem alterius supra horizontem, vel depressionem infra. Quare cum præterea jam innotescat distantia verticum, nempe latus obliquum prioris poligoni; habebitur & latus horizontale illud, sive distantia reducta ad horizontem, vel ad quandam æqualem Telluris superficiem.

1 Secundam reductionem hic docet. Pro quovis monte definiatur angulus, quem continet planum verticale transiens per montem alterum, quo latus reducendum terminatur, cum plano meridiani, & per hunc alterum montem concipiatur planum itidem verticale, & perpendiculare plano meridiani. Horum planorum intersectiones cum superficie horizontali Terræ continebunt triangulum, cujus latera erunt distantia redacta ad planum horizontale, distantia secundi montis a meridiano ducto per primum, & segmentum meridiani contentum inter binos montes. Angulus contentus his postremis lateribus innotescet, erit enim rectus: angulus in monte priore itidem notus supponitur; & notum est primum latus. Quare innotescet & distantia cujusvis montis a meridiano

ducto

Nam triquetram cernas Telluris in æquore formam,
Cujus flexus & hic rectus noſcetur, & ille,
Quem monte in primo ſervaveris; adde repertum
Jam latus, eſt inter montes quod ſcilicet illos
Projectum ſpatium: quare, quod reſtat, habebis
Illud item latus, a primo quod vertice in orbis
Planitie medii, & Telluris in æquore tendit.
Sic faciens iterum binos, iterumque per omnes,
Qui ſuperant, montes altos, humileſque viciſſim,
Ipſaque prima etiam camporum, extremaque ſigna,
Denique pervenies Telluris in æquore ad unum
Perpetuum ſpatium de primo limite ſummam
Protenſum ad metam, mediæque ſub orbe diei
Uno eodemque ſitum, menſuraque certa patebit.
Ne [1] tamen addubites, dabitur, rectene peractus,
Explorare, labor; proin ſic age, limite utroque
De ſpatii pariter ſervetur Luna, Joviſve
De comitatu aſtrum quodcumque eſt, cum ſubit umbram,
Ut ſic percipias, an eadem prorſus in hora,
Quam media incipiens numeres a nocte dieve,
Lumen id a prima carpi videatur utriſque
Nempe locis umbra; quod in illo tramite nullam
Significet fraudem, nec ad ortum vergier illinc,
Hinc contra occaſum, medio ſed pergier orbe.

Gau-

ducto per alterum, & quod magis quæritur, arcus meridiani interceptus iis montibus, ſive diſtantia montium jam ſecundo reducta ad arcum meridiani.

Hoc pacto collectis omnibus fruſtis meridiani intermediis, habebitur totus tractus continuus ejuſdem inter extrema puncta binarum baſium, vel etiam binorum punctorum quorumvis eodem pacto connexorum cum ipſis baſibus. Sunt autem & hic correctiunculæ plures adhibendæ, de quibus in ſupplementis, ubi etiam dicemus aliquid de methodo determinandi angulum, quem continet quodvis planum verticale tranſiens per binos montes, cum plano meridiani.

1 Innuit hic verificationem quandam, quæ adhiberi poteſt ad videndum, an bene proceſſerit tot calculorum labor. Nam in illa reductione ad meridianum, ex diſtantiis montium ulteriorum a meridianis tranſeuntibus per citeriores, definiri demum poteſt, quantum diſtet poſtremum punctum a meridiano tranſeunte per primum. Porro ſi obſervetur eclipſis Lunæ, vel Satellitis Jovis ſimul in utroque extremo, & conferantur inter ſe horæ ejuſdem illius phœnomeni pertinentes ad bina illa loca, innoteſcet, an ea ſint ſub eodem meridiano, & ſi non ſint, quantum diſtent, quod exhibet horarum diſcrimen, uti diximus l. 3 ad verſ. 810,

quod

Gaudebis tunc incassum haud cecidisse laborem;
Namque operum in serie tam longa, difficilique,
Qui, licet exiguus, subrepserit, omnia prorsus
Disturbet malus error, & irrita reddat, & illud
Durum opus immani molimine rursus adiri,
Et refici cogat; velut in montem grave saxum
Quod vix truditur, & clivi prope culmen adeptum est,
Deficiente solo, aut tenui prodente lapillo
In vallem celerans subito devolvitur imam;
Damnati flent, Sysiphium repetuntque laborem.
At [1] quod ad ætherii fines, quos diximus, arcùs
Pertinet, hìc itidem fraus nequa illudere possit,
Inspicere in motum, quicumque est, convenit omnem,
Accedit quo nempe polo, seu forte recedit
Stella micans (nisi tum geminis servetur eodem
Tempore forte locis), diverso tempore namque
Non statione una Cæli de culmine fulget.
Motus & hic certe duplex est, proditus alter
Jamdudum, quo quæque videntur sidera ferri
Axe super (quo se convertit & annua Tellus)
Lenta tamen nimium: biscentum sæcula gyrum
Conficiunt unum, deciesque his addita sena.
Proditus alter at est nuper, qui confit ab ipso
Terrai motu, & diuturna lucis ab alto

Ad

quod discrimen collatum cum iis, quæ calculo eruta sunt, omnem laborem illum immanem vel confirmabit, vel evincet erroneum, quo casu oportebit ipsum iterare omnem, ubi Noster elegantem instituit comparationem cum lapide evecto prope montis verticem, unde si prolabatur, non potest in ipsum verticem efferri, nisi improbo labore illo iterum renovato.

Ejusmodi verificatio a nonnullis adhibetur, at error perquam exiguus, & inevitabilis in observatione eclipsium, qua definitur differentia longitudinum geographicarum pertinentium ad bina extrema, multo majorem errorem parit, quam qui in ejusmodi reductione timeri possit. Sunt aliæ verificationes explicatu quidem difficiliores, sed multo accuratiores, de quibus in supplementis.

1 Correctiones hìc proponit adhibendas observationibus illis distantiæ a zenith ad habendum arcum cælestem interceptum inter bina zenith, si binæ observationes non sint factæ eodem tempore: Habent nimirum Fixæ suos motus, quorum mentionem fecimus lib. 4 ad vers. 323, & ex iis motibus tres correctiones requirunt: primus est notus etiam Veteribus, qui dicitur præcessio æquinoctiorum, & oritur a lentissima conversione axis diurnæ vertiginis Terræ circa axem eclipticæ, ac unam periodum vix ab-

Ad nos uſque via; non ſe uno hæc namque propagat
Temporis in puncto, ſpatia & ſimul omnia carpit;
Has ob res geminas, radius qui noſtra laceſſit
Lumina, ab obliqua fert ictum parte; videmus
Propterea ſidus, non qua regione locatum
Revera tunc eſt, locus at, quem cernimus ipſi,
Per Cælum ſe circumfert in marginis oram
Exiguæ coni primo de ſegmine formæ.
Tertius his addi quoque motus denique poſſit,
Hæc reperit nuper quem noſtra ſagacior ætas,
Scilicet exiguum quo ſe polus ipſe per orbem
Bis denos uno decerpto volvit in annos,
Nunc ad Solis iter propius, nunc longius adſtans
Signiferum, vaſtoque ad conſita ſidera Mundo.
Hos igitur numeris motus comprendere par eſt,
Cum tuimur, quantum decedat vertice ſidus
A noſtro, variique ſitus diſcrimen adimus,
Ne ſpes ſollicitos animos deludat inanis.
Ergo [1] age, qui Boreæ Gallorum primus ad oras
Protulit urbe gradum a regali menſus, eumdem
Congruere octonis decies ad millia ſena
Millibus adjunctis invenit, tendere & ultra
Plus quater ad centum quam paſſus, ſcilicet iſtis
Jam decies ſeptem debes, atque addere binos.

No-

abſolvit annorum 26 millibus: ſecundus ante hos triginta annos inventus a Bradleyo ortus ex motu annuo Terræ, & propagatione luminis ſucceſſiva, ex quibus fit, ut non videamus objecta cæleſtia eo loco, quo ſunt, ſed alio ita, ut videantur nobis deſcribere exiguam quandam ellipſim qui motus ſingulis annis abſolvitur: tertius eſt ab eodem itidem Bradleyo inventus, qui appellatur nutatio axis, idcirco, quia conſiſtit in motu quodam exiguo, & velut nutatorio axis terreſtris, quo nimirum polus ipſe æquatoris circumagitur circa punctum quoddam medium, adeoque jam recedit, jam accedit ad planum Eclipticæ, & ad ſtellas quaſvis, qui motus perficitur ſpatio proximè annorum 19.

Oportet noſſe, quantum ob hoſce motus acceſſerit illa fixa ad zenith loci prioris obſervationis ab ejus tempore uſque ad tempus obſervationis poſterioris.

1 Expoſitis, quæ pertinent ad obſervandi methodum, jam ipſas graduum determinationes ea methodo factas aggreditur, & ea, quæ inde conſequuntur.

Primum quidem profert Piccardianam determinationem gradus in Gallia Boreali factam, quam fuiſſe dicit paſſuum 68472: paſſum autem conficit ex 5 Pariſienſibus pedibus, & Piccartus invenit hexapedas 57060, cui numero ſi addatur ſua quinta

ars

Novimus at quoniam lentos nihil esse moratum
Sidereos illum motus, mensura, necesse est,
Claudicet hinc paulum. Verùm qui primus in Austrum
Incipiens illa mensuram duxit ab urbe,
Distenditque gradus in quinque (in quolibet uno,
Si quis erat, divisus uti vanesceret error),
Invenit medium a geminis utrinque receptum
Scilicet extremis gradibus, majoribus esse
Distensum paulo spatiis, quam parte repertus
Qui fuit algentis Cynosuræ ad lumina versà.
Tum [1] discrimine ab hoc menti facile incidit æquum
Terrai non esse globum, veramque repente
Exortum desiderium cognoscere formam.
Protinus [2] hinc etiam falsa ratione putatum est
Idcirco a gemino compressam cardine Terram
Esse, & plus medio tumefactam augerier orbe;
Quippe his servatis a rebus, forma profecto
Debuerat Terræ prorsus contraria reddi,
Nempe in utrumque polum quæ paulo longior esset,
Et primum coni segmen, velut ova, referret;
Nam qua curva magis frons Terræ est, nonne meatus
Sub Terram citius concurrant, conveniantque
In flexum, rectà quos subtus ducere tentes
Æque longorum geminis de finibus arcuum?

Atque

pars 11412, hexapedæ vertuntur in passus, & obtinentur passus illi 68472.

Primam subiicit Cassini determinationem, qui in Australi Gallia gradum medium æstimaverat longiorem. Nam Johannes Dominicus Cassinus tribuerat gradui medio in Gallia australi hexapedas 57292, quas Jacobus Cassinus in Commentariis Paris: ad annum 1718 reduxit ad 57100, quæ mensura Piccardianam adhuc excedit 40 hexapedis.

1 Ex hoc primo discrimine facile deductum est illud, figuram Telluris non esse sphæricam, nam in sphæra omnes gradus æquales esse debent; unde orta est investigatio figuræ Telluris, pro qua postremis hisce lustris tot observationes sunt habitæ.

2 Principio quidem per errorem censuit Cassinus inde inferri figuram Terræ compressam ad polos, & elevatam ad æquatorem, cum nimirum ipsi viderentur debere esse remotiora a centro illa loca, in quibus majores gradus essent; sed statim patuit deduci contrarium. Nam ubi curvatura est major, ibi rectæ perpendiculares superficiei citius coeunt, ubi minor, serius; adeoque mensura graduum debet esse minor, ubi curvatura est major, & major, ubi curvatura est minor; at in ellipsi prope verticem axis majoris curvatura est major, prope verticem minoris minor, adeo-

Atque ideo flexum hunc majorem mutuà juncti
Non faciant? Quapropter eo minor esse profecto
Unius mensura gradùs non debeat illic?
Ast in ea coni, quæ fit de segmine primo,
Effigie, mage frons curvato inflectitur arcu,
Qua de parte magis producitur; atque ubi distat
Planitie minus a recta, subtilior exit,
Et minor axis ibi est; ita ad axem crescere debent,
A majore gradus dum pergunt axe, minorem
Continui, minimusque gradus majore sub axe est.
Inde fit, ut, Terræ si in cardinem utrumque minores
Pergunt usque gradus, Tellus protuberet illac
Haud secus ac ovum; sin ora augentur utraque,
Sit compressa, velut sunt poma, a partibus ambis;
Fit pariter, si distantum discrimina noscas
Mensuræ graduum, formam ut deducere possis,
Terrai quæ sit circum, compressane constet,
Longane, uter major nimirum, & quatenus axis.
Ergo [1] ex servatis gradibus quoque, fraude retecta,
Compressam non parte polorum ab utraque putarunt
Esse, sed ex illa contra percurrere Terram;
Nimirum non tum stetit hæc sententia primum,
Quippe aliquis jam contulerat, quod rebus in istis
Omnibus & Terris tentatum, & tempore in omni est,
Et quod in Ægypto quondam, & quod nuper in oris
His Italis, Gallosque inter, Batavosque peractum,
Imminuique gradus hoc viderat ordine notos.
Quin fuit & Lunæ servatos ante labores

De

adeoque Terra prominet ad eam partem, ad quam gradus decrescunt; & si gradus crescunt versus æquatorem, debet esse producta ad polos, & ovo similis, si versus polum, compressa, & similis pomo, vel cepe.

1 Hinc igitur eo errore comperto, ait Noster, putatum esse juxta eas mensuras Tellurem esse productam ad polos, quod alius etiam ante Cassinum suspicatus fuerat ex aliis gradibus antea definitis, nimirum Eisenschmidius, videns gradus definitos a Snellio in Belgio, a Piccardio in Gallia, à Ricciolio in Italia, ab Eratostene in Ægypto ita inæquales esse, ut posteriores, qui & australiores sunt, essent longiores prioribus; & alius, nimirum Kildræus, rem deducens ex arcu umbræ terrestris in Lunæ Ecclipsibus, qui ei visus fuerat inæqualis curvaturæ accedens ad formam ellipticam ellipseos productæ ad polos. Quin immo & ejus productionis causam protulerat Kildræus, nives perpetuas nivibus nondum solutis superingestas ad polos,

De tabulis qui cognoſcens, numeriſque retentans
Diceret haud æquis curvarier arcubus umbras,
Sed flexis ovi in ſpeciem, qua prædita Tellus.
Scilicet [1] hæc illis pugnabant, diximus ante
Quæ fluere ex ipſa gravitate, itidemque voluta
In ſeſe a Terra; proin hoc fuit, unde coactus
Eſt alios aliquis gravitatis quærere fontes,
Atque aliam legem, & rationem, qua revoluta
Terra licet, poſſit longa conſiſtere forma;
Nam viſum eſt potius Terræ tranſire figura
Ante a ſervata ad gravitatem, quam gravitate
Ad Terræ formam delabier ante reperta,
Cum gravitas variis poſſit rationibus æque
Aptari, at nequeat, quæ jam ſervata, refingi
Forma, & non ſpecies ea, quæ deprenditur, eſſe.
Certius [2] ipſam igitur ſervandi exorta cupido eſt
Formam animis, curaſque laboribus adjiciendi
Exhauſtas aliis; ſiquidem minus apta videri
Debuit umbra, jacit quam denſo corpore Tellus
In Lunam; exigua eſt etenim pars illius orbis
Umbroſi, facies Lunæ quo carpitur, arcus:
Ambiguam neque rem manifeſto pandere quibant
Menſuræ indicio, vel adhuc quæcumque recenti,
Et fida fuerant quantumlibet arte peractæ,
Scilicet unius concluſæ limite regni.

Nam.

1 Hujuſmodi figura producta ad polos pugnante cum theoria gravitatis ſuperius expoſita, quæ videtur requirere ob diurnam vertiginem figuram compreſſam, quæſita eſt & conciliatio ejus figuræ cum theoria gravitatis ipſius, quod conſilium hic innuit Noſter. Cenſuit nimirum Mairanius non ex theoria gravitatis inquirendum eſſe in figuram Terræ, ſed ex figura Terræ inquirendum in gravitatis theoriam. Directio vis totius compoſitæ ex gravitate, & vi centrifuga debet eſſe perpendicularis ſuperficiei, quæ data figura datur, & data per theoriam directione, & magnitudine vis centrifugæ, ac per obſervationes magnitudine vis totalis invenitur directio, & magnitudo gravitatis primitivæ, quæ cum vi centrifuga componit vim totalem.

2 Inde ortam affirmat cupiditatem inveſtigandi accuratius Telluris figuram per alias obſervationes, cum nec umbra Terræ in Eclipſibus Lunæ ad eam rem apta ſit, cujus nimirum nimis exiguum arcum videmus in Luna, nec obſervationes graduum nimium propinquorum in ſola Gallia inſtitutæ poſſint rem conficere ob differentiam ipſorum graduum nimis exiguam, & minorem, quam ut per obſervationes accurate definiri poſſe cenſeatur.

Namque propinquorum graduum discrimina tam sunt
Parva, ut in hæc longe tenues nos ducere possint
Errores, quos unquam ulli vitare negatum est,
Utpote mortali quos non est prendere sensu.
Proinde [1], Virum geminas visum est dimittere turmas,
In domitas alios æterno frigore terras,
Æternoque alios æstu exsuperante perustas,
Ut spatiis ita distantes ingentibus illi
Inter se, tantam sperent vitare sagaces
Servando, sunt quanta gradùs discrimina, fraudem.
Quis memoret, quam dura locis utrisque laborum
Exantlata? Quibus sese immisere periclis?
Jam [2] Laponum regna, ut vocitant, glacialia longe
Prima cohors adiit; quamvis & serior oris
Exisset patriis, gelida tamen ocyor istuc
Se retulit victrix, mensuramque extulit Ursa,
Vix tum iterum Cœlo Sol ducere cœperat annum.
Non tot monstra tamen Minyis domitanda fuere,
Dum narent prima Æetæa ad regna carina,
Fulvo surriperent ut clarum vellus ab auro,
Conspersum quamvis mare concurrentibus esset
Tranandum scopulis, efflantes naribus ignem
Et Tauri æripedes subigendi, atque atra veneno
Ora soporifero vigilis religanda draconis;
Quot subeunda olli horrenti rerum aspera terra,

1 Delabitur jam ad expeditiones binas, quarum & superius est facta mentio. Nimirum ad ineundas observationes in locis ita distantibus, ut differentia graduum errores observationum omnino superet, anno 1735 missi sunt Duce Godinio in Americam Bouguerius, & Condaminius, ac paullo post duce Maupertuisio in Laponiam Clerautius, Monierius, & Camusius, qui quidem utrique, quos labores pertulerint, satis patet legentibus, quæ Maupertuisius, Bouguerius, Condaminius evulgarunt.

2 Posterioris turmæ expeditionem primo hic loco profert idcirco, quod paullo plus, quam per annum commorata, multo ante alteram, utut profectam prius, regressa est. Contulerunt se Torneam, in urbem Laponiæ proximam ostio fluminis ejusdem nominis, proximam polari circulo, in quo ortum ducit zona frigida, quæ perennes per hyemem noctes habet, & quidem in medio sui, nimirum in ipso polo, sex diei perpetuæ, sex vero noctis menses numquam interruptos ullo Solis ortu: basi locum dedit ipsa glaciati fluminis superficies operta nivibus, intolerabili frigore oppressis Mensoribus, cujus frigoris effectus horridos hic Noster elegantissime describit:

Et quot erat curis duras opus addere curas.
Lecta fuit sedes operi opportuna gerendo
Tornea, ad gelidæ procul Urbs confinia Zonæ,
Unde esse incipiunt hyberno tempore noctes
Perpetuæ magis, atque magis, dum maxima senos
Exæquet menses, & lux quoque maxima senos.
Hìc calcanda jacet fluvii cognominis unda,
Cujus mensuræ visa est aptissima primæ
Planities; sed enim fuerat nix sæpe viai
E medio evolvenda recens, quærendaque subter
Firma sola; algentes tractabat pellibus undas
Proin frustra defensa manus, nam immobilis hæsit
Interdum; usque adeo sævit Jove frigida crudo
Tempestas hyberna, ut gens quoque nata sub illo
Æthere sæpe gelu deperdat membra secante,
Et tanquam a bello truncatos deferat artus.
Obsidione velut conclusa, arctataque parvis
Abdit se domibus brumali tempore torpens;
Nix superat, canoque sepultam pulvere condit.
Deficit unda fluens in potus versa manentem
In glaciem, silice & prædura durior extat,
Vinaque vincta gelu, ferroque secanda rigescunt;
Tantùm, Bacche, tuo fera temnis frigora flore,
Hoc uno gelidis non stringeris aeris auris.
Postquam flumineo mensura est cognita dorso
Illa prior; montes tum qua ratione adeundi?
Undique præruptis silvæ stant montibus altæ
Verbera ventorum tantùm frangentia ramos
Perpessæ, nunquam flammas, diramque bipennem,

Ob-

bit: tum commemorat poligonum deductum usque ad montem Kittim, per vertices montium nivosorum, in quibus etiam dumosæ silvæ prius fuerant excidendæ, erigenda tuguriola, & observatoriola plura, ac eodem devehenda ingentis ponderis instrumenta, quæ Grahamus celeberrimus Astronomicorum instrumentorum Artifex in Anglia perfecerat, in quibus & gradus, & minuta, & minutorum fractiones, ope lentis, vel etiam, in sectore nimirum, ope microscopii discerni possent; ubi Noster & vehicula commemorat, quibus incolarum more Maupertuisius est usus, quæ per nivem raptant bestiæ cervis admodum similes, quas appellant *Reene*.

Commemorat autem & illud, quod Maupertuisius affirmat, Lapones, cum viderent tantam in instrumentis transferendis curam adhibitam [adhibebatur autem, ne luxarentur] censuisse, idolum aliquod ibi esse ad religionem pertinens peregrinam.

Obſtructæ nivibus, mortali ſors pede nunquam
Tentatæ; jam ſunt nudanda cacumina, Cæloque
Illæ oſtentandæ rupes, jam montis ad imam
Radicem aerii, Kittim dixere Coloni,
Hærendum eſt; illic fabricanda patentia ſurſum
Paſtorum de more mapalia, ſuſpicerentur
Unde faces Cæli, & ſublimes verticis ulnæ,
Et ſunt multa locis aptanda, movendaque multis
Inſtrumenta gravi molimine, Dædalus ille
Præſertim multa quæ fecerat arte Britannus,
Uranie cujus tantùm eſt munita labore;
Ipſe gradus, graduumque dedit cognoſſe per arcum
Particulas ſenas decies in quolibet uno,
Atque harum totidem quoque fragmina particularum,
Quæ non, convexis niſi vitris, cernere, tantùm eſt.
Nimirum, genus hoc, arcte concluſa ſupellex,
Ne quid in offenſu vario, compage ſoluta,
Turbaretur, eos montes, præruptaque curru,
Sive levi potius ſcandebat culmina cimba,
Conſimilis cervo quam bellua juncta trahebat,
Ocyor at multo, multoque ferocior illo,
Perque nives, glaciemque, per horrida ſaxa volabat.
Indigenæ, rude vulgus, iners, nulliſque juvare
Conſiliis, operiſque potens, cum ſæpe viderent
Circum alienigenas fundi, atque, ut ſacra ferentes,
Lente onus id vectare Viros, intus latitare
Numina credebant, Divum & procedere magnam
Matrem inter Gallos; namque illos ſtulta premebat
Relligio, exanimeſque Deos, & inania ſigna
Thure coli, votiſque jubens, & ſanguine fuſo.
Haud [1] dimota minus tamen hæc obſtacula circum
Omnia ſunt; quid enim obſtiterit, queis gloria vires

1 Fructum totius expeditionis hic profert, menſuram nimirum gradus, quæ fuerit paſſuum 68326, fuit enim hexapedarum 57438, cui acceſſit menſura exacta penduli oſcillantis ibi ad ſingula minuta ſecunda temporis medii: addit & obſervationes pertinentes ad refractiones luminis in atmoſphæra factas, ad Boreales auroras, ad phœnomena orta ab ipſa conſtitutione loci [aeris nimirum nivali pulvere glaciato conferti, & Solis, ac Lunæ hærentis diu prope horizontem infra ipſum] videlicet halones, irides, parhelia, aliaque ejuſmodi, quæ ipſe Maupertuiſius commemorat, ac ad hiſtoriam naturalem, & Phyſicam illuſtrandam pertinent.

Addit, & exagitat velut acri pectora thyrso?
Unius mensura gradùs tunc prodita demum
Constitit, ipsa novem, decies & millia sena
Exæquans, passus si tollas inde quaternos,
Et decies septem. Doctæ Dux signa cohortis
Jam movet; excedunt læti glacialibus oris.
Ille nova at tellure, novi & sub tegmine Cæli
Multa etiam solers servaverat, esset ut inde
Ditior ars, quæ Naturæ procul abdita quærit,
Pendentis tractus virgæ, cum tempore certo
Vibratur, longisque moras pro tractibus ejus,
Quaque via radii torpentes aeris auras
Desuper ingressi, & densatas frigore multo
Progrediantur, item flammarum innoxia Cælo
Plurima per noctem spectacula, & Iridis arcus
Versicoloratos, geminosque per æthera Soles
Sæpe, coronatosque, nec unam sæpe per umbras
Fulgentem, aut cultu redimitam simplice Lunam.
His spoliis, his ille opibus ditatus, Iason
Plusquam olim pulchra cum Colchide vellere rapto,
Finibus a gelidis Ursæ, & regione nivali
Gaudentes socios præclaro munere functos
Restituit patriæ incolumes, Cæloque tepenti.
Interea [1] calidis Americæ errabat in oris

Al-

1 Ad alteram turmam facit gradum, quæ suas in Quitensi Provincia, sub ipso æquatore, observationes habuit, & vix post decem integros annos laborem absolvit suum, & æstum immanem perpessa, &, quod mirum videri possit, sub ipsa torrida zona, frigus fere intolerabile, & glacies, ac nives. Jacet autem Quitensis vallis in Austrum protensa longissime inter bina montium juga editissima, quæ omnium aliorum altitudinem, quotquot habemus in Orbe nobis cognito, longissime excedunt, cum assurgant alicubi ultra quatuor milliaria: ipsa autem vallis in media tam immani altitudine sita nihil concedit editissimis nostrarum Alpium verticibus, & adhuc instar earundem Alpium nostrarum imminentium patentibus campis suspicit in Cælum erectos ipsos vertices in immensum.

Porro dum horridas eorum montium nives persequitur, quæ alicubi observatæ sunt ad 100 etiam pedes assurgere, aliis super alias congestis, nunquam solutas, commemorat & illud, quod Bouguerius retulit, longe e mari spectantibus apparere cujusdam continuæ lineæ ductum, supra quam, quidquid eminet, nive sit obrutum; dum interea in ipsis navibus, & ad littora æstus ob Solem fere verticalem est intolerabilis; at in ipsa Quitensi valle perpetua temperies quædam, & veluti perenne ver, cujus loci amœnita-

Altera missa manus Comitum; terra illa, marique
Jactata Iliadas decimum protraxit in annum.
Vix fuit, ut magnam ad Quiti consideret urbem,
Atque ibi castra velut duro sub marte locaret,
Nimirum qua se flectit noctemque, diemque
Æquans, qui mediam Terram discriminat, orbis.
Tempore eodem illa Cæli regione quis omnes
Aeris esse vices, atque unà frigora, & æstum
Crederet, & mites unà insedisse tepores?
Non procul æstiferi de littore gurgitis illic
Consurgunt vasti montes, quibus altior alter
In Terris se nullus apex ad sidera tollit;
A Borea longo decurrunt ordine ad Austrum
Perpetui; medio est at quæ ingens consita vallis,
Illa quidem centum repetita in millia longe
Trans terræ vastas pariter distenditur oras,
Atque humilis quanquam præ verticibus præruptis,
Tantundem super undisonum sustollitur æquor,
Quantum ipsi montes convexo ad sidera dorso
Se super evexere, minus subvecta nec alte est,
Aeriis quam quæ magis Alpibus edita rupes.
Illi recta licet violenti ad verbera Solis
Perstent perpetuùm procero culmine montes,
At quoniam & terræ procul a fervoribus imæ
Eduxere caput, circum & tenuissimus aer
Obsedit, longeque levissimus, horrida semper
Regnat hyems glacie concreta, & frigidus annus,
Semper & æterna nive canent obruta saxa;
Quippe prior superat, super & constructa vetustam
Incidit usque recens, cumulo proin crescere magno
Visa, locisque pedes multis assurgere centum.
Qui procul aspiciunt has alto a gurgite terras,

nitatem felicissimam quam fuse Bouguerius exposuit, Noster paucis eleganter admodum de more perstringit.

Dum æternas illas proponit nives editissimorum illorum montium, & frigora; non omittit Noster binas earum causas, nimirum tenuitatem aeris in tanta elevatione, qui minus idcirco solaribus possit radiis incalescere [nam quo rariora sunt corpora cæteris paribus, eo minorem possunt concipere, & fovere caloris vim] ac distantiam a subterraneis ignibus, & perpetuo illo totius terrestris massæ tepore interno, qui in fodinis profundioribus manet per totum annum invariatus.

Mirantur certo præcingi limite montes,
Quem super omnia sunt candenti tecta pruina;
Interea immodico languescunt Solis ab æstu
Ipsi, & dum pelago puppi fluitante feruntur,
Et post dum portus tetigere, obeuntque propinqua
Oppida; namque fero finduntur saxa calore
Illic, terraque hiat ventis, radiisque perusta.
At valle in media, qua sese viribus aer
Temperat adversis, hinc ardens, frigidus illinc,
Ver agitur; pulcher nec jam unquam vertitur annus;
Nam paulum Sol hinc se a vertice flectit, & illinc,
Perpetuùmque dies alternans noctibus æquos,
Haud mutata facit Cæli placidissima constet
Tempestas, hæc Elysii videantur ut esse
Fortunata loca, & campi, sedesque beatæ.
Cuncta fovet Zephyris natura tepentibus, atque
De terra omnigenos simul omni tempore fœtus
Fundit; opes verno proprias permiscet honore
Autumnus; pariter frondes, floresque virescunt,
Maturique vigent una super arbore fructus.
Visum [1] his jamque locis mensuram inquirere primam;
Optima sed victu regio licet, optima certe
Tentandis non his fuit, opportunaque rebus;
Nempe erat ille solo labor impendendus iniquo,
Ut strati per humum deberent pectore prono
Serpere multa Viri producto in millia tractu.
Protinus ad triquetras cum ventum exinde figuras
Aere signandas liquido, incubuere quot acres
Ærumnæ, Herculeis aucturæ & viribus ingens

No-

1 Exponit jam labores incredibiles exantlatos in dimetienda basi, cum iniquo solo, proni etiam, per plura passuum millia perrepserint; ac in ordinanda triangulorum serie, cum stationes eligendæ fuerint in locis nive obrutis, ubi & aer tenuissimus vix respirationem permitteret, & nives decidentes prostrarent tentoria, diuturna in frigidissimo loco sæpe mora ob nebulas surripientes reliquarum stationum prospectum.

Addit Noster & alia, quæ in tot annos expeditionem produxerunt, instrumentorum vitia, discordiam inter Academicos, quæ demum in aperta erupit dissidia producta in alios saltem 10 annos post reditum, & errores plures in observationibus cælestibus detectos, quibus aliud alii proponebant remedium; quæ omnia videre est in iis, quæ Bouguerius, Condaminius, & Hispani socii additi prodidere.

Con-

Nomen, & exhausturæ odia imperiosa Novercæ!
Illarum tantùm flexus servare coacti
Montium in ascensu medio; quippe invia longe
Culmina erant glacie æternæ constrata pruinæ,
Et non vitales auræ, aut spirabilis æther.
Quin sæpe & mediis tentoria montibus olli
Figebant, depressa nivis plerumque ruina;
Pertæsos quoties illic hærere videres
Nequidquam, longosque dies trahere, atque morari,
Donec disjectis jam Cælum purius esset
Invisis nebulis, fudusque vaporibus aer
Et Cælum, & terras aperiret, & æquora, posset
Prospectus procul in montem ut de monte patere.
Ætherii demum ad mensuram scanditur arcùs.
Protinus ipsa aliquam partim fecere labori
Instrumenta moram, queis serò haud fidere discunt,
Partim inter socios facile in diversa abeuntes
Discordes animi paulum, atque exorta simultas,
Tum fraudes etiam in servando sæpe retectæ,
Vitatæque modis variis, & proinde novata
Jam toties, iterumque opera instaurata, iterumque,
Omnia tentantes denos tenuere per annos.
Tandem inventa gradùs longo quæsita labore
Mensura est; potuere illam haud corrumpere quidquam
Extinctæ nondum, atque incertam reddere lites.
Rerum non inter certantes scilicet harum
Exitus ambigitur; quin major constat ab ipsis
Litibus orta fides; cavere utrinque sagaces
Quippe Viri, ne parte queant culparier ulla,
Neve suo in vulgus patefacto errore puderet,
Dum spectant animo de se infrendente triumphum,

Concludit vero ab ejusmodi dissensionibus non modo non evasisse minus, sed multo magis certam eam gradus mensuram, in qua fere conveniunt; cum ipsæ lites, & quæ earum occasione prodierunt anecdota, multo certiores nos reddant de iis omnibus, quæ ibidem peracta sunt. Definitum autem esse arcum graduum trium, quorum medius gradus inde erutus sit minor Maupertuisiano invento in Laponia; & quidem sive Hispanorum determinatio accipiatur, quæ prodiit omnium prima, sive Bougueriana, sive Condaminiana, quæ omnes inter se parum admodum differunt, habetur semper mensura multo minor: nam media inter hasce postremas est hexapedarum 56753.

Ergo gradus certis comprensi, suppositique
Denique terni sunt mensuris, & minor horum
Unus quisque gradu, gelidæ qui subjacet Ursæ,
Detectus; ratio compressæ ab utroque polorum
Certius inde fuit firmata, receptaque Terræ.
Jam [1] non ipsa dies securos prorsus agebas
Interea, genus hoc, in rebus, Gallia; pubes
En iterum excitur florentia regna peragrans,
Inquiritque gradus in mensos ante, novaque
Te ratione, novis te totam denique subdit
Mensuris, quanta ad Boream procurris ab Austro,
Prætereaque gradùs transversi indagine lustrat,
Expertis ne multa, via intentata videri
Ulla queat; rursusque polis utrisque repertum est
Arctari Terram, medioque tumere sub orbe;
Nec quovis tum de tentamine non tumor iste
Perceptus, prorsus dubitandi ut copia deesset.
Secura tamen hic num constes undique mente?
Ambiguam [2] vel adhuc quod reddat, sollicitamque,
Scilicet est aliquid: graduum non ordine eodem
Inter se crescunt collatæ, vel minuuntur
Mensuræ, debent quo crescere, dimminuive,
Si sit ubique æque densato corpore Tellus.
Tunc etenim primam præferre e segmine coni
Extra debebit speciem, certoque tumore
Sic flecti, e geminis gradibus queiscumque repertis
Ut valeas totam numeris cognoscere frontem.

At

1 Progreditur ad ea, quæ interea per Galliam sunt præstita, quæ tantummodo innuit; novas nimirum habitas iterum mensuras per universam Galliam; quæ videre est in primis in opere memorato *Meridienne verifiee*. Definiti sunt nimirum gradus plures meridiani per totum tractum Parisiensis meridiani ab oceano ad Pyreneos, & unus præterea gradus paralleli circuli, ex quibus gradibus rite collatis inter se, & cum Laponico, ac Quitensi, prodiit semper figura Terræ compressa ad polos, & elevata ad æquatorem.

2 Verum licet ex dimensiones in eo consentiant, ut exhibeant figuram compressam, adhuc addit Noster illud, quod huc maxime pertinet, summam in eo ambiguitatem relinqui, quod differentiæ horum graduum non servent eam inter se proportionem, quam requirit figura elliptica, debita ipsi Terræ, si homogenea sit. Datis nimirum binis gradibus, ut supra diximus, definitur ellipseos species, & magnitudo: at hic diversa graduum determinatorum binaria inter se collata diversas admodum ellipses exhibebant.

At nunc a geminis collatis mutuà nunc his,
Nunc illis gradibus, non certa, atque una tumentis
Formæ, at dissimilis ratio, diversaque prodit.
Adde &, post etiam graduum quæ mensa fuere
Diversis spatia in regionibus, ipsa figuram
Efficere hanc varie diversam, dissimilemque,
Seorsum aliis eadem ut gradibus collata tuaris.
Scilicet [1] Oceano in magno qua se Africa terra
Trans nigros longe Æthiopas protraxit in Austrum,
Occiduoque bona lassatos æquore nautas
Spe reficit, pontoque repente immittit Eoo,
Sidera servatum summo labentia Cælo,
Gallia, missus in has Civis tuus iverat oras,
Præsertim Lunam ut posset, Martemque rubentem,
Tempore quos aliis alii regionibus uno
Servarent, velut in Terram deducere Cælo,
Carmine non magico, aut cantati turbine rhombi,
Sed procul obliquis aspectibus, unde pateret,
Interjecta forent quot millia descensuri;
Ergo etiam nactus facile opportuna locorum,
Ipse gradum Terræ sub millia nota recepit
Dimensus, nostrasque libens transmisit ad oras.
Tempore [2] quanquam illo Domina Romanus ab Urbe,
Ut solet, æternis flectebat legibus Orbem
Doctrina Pater effulgens, & Numinis instar,
Ad mores Populos, ad munera dia vocabat,
Tu tamen induxti, vel ab his decus, inclite Silvi,

Vellet

bant, quam ambiguitatem auxerunt deinde, ut Noster subdit, alii gradus alibi observati, gradus nimirum Caillii definitus ad Promontorium Bonæ spei, & meus, ac Mairii, mei in expeditione mea comitis, in Pontificia ditione hìc in Italia.

1 Memorat occasionem, qua Caillius in Africam navigavit, missus nimirum a Galliæ Rege ad observandas Australes stellas, quarum catalogum amplissimum incredibili labore, & diligentia concinnatum ex immenso observationum numero in Europam retulit, & ad ineundas observationes, quam posset, plurimas, circa Martem in primis Perigeum, & Lunam, quæ comparatæ cum aliis eodem tempore institutis per Europam, exhiberent parallaxes eorum siderum, ac earum ope veras, & ipsorum, & omnium Planetarum, Cometarumque distantias a Terra, ac magnitudines.

2 Meam hìc, & Mairii expeditionem innuit, quam opusculis pluribus exposuimus in opere superius memorato *De Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem* susceptam jussu Benedicti XIV Pontificis

docti-

Vellet ut ipſe ſuo curis adjungere regno,
Induxti, quas ornat, & evehit, artibus æquum
Ingenuis. Ergo auſpiciis illius in ingens
Ipſe Viros immittis opus: vidi ipſe moventes
Arma novo, conflata recèns, ut idonea bello;
Vidi, cum egreſſos longo vetus Appia colles
Uſque ſub Albanos ductu via menſa teneret.
Protinus in montes duro ſubiere labore,
Et juga nubiferi, qua celſior, Apennini
Luſtravere; vagos octo poſt culmina donec
Extremum ad ſuperi demiſerit æquoris oras,
Queis ſedet antiquis urbs longe cognita faſtis,
Et celſas præfert turres, prope terminus olim
Italiæ. Madidis conſtratum ibi littus arenis,
Multaque directo diſtenſum in millia tractu,
Aptatis, nuper velut Appia, ſubditur ulnis.
Illic tum media ſervantur ſidera ab urbe;
Quæ pariter media ſervantes ſidera Roma,
Cum rediere, viros conſpeximus, inter utramque
Arcum, quantus is eſt, cæleſtem ut prendere poſſent;
Et ſæpe adſuimus noctuque, diuque ſagaci
In Cælum cum mente aciem obvertentibus acrem.
Ollis ſic pluſquam graduum menſura duorum
Littore ab Adriaco Romana ad culmina ducta eſt,

Quan-

doctrina celeberrimi, ſed præcipuo impulſu Silvii Valentii Cardinalis ampliſſimi, cui quidem homini cultioris litteraturæ, & omnium ingenuarum artium amantiſſimo fautori quantum ego debeam, nunquam ſatis verbis efferre potero, nec unquam ſatis ubere fletu præmaturum ejuſdem obitum lugere.

Binas baſes dimenſi ſumus alteram in Appia via hic prope Urbem ipſam, alteram in Ariminenſi littore, prope quam urbem celeberrimus ille fluvius Rubico præterfluens, Galliam olim provinciam ab Italia ſeparabat, quem Cæſar tranſgreſſus, civili bello inchoato Ariminum ipſum celebriorem reddidit in Romana hiſtoria. Per medios Apenninos montes triangulorum ſeriem traduximus: obſervationes aſtronomicas habuimus primum hic Romæ, tum Arimini, tum iterum hic Romæ, & Romanis hiſce ſæpe Noſter interfuit diligentiæ noſtræ teſtis. Quam apta ad ſummam accurationem inſtrumenta habuerimus, ſatis conſtat ex meo opuſculo de inſtrumentorum apparatu, & uſu, quod eſt ejus operis quartum.

Porro gradus nobis obvenit, quod hic Noſter memorat, contractior, & quidem 69 hexapedis, quam Caſſino de Thury, & Caillio in Gallia in eadem ad ſenſum latitudine; fuit enim nobis in latitudine $43^{\circ}.\ 1'$ hexapedarum 56979, ipſi in lat: $43^{\circ}.\ 31'$ hexapedarum 57048.

Quanquam parte sui parva, at contractior illo
Protinus alteruter tum constitit, ante per oras
Qiem Galli patrias signarunt, quemque prope æquo
Distantem spatio Boreæ de cardine prendas.
  Ex [1] his tute queas facili cognoscere pacto
Tellurem non prorsus ea constare figura,
Quam gravitas exposcit in æque corpore denso;
Ejus nec facies, circum ut tornata, videri
Jam queat, & parili ratione inflectier æque
In spatio circum distante a cardine utrovis.
Propterea mensis cum Terræ inquirere formam
Tentamus gradibus; revera quid sit id ipsum,
Quo nos mensuris tum tendimus, inspiciendum est.
Scilicet haud hæc est, qualem spectantibus offert
Terra sui speciem variatam montibus altis,
Et late campis discretam, & vallibus imis.
Hæc si namque foret, nunc ille brevissimus, alti
Inflectunt qua se colles, gradus esset, & ulnis
Vix tribus interdum porrectus; at abforet omnis
Æqua in planitie campi tumor; eque supinis
Contra frons Terræ cava vallibus efficeretur.
Certam exin nobis fieri non posse figuram,
Quam memoro, Terræ quis nesciat, undique campis,
Atque jugis, variis & vallibus interruptam,

Sæpe

1 Exponit jam hìc meas de figura Terræ meditationes. In primis ex iis omnibus, quæ dicta sunt, patet Terram non habere eam figuram, quam requirit homogeneus ipsius textus; ex mea autem observatione collata cum illa Gallica deducitur, nec parallelos esse circulos, sive Terram non esse solidum quoddam ortum rotatione curvæ cujuspiam circa proprium axem; nam eo casu omnes Meridiani essent similes, adeoque omnium gradus æqualiter ab æquatore distantes essent æquales.

Ut igitur aliquando diligentius res ad trutinam revocetur, oportet considerare, quid quæratur, ubi figura Terræ investigatur per graduum mensuram. In primis non quærimus figuram illam, quam Terra exhibet, ut est scabra, & montibus aspera; nam ejusmodi figuræ curvatura est admodum inæqualis: in summis quibusdam collibus ne tres quidem ulnas exæquat gradus ejusmodi figuræ: ubi campi sunt plani, nulla sæpe curvatura occurrit, valles autem cavitatem habent extrorsum obversam. Et quidem ea figura perpetuo etiam variatur lapsu rupium; immo etiam in mari ejusmodi supetficies undarum tumore mutato mutatur perpetuo.

Sed nec figura, in quam per graduum mensuras inquirimus, est figura aliqua regularis, quam concipiamus æqualem, & quæ habe-

retur

Sæpe & pro vario mutatam tempore? rupes
Quippe cadunt ævo, valles opplentur, & amplí
Desidunt campi, eductove cacumine surgunt.
Illa neque esse potest Terræ quæsita figura,
Quæ fieret, valles si montibus æquarentur,
Quippe incerta foret, nos utpote quam variare
Arbitrio nostro possemus, multiplicique
Deprimere hìc montes, illic educere valles
Limite; quandoquidem infinitæ continuato
Esse queant ductu formæ, & sine flexibus ullis,
Ad quas hæc redigi Terræ frons aspera possit
Demendo, quantum libet, addendoque vicissim.
Præterea nec ad hanc tali ratione redactam
Possemus gradibus mensis pertingere formam;
Quippe gradus cum metimur, quæ pondera deorsum
Deducit via de tenui pendentia filo,
Rectà ad quæsitam Terræ cadat illa figuram
Est opus; ast eadem num recto incurrere possit
Descensu in talem, modo quæ conflata, figuram,
Depressis conflata jugis, & vallibus alte
Sublatis? Siquidem velut undique pondera tendunt
Quælibet in partes Terrai totius omnes,
Sic quidquid varium Terrai in partibus extat
Texturam propter raram, densamque, necesse est,
Immutet varie, qua corpora sponte feruntur
Lapsa, viam, magis in densum & detorqueat augmen;
Proinde etiam asperitas istam facit extima Terræ
Incertam, variamque viam, quod noscere possis,

Ut

retur abrasis montibus, & oppletis vallibus. Nam in primis ejusmodi figura arbitraria est. Infinitæ numero superficies regulares duci possunt, quæ contingant datos datorum editissimorum montium vertices, vel quæ per datas radices transeant, & si libeat concipere superficiem regularem, quæ ita secet montium, & collium juga, ut tantum materiæ supra se excludat, quantum vacui aeris infra se comprehendat; adhuc infinitæ numero sunt regulares superficies, quæ problemati faciant satis. Deinde directio ponderum, per quam ope pendulorum definiuntur gradus instrumentis astronomicis, non est perpendicularis ad ejusmodi figuram; & si revera omnes abraderentur montes, & colles, ac exæquarentur valles, non esset eadem accurate directio gravium, adeoque directio pendulorum, quæ nunc habetur; cum gravitas coalescat ex attractione in omnes particulas eorum etiam montium, & collium,

Ut docui, memori recolas si mente, sub altos
Declinent filo ut pendentia corpora montes.
Sed [1] jam age, quæsitam nobis cognosce figuram.
Punctum finge aliquod Terra super; illud ad Austrum
Sic iter, algentem vel ab Austro flectat ad Arcton,
Imprimat ut gravitas ictus, ubicumque locorum est,
Directos, ad idem rectis & pondera filis
Desuper insistant, erit hoc iter, orbe diei
Quod mediæ per dimensos prodire necesse est
Nempe gradus, Terræ ob scabram quod proinde figuram,
Intus multiplici variataque viscera textu
Atque huc, atque illuc ductu curvatur iniquo,
Et varie undanti deductum tramite serpit;
Propterea par est ipsa hac ratione rearis
Undantem Terræ faciem, quam quærimus, esse;
Idque tibi gravitas varii ob discrimina textùs
Suadeat, idque gradus servati, ut diximus, una
Non bene pro quavis concordes cumque figura,
Insinuent, dubiosque fugent de pectore sensus.
At quia per terras extrinsecus asperitates
Quæ sunt, vanescunt prope Terræ ad totius auctum,
Credibile est etiam discrimina tenuia textùs
Esse ea sub terris intrinsecùs, atque figuram
Propterea turbari adeo non posse, polorum
Ne regione ea sit paulum compressa, tumensque
In medio, curva hìc mage scilicet, & minus illic.
Non tamen idcirco prorsus verissima frontis
Quæsitæ species unquam, limesque patebit

Qua-

1 Exponit igitur hic figuram, quam revera quærimus per graduum mensuram. Assumatur punctum quodlibet in superficie terrestri, & concipiatur superficies continua ducta ab eo puncto circumquaque cum ea lege, ut ubique sit perpendicularis directioni ejus gravitatis, quam habemus coalescentem ex attractione in omnes Terræ particulas ibi sitas, ubi nunc jacent, & affectæ vi centrifuga conversionis diurnæ. Hujus figuræ gradus determinamus, cum per instrumenta astronomica pendulis instructa accipimus distantias Fixæ a binis zenith. At ob adeo inæqualem textum in Terræ partibus tam prope superficiem, ubi eum utique cernimus, quam in intimis visceribus, ubi ipsum jure licet conjicere inæqualem, debet & ea ipsa superficies habere ductum inæqualem, atque irregularem saltem aliqua inæqualitate, cujus quantitas pendebit ab ea nobis ignota constitutione partium Terræ internarum.

Cum

Quæcumque in regione suus, cum quilibet ille
Inflecti varie diversis possit in oris.
Protulit ipsa gradus sic Itala Terra minores,
Nam gemino hinc illinc consurgit ab æquore semper
Altior, & medio præcingitur Apennino;
Propterea in vastos hinc illinc pendula filo
Deduci paulum debebant pondera montes,
Majoremque arcùs ideo comprendere tractum
In Cælo, & gemini disjungere verticis oras,
Debuerint ut proinde gradùs minus esse patentes.
At contra illorum plus amplam Gallia præfert
Mensuram, quoniam calidæ de parte diei
Pyrenes vastis finitur montibus, in quos
Pondera tum deducta arctabant ætheris arcum.
Propterea [1] nobis semper mage cognita constet
Ut facies Terræ, sedesque hæc alma patescat,
Esset opus tractus mensuris ire per omnes,
Atque gradus, quaque ad Boream conversa, vel Austrum,
Et qua Memnonia tendit de sede cubile
Solis ad Hesperium Tellus queiscumque sub oris,
Prendere, pro quavis demum regione repertus
Crescentum graduum, & minuentum surgat ut ordo.
At longum est opus, & nobis post longa manendum
Sæcula, venturo si quando id prodeat ævo.

Inte-

Cum videamus inæqualitatem ejusmodi in ipsa superficie esse exiguam respectu totius massæ terrestris, erit probabile, in intimis etiam visceribus non esse adeo ingentem respectu totius, ut cum theoria exhibeat potius figuram compressam pro casu homogeneitatis, & regularitatis, ac graduum mensuræ huc usque habitæ fere omnes eandem exhibeant compressam formam, revera non sit utcumque compressa; adhuc tamen accurata compressio, accurata pro locis omnibus curvatura ex habitis huc usque mensuris nequaquam obtinebitur, sed irregularitatem habebit aliquam ipsa superficies exposita, & idcirco credibile est, minorem in Italia obvenisse gradum, quam in Gallia in latitudine eadem. Nam hic in Italia observationes astronomicæ institutæ sunt Romæ, & Arimini, interiecto toto Italiæ solo altiore, & Apenninis montibus, quorum actio in pendulum hinc, & inde inclinatum versus ipsos debuit exhibere bina zenith a se invicem remotiora, adeoque arcum cælestem majorem, & curvaturam inde erutam majorem, & proinde breviorem gradum; dum in Gallia in accessu ad Pyreneos montes sitos ad Austrum extra arcum mensuris definitum debuit contrarius deviationis haberi effectus, & gradus augeri potius.

1 Subdit id, quod ex dictis deducitur, incertam adhuc esse veram

Terræ

Interea paucas, at quas ſervavimus, omnes
Aptamus graduum menſuras vi gravitatis
Perfacile expoſitæ, & probe conſentire videmus
Inter ſe aptatas: Fundata eſt vi gravitatis
Scilicet hæc Terræ moles, conflataque forma,
Et maris, & terræ; quanquam & rerum Arbiter amplæ
Compagi formam quamcumque inducere, Mundum
Cum ſtrueret, potuiſſet; at, ut Faber, aut ſuper undas
Labentes, aut forte vias cum fornice pontem
Erigit inflexo, ſperet retinere tenaci
Calce licet pondus lapidum, tamen ipſe figuram
Inducit, qualem conſiſtere poſſe ſine ullo
Ante putet vinclo, proprioque ut pondere tantum
Scilicet in ſeſe niti putat; Arbiter, inquam,
Sic quoque Telluri talem conflaſſe figuram
Creditur, æquali qualem in ſe pondere partes
Libratæ poſcunt, compreſſam ab utroque polorum,
Ut docui, & media paulum regione tumentem.
  Nunc [1] circumfuſas mecum te tranfer ad auras
E Terra, breve conſtat iter, ſuperamque fluentis
Inſpice naturæ quoque frontem, cortice quali
Includat Terram; num ſe conformet, ut illa,
Et velut adſtrictos veſtis ſe inflectat in artus?
At non huc gradibus, non huc conſcenditur ullis
Men-

Terræ figuram, ad cujus determinationem majorem proderit quam plurimos ubique dimetiri & longitudinis, & latitudinis gradus, quod non niſi longiſſimo tempore poſſit perfici. Interea tamen nobis admodum probabile debere eſſe, Terram non multum diſtare ab illa figura, quam haberet, ſi tota eſſet fluida, adeoque debere eſſe compreſſam ad polos. Quamvis enim Naturæ Auctor pro arbitrio ſuo potuerit conſtituere Terram ita, ut haberet nucleum cujuſcumque formæ, vel textum utcumque irregularem, qui tenacitate ſua tueretur figuram contrariam ei, quam requirit æquilibrium gravitatis, & vis centrifuga; tamen eſt credibile ipſum noluiſſe multum recedere ab illa æquilibrii forma, ut etiam peritus Architectus in ædificio ingenti delineando tenacitati calcis debet fidere, quam minimum fieri poteſt, & omnia ad æquilibrii leges exigere, licet nonnihil & ipſi calci tribuat.

1 Relicta Terra aſſurgit in atmoſphæram terreſtrem, cujus etiam conſtitutio pendet a gravitate: nam per ipſam gravitatem fit, ut circum undique affundatur ipſi Terræ, adeoque, cum etiam non ad ingentem ab ea diſtantiam protendatur, ut videbimus, figuram habeat vel eandem, vel parum admodum ab ea diſcrepantem. Porro multa itidem, quæ ad atmoſphæras perti-
nent

Menſuris. Quod non oculis, manibuſque valebis
Subjicere, omni alio nequeas proin prendere pacto?
Hìc etiam inniti gravitatis viribus ipſis
Quis vetet, & facili ſic illuc ſcandere clivo?
Nimirum videas extrinſecus aera poſſe
Non alia fundi fictum, comptumque figura,
Exornat quam qua Tellus ſeſe ipſa revolvens,
Vel ſi alia, propior quæ ſit tamen; utpote terram,
Et mare cum late cingat complexibus arctis,
Et parvo aſſurgat cumulo liquidiſſimus aer,
Quippe gravis, formamque ideo a gravitate receptet.
  Namque [1] ut cuncta, ſuum quis & aera pondus habere
Neſciat, aſſiduiſque licet conatibus inſtet
Seſe evolvere, & in ſpatium diſtendere majus,
Conſtringi tamen uſque ſua ſub mole, premique?
Uſque adeo premitur deorſum, arctaturque, prope imam
Ut qua planitiem ponti demiſſior aer
Contingit, tanto ſit pondere, pondus ut æquet
Argenti fluitantis, & undæ more liquentis,
Quod digitos quater in ſeptem ſuſpendere poſſis
Incluſum vitri rectà impendente columna.
Et licet aurarum calor augeat exſiliendi
Conatum; calor aſt idem, & quæ cætera circum,
Si conſtent eadem, denſabitur aura premente
Plus aucto ſuperà pro pondere, quoque tenetur,
Decreſcet ſpatium pro ponderis ipſius auctu.
  His [2] tibi jam claris ſubjunctis rebus, & ipſa,
Quam tu cumque velis, gravitatis lege manente

In

nent, fuſius in ſupplementis pertractabimus: ex iis autem, quæ huc pertinentia profert, pleraque continentur in mea diſſertatione de luminis tenuitate.

1 Gravitate aeris uſus ad figuram Atmoſphæræ determinandam, hìc diſtinctius affirmat, aerem etiam eſſe gravem, cujus elaſticitas elidatur ab ipſo pondere incumbentis atmoſphæræ ipſius, quod pondus ipſum definitur ope barometri, in quo columna atmoſphæræ terreſtris æquilibratur cum columna mercurii ejuſdem baſis alta circiter 28 Parilienſes pollices, adeoque ei ponderi æquale eſt ipſius pondus. Addit & illud, quod experimentis evincitur, aerem cæteris paribus comprimi in ratione ponderis comprimentis ita, ut in tot vicibus minorem molem contrahatur eadem maſſa aeris, quot vicibus eſt majus pondus comprimens.

2 Exprimit hìc jam legem, ſecundum quam progreditur attenuatio atmoſphæræ in aſcenſu a ſuperficie Terræ, quæ pendet ab illa ipſa

In ſpatiis Terræ a medio variantibus, illuc
Pervenies numeris, quærendique arte recenti,
Ut videas, progreſſus in aere rareſcendi
Qui ſit, dum ſurſum cumulatum mente ſequeris.
Invenies igitur, gravitas dum conſtet ubique
Non mutata caput ſuper altum, eademque per omne
Aerium pelagus, binis ſi partibus aura
Decreſcat, qua denſa, aliquo ſuper edita tractu
A nobis, opus eſſe, ut partibus ipſa quaternis
Decreſcat duplici in ſpatio, bis deinde quaternis,
Deinde bis octonis, ſeſe ſi ſcilicet ipſam
Terno attollentem, ſpatioque ſequare quaterno.
Ordine quo poſſis invento pergere tutus,
Innitique auris levibus, ſurſumque volare.
Hæc lex eſt, gravitas ubi conſtans, unaque ubique eſt
Scilicet; at ſpatiis eadem in ſe pro repetitis
Si decreſcat, uti vere decreſcere certum eſt,
Lex parvis ab ea paulo diverſa vigebit
In ſpatiis; magnum in magnis diſcrimen habebis:
Tum quoque rareſcent quatuor jam partibus auræ,
Jamque novem, biſque octonis jam rurſus, ut ante,
In ſpatiis, non ut tamen ante a fronte petitis,
Sed Terræ a medio, & creſcentibus ordine longe
Inter ſeſe alio, nimirum terna ſtruantur
Poſt bina ut ſpatia, & ſuccedant ſena repente;
Ordine quo numeri cum progrediuntur, eoſdem
Dicimus Harmoniæ de nomine, quippe ubi primus

 Non

ipſa ratione denſitatis proportionalis ponderi comprimenti, & a Newtono definita eſt pro binis hypotheſibus gravitatis conſtantis, & gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Mathematicis terminis exprimuntur ſic: Denſitates atmoſphæræ decreſcunt in progreſſione geometrica, diſtantiis a centro Terræ creſcentibus in progreſſione quidem arithmetica, ſi gravitas ſit conſtans, in progreſſione vero harmonica, ſi gravitas decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

Utramque legem Noſter perſpicuam reddit aſſumendo ipſas notiones progreſſionis arithmeticæ, geometricæ, harmonicæ. Arithmetica progreſſio eſt cum termini ſequentes eadem ſemper quantitate ſuperant ſuos præcedentes, vel ab iis ſuperantur; geometrica, cum eodem modo illos continent, vel ab iis continentur; harmonica, cum aſſumptis tribus contiguis terminis quibuſcumque eſt primus ad tertium, ut differentia primi a ſecundo ad differentiam ſecundi a tertio. Sic 10, 12, 14, 16 &c. in progreſſione

Non aliter reſpectat eum, qui tertius exit,
Quam, quæ eſt differitas primi a ſubeunte ſecundo,
Reſpectet diſcrimen ab excipiente ſecundi;
Qui melicos certe concentus efficit ordo.
Hinc [1] tibi ſi fuerit geminis ſervata viciſſim,
Quam varie ſit denſa, locis liquida aura, valebis
Hanc aliis queiſcumque locis cognoſcere denſam.
At geminis ſervare locis diſcrimen in aura
Denſata, facile eſt; prælongo neſciat iſtud
Quis bene ſervari vitro, quo pluſve, minuſve
Conſurgens liquidi argenti ſuſpenſa columna
Deſuper aurai compreſſæ pondera, vimque
Signat, quamque locis denſata quibuſlibet extet?
Rarior [2] inventa eſt ſic partibus aura quaternis,
Quam nos inter, ubi eſt educta ad millia ſeptem.

Per-

ne arithmetica, quia termini proximi omnes ſe excedunt per binarium. ſunt 10, 20, 40, 80 &c. in progreſſione geometrica, quia ſe bis continent; 3, 4, 6 ſunt in progreſſione harmonica, quia eſt 3 dimidium 6, ſicut 1 differentia inter 3, & 4 eſt dimidiū differentiæ inter 4, & 6, quæ eſt 2.

Hinc ſi gravitas ſit conſtans, & denſitas atmoſphæræ ſit duplo minor in quadam diſtantia a ſuperficie; in dupla diſtantia erit 4 vicibus minor, in tripla octo, in quadrupla 16 vicibus; illæ enim diſtantiæ a ſuperficie ob æqualem exceſſum ſunt etiam in progreſſione arithmetica, ſi computentur a centro Terræ, & 2, 4, 8, 16 ſunt in progreſſione geometrica. Ad habendam autem in theoria gravitatis decreſcentis eandem progreſſionem in denſitate, quæ ſit ut 2, 4, 8, 16, oportebit aſſumere terminos ita, ut incipiendo a centro Terræ ſit quævis prima ad tertiam in eadem ratione, in qua eſt ejus differentia a ſecunda ad differentiam ſecundæ ad tertiam, quo pacto differentiæ altitudinum creſcunt aliquanto magis, quam prius; ſed pro exiguis altitudinibus, ad quas aſſurgit atmoſphæra, exempla ſine fractionibus moleſtis proferri non poſſunt. De iis agemus pluribus in ſupplementis, ubi & illud patebit, quod affirmat Noſter, initio quidem ejuſmodi binas progreſſiones fere congruere, ſed in majoribus diſtantiis recedere plurimum.

1 Addit inde, ſi obſervetur denſitas in binis locis (quod fieri utique poteſt ope barometri, cum ea, ſi ſit proportionalis ponderi comprimenti, debeat eſſe proportionalis altitudini mercurii in barometro) haberi inde poſſe denſitatem pro quavis altitudine data. Id præſtatur a peritis calculi videndo, quot termini progreſſionis arithmeticæ in prima hypotheſi, harmonicæ in ſecunda, quorum primi ſint binæ diſtantiæ illarum binarum altitudinum a centro, habeantur uſque ad illam datam altitudinem, & toties continuando progreſſionem geometricam, cujus primi duo termini ſint binæ denſitates obſervatæ: ratio ineundi calculi patebit in ſupplementis.

2 Inventam eſſe affirmat in altitudine milliariorum circiter 7 atmoſphæ-

Perge vices per quadruplices ita semper in altum,
Septenis septem cumulata prioribus addens
Millia, si gravitas constans sit, credere certe
Difficile est, quam tum longe tenuabitur aer,
Scilicet obruimur tanta a levitate fluentis.
Fama [1] Repertorem ludi, quem Schachida dicunt,
Monstravisse ferunt olim, quam protulit artem,
Regnatori Indo; belli simulacra placebant,
Et nigræ, canæque acies, variataque miro
Prælia consilio, & pugnacis nomina buxi,
Motus, insidiæque, armorumque usus, & ordo.
Non Rex ingenium infœcunda ornavit, uti mos
Pluribus est, tantùm laude, at, pete, dixit, habebis
Præmia, quæ cupias: Voti hic præsetulit esse
Callidus exilis, munusque exposcere visus

mosphæram quadruplo rariorem; hinc in hypothesi gravitatis constantis, si assurgamus ulterius, habebimus post singula septena milliaria densitatem imminutam vicibus 16, 64, & ita porro, quæ progressio incredibile dictu est, quo brevi assurgat.

1 Ut ejus incredibilis augmenti ideam aliquam ingerat Noster, illud memorat, quod fama fertur de Inventore ludi, quem vulgo dicimus *gli scacchi*: cum nimirum a Rege, qui ipsi obtulerat, ut præmium pulcherrimi inventi peteret, quod vellet, postulasse tantum frumenti, quantum requireretur, ut poni possent, super primo quidem lusoriæ mensulæ quadrato unicum granum, tum vero duo super secundo, quatuor super tertio, & ita porro, duplicando semper usque ad 64, quot nimirum ibidem habentur quadrata. Regem risisse præmii petiti tenuitatem, sed brevi obstupuisse admonitum ab administris supputatione inita reperiri, vim frumenti petitam ejusmodi esse, ut in universo Terrarum orbe tanta non adsit, quin immo, ut non habeantur in universo orbe tot naves, quot ad eam frumenti copiam devehendam requirantur.

Calculum in supplementis inibimus: superat autem postremi quadratuli immanis numerus 9 triliones, & summa omnium 18 triliones. Addit autem illud Noster; si eo evadat progressio rationis duplæ, quo evasuram censendum erit rationis quadruplæ progressionem, quam per septena milliaria continuaveramus! Eo abire, ut post 35 milliaria plusquam millecuplo minor evadat atmosphæræ densitas, & post 210 milliaria assurgat ad numerum constantem 19 arithmeticis notis hisce Arabicis, quibus utimur, qui numerus latino sermone vix potest exprimi, superat enim trilionem, quem latine diceremus millies, millies, millies, millies, millies mille.

Porro eo rem evadere facile constat, nam post 7, 14, 21, 28, 35 habentur quadruplicando semper, 4, 16, 64, 254, 1016. Tum post alia totidem milliaria 35, nimirum ad 70, 105, 140, 175, 210, habebitur plus quam unitas cum cyfris 6, 9, 12, 15, 18, adeoque habebitur numerus notarum 19.

Pertenue, optarem, Regnantum maxime, dixit,
Tot Cereris mihi grana, quot hac ratione putentur;
Princeps hæc unum ſedes (albaſque, nigraſque
Quadratas tabulæ ſedes monſtrabat, ubi ambæ
Iniiſunt acies, & noto limite pugnant),
Altera bina ferat, tum tertia quattuor, octo
Quarta, & ſic duplici creſcant repetita per omnes
Grana coloratas vice ſedes, quolibet octo
Quæ ſunt in latere, & toto non æquore plures,
Quam decies ſenis adjunctæ quattuor, extant.
Rex inopem ridens animum. tam parva petenti
Annuit. Aſt inita porro ratione Miniſtri
Per numeros, adeunt illum, attonitique fatentur;
Non ſi vel toto dominetur ſolus in Orbe,
Poſſe reum exſolvi promiſſi; haud eſſe per amplum
Navigia oceanum ſegeti ſatis ampla ferendæ,
Omnia gente procul ſi conducantur ab omni.
Rex ſtupet, atque viri magnum admiratus acumen
Regni conſiliis ratus eſt ingentibus aptum;
Proin opibus donatum in publica munera rerum
Detinuit, nunquam & propria dimiſit ab Aula.
Tanta vi numeri cumulantur progredientes
Ordine vel duplo; quot erunt, ſi quadrupla conſtent
Perpetua incrementa, velut conſurgere nuper
Per rareſcentes dixi auras? Millia ſi per
Quinque animo ſubeas ſurſum, & ter dena, videbis
Mille, hunc quam noſtrum, mage partibus aera rarum.
Surge age, & ulterius, bis millia confice centum,
Et ſuper adde decem, quantus, quantuſque repente
Prodibit numerus? non illum efferre valebis
Voce, ſed exſcribens per ſigna decemque, novemque
Efficies, Arabum fuerunt quæ more notari.
Scilicet [1] hæc fiunt, ut paulo finximus ante,
Si gravitas ſurſum non ſit mutata; profecto
Sed mutatur, uti docui, numeriſque notantur
Di-

1 Illud jam monet in ratione reciproca duplicata diſtantiarum minorem numerum obvenire; adhuc tamen & hunc eo evadere, ut poſt milliaria 840 jam ſuperet notas 60, quem quidem numerum ne imaginatione quidem ſatis complecti poſſumus. In priore progreſſione, cum diſtantia 840 contineat quater diſtantiam 210, notarum numerus evaderet quadruplo major, & excederet numerum 7 cum cyfris 75.

Diverſis paulo ſpatia ipſa, minuſque repente
Progredieris, at immensùm tamen; utpote ſi tu
Millia ſublimi poſt octingenta volatu
Tum quoque dena quater ſcandas, tam rarus ibi aer
Fundetur, vix ut decies ſub ſena reduci
Signa queat; numeris quæ nomina reddita tantis?
Verum [1] a ſervato diverſus cernitur ordo
Ordine deſcensùs interdum, pondera vitri
Surſum cum ferimus gracili concluſa cylindro
Argenti, atque alia denſarier aura videtur
Tum ratione. Aliquis dum montem ſcanderet altum
Paulatim, ſupraque maris conſiſteret æquor
Sex pedibus decies; quæ limpha argentea vitro
Clauditur, ipſa aliquem deſcenſum prodere cœpit,
Scilicet hanc digito partem decerpſit ab alto,
Quæ de biſſenis pars unica partibus extat.
Tantundem dorſo conſcendere montis eodem
Pergit; & eſt digiti nondum pars altera viſa
Deſcenſu confecta novo, niſi donec & uno
Hos decies ſupra ſenos pede celſior eſſet;
Conſcenſiſque aliis decies ſex, jam duo deerant
Scandendi, digiti rurſum ut pars æqua vacaret.
Hoc igitur, quantum valuit tentare, probavit
Ordine depreſſas argenti mobilis undas
Uſque viæ magis alta petens; quin credidit iſtis
Sublimes ſe poſſe etiam deprendere tractus,
Evecti queis conſiſtant ſupra mare montes,
Queis aliuſque alio vincatur vertice vertex.
At variantia dicendum hæc diſcrimina poſſe
Fonderis aurarum producier a calefactis
Hic prope nos auris varia ratione. Calores
Scilicet & Terra clauſi (mons plurimus unde
Sæpe ignem eructat), locaque aeris ima vapores
Replentes tepidi, & radiorum multiplicatæ

1 Hanc progreſſionem ipſam, quam requireret gravitas decreſcens in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, prope Terram, affirmat, non deprehendi per obſervationes: exhibet autem progreſſionem elegantem ſane, quam Caſſinus invenit obſervando, cum nimirum per 60 pedes Pariſienſes in altitudinem evectus a ſuperficie maris, invenerit mercurium in barometro deprimi per 1 lineam, ſive duodecimam partem

Terræ a reflexu vires, & denſior aura
Suſcipere apta magis, captumque fovere calorem
Efficiunt, magis hæc loca celſis ima caleſcant,
Illic ut nivium ſit, duræ & grandinis ortus
Tunc etiam, cum nos ſervente exurimur æſtu.
Propterea eſſe aer prope nos pro pondere denſus
Non queat aggeſto, conſtante nec ordine tractûs
Sublimis minui, nec, quæ ſervata, manere
Quoque loco poſſint, & tempore; tempore quovis
Nam regione calor varie mutatur in omni.
Aſt aliquo a Terra tractu procul, æqua per auras
Temperies eſt, quo nequeant hæ ſcandere cauſæ;
Ordo propterea, & progreſſus certus ibidem
Rareſcentibus eſt mutato a pondere in auris.
Multi hunc diſtenſo diſtendunt aere multa
Progreſſum longe per millia, currere tantis
Quippe volunt ſpatiis fuſum mare mobilis auræ
In Cælum, Terræ prope ſint ut tractibus altis
Dimidiæ paria; at nobis propiore videtur
Eſſe opus aerios conſtringi limite campos;
Auris quandoquidem Soli circumſitus aer

His

tem Pariſienſis pollicis, poſt alios 61 per aliam, atque ita porro poſt 62, 63, 64 &c. per tertiam, quartam, quintam &c. lineam mercurium deſcendiſſe; unde factum ſit, ut cenſeretur, per ipſas mercurii altitudines in barometro poſſe inquiri in altitudines montium, qua de re, ut & de aliis huc pertinentibus, agemus in ſupplementis.

Verum nec eam progreſſionem ubique accurate ſervari ait, & impedimenta congerit orta a calore in primis inæquali prope ſuperficiem Terræ, quæ inconſtantem etiam reddat in eadem altitudine denſitatem, uti conſtat ex ipſis barometri variationibus: eſt autem & alia irregularitatis cauſa prope ſuperficiem, nimirum perturbatio rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum in gravitate, ob Terræ figuram non ſphæricam, ac montes.

Addit, in majoribus a Terra diſtantiis attenuationem atmoſphæræ longe magis debere accedere ad illam progreſſionem expoſitam: eam vero a nonnullis longiſſimè protendi ita, ut pertineat etiam ad diſtantiam ſemidiametri Terræ, at longe humiliorem eſſe atmoſphæram terreſtrem, & illam progreſſionem terminari, ubi terreſtris atmoſphæra comprimitur ab atmoſphæra ſolari, quæ ad ipſam Tellurem pertingit; ubi occaſione arrepta Noſter ad atmoſphæram ſolarem gradum facit, & pleraque ex iis, quæ de ea, & de Aurora Boreali commemorat, continentur in meis diſſertationibus de Aurora Boreali, & de Atmoſphæra lunari, ac in adnotationibus ad poema de Aurora Boreali P. Caroli Noceti, & dialogis de ipſa Boreali Aurora italico ſermone conſcriptis, & editis.

His levibus levis occurrit, ſurſumque volentes
Ire æqua retinet vi, nitenteſque refrænat,
Inque vicem ſimul his ipſe interrumpitur auris.
Namque [1] quis eſſe ſuum magnum neget aera Soli
Præterea, immenſis & fundier ætheris oris?
Indicio primùm maculæ ſunt lucida Phœbi
Turpantes ora, & quædam velut aere in illo
Nubila ſuſpenſa, & faciem radentia diam;
Indicio candens porro eſt lux illa, tenebris
Quæ Solem offuſum, & ſubjecto corpore Lunæ
Obſtructum penitus nobis, complexa coronat.
Eſſe ſed hunc nobis magis indicat aera vaſtum
Lumen id, in Cælo quod dudum aſpeximus alto,
Caſſino monſtrante, via quod ſpargitur orbis
Signiferi, eque loco grajum ſibi nomen adeptum eſt.
Hoc ſub ſignifero longum diſtenditur orbe
Lumen & occidua de parte, & Solis eoa.
In ſpeciem rhombi, peluſiacæque per alta
Procurrit lentis, quam ſpectes e latere ipſo
Tranſverſam; ſupremus apex nunc profugit ejus
Centum a Sole procul gradibus, nunc pervenit idem

1 Solem habere ſuam atmoſphæram probat primo quidem maculis ſolaribus, quas affirmat eſſe quaſdam ejus veluti nubes, quæ ſententia de ſolaribus maculis eſt cæteris omnibus longe probabilior; tum illa luce, quæ, ubi Sol in totalibus ſuis ecclipſibus a luna tegitur, circa Solem ipſum cernitur, quam nonnulli Atmoſphæræ lunari tribuunt, ſed Atmoſphæræ Solis eandem Noſter tribuit, ut & ego ipſi tribuendam omnino cenſeo minus vividam illam, quæ tum ad majorem inde diſtantiam circumquaque protenditur.

Verum multo adhuc evidentius evinci affirmat ſolarem atmoſphæram per illud, quod olim a Joanne Dominico Caſſino derectum appellant lumen Zodiacale idcirco, quia ſub Zodiaco cernitur. Id protenditur ſub Zodiaco ad magnam a Sole diſtantiam verſus Orientem, & verſus Occidentem ſub forma rhombi cujuſdam, vel lentis tranſverſim conſpectæ. Jam ejus vertex diſtat a Sole gradibus etiam 100, jam vix ad 70 pertingit: eſt tenue id lumen inſtar luminis viæ lacteæ, nec ſemper videri poteſt, ſed tantummodo, ubi ſatis magno temporis intervallo poſt Solis occaſum, vel ante ejus ortum, ſatis longe protenſum ſatis alte emergit e craſſioribus nebulis, atque vaporibns horizonti proximis.

Quod ſatis longe protendatur a Sole, id pendet ab ipſa extenſione atmoſphæræ ſolaris, quam quibuſdam ſæculis, & annis mulro majorem, aliis multo minorem extitiſſe per vices quaſdam probat Mairanius in celeberrimo ejus opere, quo de Aurora Boreali egit inde deducta. Quod alte adhuc emergat ab hori-

Vix decies ad quinque; & longa, brevisque vicissim
Bellantis veluti comparet lancea Phœbi.
Debile lumen id est, via qualis candida lactis,
Conspicuum nec idem patet omni tempore nobis.
Non igitur lucem hanc cernes, si vespere summo,
Vel nondum rosea Tithoni conjuge cani
Exoriente, eadem non Cælo ita perstet in alto,
Ut superet nebulas, fuscantesque ima vapores;
At perstat, superatque umbrantes ima vapores,
Si procul altus apex a Sole excurrat utrinque
(Ævo quod certo, quod certis accidit annis),
Et plaga, quam Phœbi currus perlabitur, orbis
Si tum signiferi nostrum minus extet ad æquor
Obliqua, ante suos quam jungere quadrijugos Sol
Incipiat, vel post quam solverit imus anhelos.
Signifer orbis enim diversos efficit ipsam
Terræ ad planitiem flexus, nobisque, borea
Qui regione sumus Mundi, æquantemque videmus
Tempora non paucis distantem tractibus orbem,
Signa quidem, vernum quæ circa Vellus utraque
Parte micant, obliqua nimis nascuntur eoo
Littore; non ideo propera eluctantur ab imis
Telluris nebulis, clarumque educere possunt
Non subito jubar in fusca caligine mersum;
Ast eadem occiduis occumbunt recta prope oris.
Contra quæ oppositam circumdant lucida Libram,
Obliquant se signa cadentia, at alta oriuntur.
Idcirco e nostris regionibus aeris illa
Non bene conspicimus Phœbei lumina Cælo
Edita, ni vernæ per suda crepuscula noctis,

Et

horizonte, id pendet ab inclinatione ad horizontem ipsum arcus Zodiaci occidentis post Solem, vel orientis ante ipsum. Signa circa Arietem, quod facile est videre in armilliari sphæra, nobis quidem sitis in boreali hemisphærio ad satis magnam distantiam ab Æquatore, nascuntur nimis obliqua, & occidunt satis erecta, contra vero signa circa Libram nascuntur erecta, & occidunt obliqua; & idcirco Lumen Zodiacale nobis quidem supra nebulas non satis eminet, nisi vere post crepusculum vespertinum, & autumnali tempore ante matutinum: oppositum autem accidit in australi hemisphærio sitis, dum zonæ torridæ incolis per totum annum Zodiacus satis elevatus & oritur, & occidit; unde fit, ut si satis longe protendatur a Sole Lumen Zodiacale, ipsum toto anno videre possint & mane, & vespere.

Et matutinis Autumni divitis horis.
Omnia in adversi contraria partibus Austri
His, opus est, fiant. Quæ vero Æquante sub orbe,
Vel prope sunt gentes, rectus queis signifer orbis
Occumbitque, oriturque, vident hanc tempore lucem
In quovis, dum se distendat cuspide longa.
Hanc [1] vero lucem exortam de parte quis illa
Ambigat aurarum, quæ sit mage crassa, potensque
Deorsum occursantes radios convertere pulsos,
Augmine vel proprium majori effundere lumen?
Ipse suum jam Sol quia circa vertitur axem
(Ejus ut a maculis patefit, quas cernimus omnes
Tempore circuitus facere æquo, & volvier uno
Axe super, varias quanquam, & sine lege coortas
Ex improviso, certa nec lege obeuntes),
Atque suum secum quia pertrahit aera raptans,
Ipsum hunc compressam sese conflare necesse est
In lentem, propter majorem particularum
Nisum de medio fugiendi limite gyri,
Propterea nobis oblique ut visa sub illa
Debeat, ut docui, rhombi apparere figura.
Corporis utque sui partem, quæ rapta per orbem
Est latum, ad nos Sol convertit, ita aera quanto
Plus a se projectat agens, accedere nobis
Plus facit, interdum transmittat ut oscula Terræ
Contactu ætherio; quod fit, cum cernimus auras
Eductas gradibus novies ab origine denis.
Si vel adhuc magis excurret, convestiet omnem
Lux ea Tellurem circum, quo tempore quidam
Undique diffusus tota de nocte videri

Debe-

1 Jam ostendit, quo pacto id lumen ortum ducat ab Atmosphæra Solis vel reflectente radios ipsius Solis, ubi ea est densior, vel suum etiam lumen emittente. Solem circa proprium axem converti, probant maculæ, quæ licet tam variæ sint, & sine ulla certa lege exsurgant, & evanescant, semper circa eundem Solis axem convertuntur iisdem conversionum integrarum temporibus. Eo motu Sol secum abripit in gyrum atmosphæram suam, quæ ob vim centrifugam majorem in æquatore motus, quam ad polos, debet inducere figuram sphæroidis compressæ accedentem ad formam lentis, atque ea ipsa lens a nobis obliquè videri debet; cum Sol ipsum æquatorem suum aliquando accurate, semper vero satis proximè Telluri obvertat.

Quan-

Debebit splendor tenuis: mirantur agentes
Excubias proin interdum, vel longa viarum
Carpentes noctu, cur nox hac fuscior illa,
Scilicet hæc formas varias distinguere rerum
Cur sinat, illa nigris æque omnia contegat alis:
Ignorant, id qua possit contingere causa.
Aeris [1] hujus at hìc num meta, & terminus hærens,
Ipsum quo monstrant oculi finire? profecto
Idem & adhuc, nequeant oculi ut pertingere, pergit
Rarior, atque ideo subtili corpore cæcus
Ætheris intervalla per ardua continuatur
Edita fors ultra longe Saturnia regna.
Hoc caudata probent ingentibus intervallis
Astra evecta procul, quorum præbentia caudæ
Nubila fumantis speciem, sursum aere eodem
Tolli credibile est (ratio tibi vera probari
Quæ post efficiet), quo pacto noster & aer
Nostros scilicet hinc sustollit ad alta vapores.
Sic [2] itidem noster, qui circumfunditur, aer

Altior

Quando satis a Sole protenditur illa pars ejus atmosphæræ, quæ lumini vel emittendo, vel reflectendo par Lumen Zodiacale efformat; tum vero ad Terram etiam pertingit aliquando, & aliquando ultra eandem quoque transcurrit. Primum illud accidit, ubi vertex ipsius Luminis Zodiacalis ad 90 gradus pertingit; hoc secundum, ubi ultra eum terminum procurrit, quod facile admodum demonstratur, & videbimus in supplementis.

Hinc etiam censet fieri posse, ut quædam noctes æquè serenæ sint multo lucidiores aliis; ubi nimirum Lumen Zodiacale Terram ambiens multo plus vividum sit, & altius ultra ipsam excurrat illustrans umbrosum conum.

1 Docet jam Atmosphæram Solis multo longius a Sole protendi, quam Luminis Zodiacalis materiam, quod argumentum in Dissertatione de Cometis pertractavi fusius, ut & cætera, quæ ad Cometarum in primis pertinent atmosphæras, & caudas, atque id ipsum ostendere Cometarum caudas ortas, uti infra exponetur, ex eo, quod vapores Cometici in atmosphæra solari ascendant ad partes Soli oppositas, quemadmodum hìc apud nos nostri fumi ascendunt in Atmosphæra terrestri. Caudas autem habent Cometæ etiam ibi, ubi multo longius a Sole distant, quam quo summis Zodiacalis materia protenditur.

2 Eodem pacto affirmat etiam in nostra atmosphæra se rem habere: ea pars, quæ radiis Solis reflectendis est par, & crepusculum gignit, ultra quadraginta passuum millia non extenditur, si crepusculum oritur per unicam reflexionem radiorum Solis in aere factam; si per duplicem, non ultra decem; cum ejus pars magis tenuis, & incapax reflectendæ lucis multo altius elevetur, ea nimirum, quæ sustineat materiam

Altior est multo, quam queis reflectere lucem
Quit spatiis: statuunt hos ipsa crepuscula fines,
Quæ Solis lux sunt ad lumina nostra repulsa
Corpore ab aerio: brevia, atque fugacia cum sint
Illa, quater denis non plus quam millibus alte
Posse repulsantes inventum attollier auras,
Quin denis tantum his spatiis, si forte repulsu
Bino ad nos dubiam credas descendere lucem.
Aura at quæ radios nequeat convertere deorsum,
Officione alio monstret se impervia visu?
Ejus an in vasto pelago non innatet illa
Lux insueta, novo Boreæ quam nomine dicunt
Auroram? re tam tenui se sustinet ardens.
Hìc [1] mihi par etiam peregrinam hanc dicere lucem,
Qualis, & unde suos descendens hauriat ortus,
Queisque magis, Terræ, an Phœbeis debeat auris.
Illa quidem rubeos Tithoni conjugis ortus
Visa polo plerumque refert: solet altivolantis
Principio ad Cauri regionem fumidus ingens
Spectari globus; ejus humo pars conditur ima,

Edita

teriam exhibentem Auroras Boreales juxta Mairanii sententiam, quam sententiam Noster amplectitur, & ad quam hìc gradum facit; eandem autem infra in fine hujus tractationis commendat plurimum, & tam ipsam, quam celeberrimum Auctorem meritis attollit laudibus, ingentem cum tot aliis suis scriptis, tum ex hoc ipso argumento nominis celebritatem & adepto jam, & ad posteros trasmissuro.

1 Acturus de Boreali Aurora primo quidem ipsius præcipua phœnomena exponit, quæ nimirum plerumque solent occurrere, ubi Auroræ Boreales insigniores effulgeant: vocat autem Noster eam lucem peregrinam, quod identidem tantummodo, & quidem rarius, apparere soleat. De hoc itidem argumento agemus pluribus in supplementis.

Solet initio sub finem crepusculi vespertini apparere caliginosi, & obscuri cujusdam amplioris globi segmentum supra horizontem extans inter Boream, & Occidentem: ejus limbus evadit lucidus, & aliquando plures habentur arcus ad sensum concentrici alternatim dispositi alii circa alios lucidi, & obscuri. Inde erumpunt, ac longè protenduntur plures radii, & velut igneæ columnæ, quæ formam perpetuo mutant, & sæpe obscurus ille globus disrumpitur, & radios vibrat tanquam ex ulteriore quodam incendio. Nonnunquam & corona quædam a radiis, vel columnis quibusdam lucidis efformatur coeuntibus in ipso Zenith, vel prope ipsum. Quando autem ingens est phœnomeni lux, vapores, & nubes ingentem sæpe ruborem concipiunt, quo & objecta omnia terrestria inficiuntur circumquaque. Desinit demum illud ferale spectaculum ad Boream in lucem placidam quandam, & quietam matutinæ Auroræ similem.

Edita pars ſeſe poſt paulo lumine tingit,
Et nitet, interdum fuſcas, claraſque viciſſim
Diſtincta in zonas; multiplex proditur inde
Formarum ratio, ſcenæ variantis ad uſum,
Ludicra gaudentis velut in ſpectacula Cæli.
Funditur in ſpatium globus ille, locisque recurvus
Rumpitur in variis limbus, lucemque profundit
Eructans, acſi ſe retro incendia volvant
Flammarum; ſurgunt alternis, intereuntque
Ex improviſo radii, rectoque columnas
Stare ſitu videas, ſeu paulum forte reclini
Lucentes alte ſuper atro fornice nixas.
Sæpe illæ educto protenſæ culmine longe
Contingunt noſtri ſupremas verticis oras,
Et, coeunt illic multæ, & tentoria caſtris
Formant in ſpeciem, fulgentemve igne coronam.
Et ſi tum radiis vis inſit magna, videbis
Sanguineo aerios tingi fulgore vapores,
Nubilaque, & montes, & ſilvas, conſitaque arva,
Et pavidas urbes populi inter denſa rubere
Murmura, diſtinguique vias, & mœnia lævas
Umbras projicere, & tenebras diſcedere noctis.
Iſta minax ſpecies finitur denique luce
Innocua, placidaque poli ſublimis ad axem;
Acſi illinc verſa vice rerum nuncia Solis
Prodire, & mundo roſeos oſtendere vultus
Diva velit, thalamiſque ſenis frigentibus illas
Præferat iracunda nives, brumalia regna.
Hæc [1] multi radiis Solis tribuere, putantes
Eſſe

1 Ad cauſas gradum faciens duas hic tantummodo recenſet, & confutat. Sunt, qui cenſeant oriri phœnomenum a reflexione radiorum Solis infra horizontem deliteſcentis, & quidem ſunt etiam, qui cenſeant reflecti lumen a nubibus ad nives, & inde ad nubes pluribus vicibus. Hanc ſententiam omnino evertit illa humilitas tanta atmoſphæræ terreſtris, ad cujus partem nobis conſpicuam non poſſunt pertinge retadii Solis uſque adeo infra horizontem depreſſi per hyemem, quo tamen tempore Auroræ Boreales itidem occurrunt, & ſanè multæ.

Alii hoc phœnomenum tribuunt exhalationibus ſulphureis, quæ accendantur; ſed nec tanta haberi poteſt exhalationum ſimul inflammandatum copia, ut tantum univerſæ ſimul Europæ præbeat ſpectaculum, nec exhalationes terreſtres aſcendunt ultra illam adeo humilem atmo-

Esse vel a nivium cumulatis montibus, illis
Sive repercussos a densis aeris auris,
Nequidquam, quoniam nimis alta conditur ardens
Terra Sol mediæ brumali tempore noctis,
Tempore quo septem quoque sæpe arsere Triones,
Ut nequeant illuc radii pertingere missi.
Frustra alii accensos evulgavere vapores
Ursas sub gelidas simul undique convenientes;
Nam neque vim tantam cogi illuc posse vaporum
Credendum est, uno ignescant qui tempore in ingens
Distensi Cæli spatium, ut de parte videri
Terrai magna possint, nimiumque remota,
Nec tantum educi posse in sublime volantes,
Longe ut prætereant fines, qui sustinet illos,
Aeris; hos fines distendi posse probatum est
Vix ad dena quater nimirum millia, nuper
Ut docui; ast ardens Auroræ tollitur illa
Flammantis species (præsertim totius ingens
Europæ populis conversis lumina ad Ursas
Cum micat, & Boreæ haud soli videre coruscam
Indigenæ) plus quam sexcenta ad millia sursum,
Alteraque interdum his cumulata, atque altera centum
Præterit; invia sunt quæ regna vaporibus imis.
  Ergo [1] cum possit tanta ad spectacula Cæli
Terra nec ima ullos, neque suppeditare paratus
Imus & ipse aer; quid summus possit inani
Assimilis, subtili imbellis corpore, inersque?
At fors possit, ubi introrsum quid desuper haurit,
Fœcundoque sinu cælestem percipit auram,

Scili-

atmosphæræ nostræ nobis conspicuæ partem; dum e contrario Auroræ Borealis materia, quæ per universam Europam sæpe ubique apparet ad eandem Cæli plagam, nimirum ad Boream, ex tam disjunctis regionibus parallaxi tam exigua existente, debet esse editissima.

1 Veram hic originem a Mairanio inventam prodit. Massa ingens atmosphæræ solaris, de qua paullo ante egimus, quando ipsa ita accedit ad Terram, ut gravitas in eam sit major gravitate in Solem, decidit versus ipsam Terram, & rarior illa etiam terrestris atmosphæræ parte, quam radiis reflectendis imparem diximus altissimè elevari, illi innatat, ac congesta, & concussa, dum effunditur, quandoque ignescit etiam, & lumen emittit suum. Sæpe tamen, immo plerumque fit, ut ante, quam ignescat, decidat; tum vero versus polum propiorem fluit,

Scilicet illam ipſam, phœbeo funditur aſtro
Quæ circum, ut docui, atque apparet ſæpe ſub orbe
Signifero, cujus formam, loca, tempora dixi.
Illius ut pars denſa ſolet protendier ipſam
Ad Terram interdum, procurrere forte vel ultra,
Fiet, uti fines ea tranſmeet ætheris illos,
Terram in vicinam gravitas quibus incipit eſſe
Major paulatim in Solem gravitate remotum.
Tum ſubito, ſi præſertim cumulatior illic
Forte ſit, in Terram properat phœbeius aer
Avulſus parte haud modica de corpore magno,
Ut rupes de monte, novique fit incola regni.
Noſtra dat aura locum celeri; tum denſior obſtat,
Innectitque moras ſenſim, curſumque refrænat:
Aura retenta fremens ferviſcit, læſaque triſtes
It velut in flammas irarum; ſæpe ſed, ante
Quam cœptet motu interius flammeſcere diro,
Alterutrum projecta polum petit, ob fugiendi
Vim medio a motûs, peragit quem Terra, diurni,
Quæ motu hoc languente polum langueſcit ad ipſum,
Ob calidas itidem, magis & ſub Sole tumentes
Auras, inque polum proin ob declivia utrumque.
Dum petit ille polos, interdum concipit aer
Ardorem, interdumque polis procul editus ipſis,
Aut quoque poſt multo depreſſior, inſinuatus
Auris interius terreſtribus, atque deorſum
Deſcendentibus hoc citius, quia pondus ob auras
Has alienigenas increſcit convenientes.
Hæc [1] ſi percipias bene cuncta, reſolvere poſſis

Quæ-

fluit, tam ob vim centrifugam motus diurni, quæ, quo ad æquatorem magis acceditur, eo eſt vividior, & ipſam auram affluentem magis repellit; tum quia calore Solis exuſtus aer terreſtris æquatorem verſus, & rarefactus attollitur, ac inde ad polos defluit, & ſecum atmoſphæræ ſolaris maſſam rapit, quæ ibi congeſta facilius efferveſcit, vel dum adhuc eſt elevatiſſima, vel etiam poſteaquam addenſata ibi, & aeri refrigerato commixta deſcendit inferius,

1 Ope hujus theoriæ, affirmat, explicari optimè præcipua quæque phœnomena ad Auroram Borealem pertinentia. Pletumque videri incipit veſpere ad occidentem, quæ plaga eſt poſtrema obverſa Soli per diem, & proinde parti ejus atmoſphæræ propiori ipſi Soli, & craſſiori. Apparet inſtar globi, vel cireuli, in quem nimirum diffunditur ingens maſſa delapſa, ut gutta olei aquæ affuſa

Quæcumque aſpicias, cum ſeptem arſere Triones.
Inter hyperboreas primò, occiduaſque videri
Incipit illa plagas ad Caurum fumida nubes,
Nam Mundi pars illa die converſa cadente eſt
Phœbo, & phœbigenis mage denſis aeris auris;
Et globus eſt, nondum concepto expanditur igne
Quandoquidem, Terræ ſuper auras fuſa per orbem,
Haud ſecus ac olei ſuper undas gutta tenacis:
Poſt hæc aſpicimus lucentes marginis oras
Nigrantis guttæ; quia pars magis apta cremari,
Imbuiturque prius quæ flammis, altior extat
Ad Cælum converſa, aliiſque obſtructa lateſcit
Inferioribus, & ſiſtentibus undique viſum;
Tantùm igitur fili apparet lucentis imago
Circum oras, ubi præter ea impedientia nigra
Corpora ſubtiles expanſæ nant quoque partes.
Tum varios illic fuſcos, claroſque videbis
Alternatim orbes, cum decidet altera major
Maſſam maſſa ſuper, guttam ut ſuper altera gutta.
Tum limbum illius brevioris fumida oportet
Hujus pars tranſcurrat, & illud corpore nigro
Excipiat lucens filum, poſt proferat igneum
Ipſa ſuum pariter, qua circum deſinit, orbem.
Sed rarò fit, uti plures ſic accumulatæ
Uſque magis lato diſtenſæ corpore guttæ
Deſuper adveniant; idcirco non erit unquam,
Ni raros, paucoſque, queas ut cernere claris

Hos

affuſa in circulum conformatur; ac obſcurus eſt circulus ante inflammationem: quoniam autem pars ſuperior, ut tenuior, inflammatur prius, ea a craſſiore obtecta latet, ſed ipſam tranſgreſſa zonam exhibet lucidam circa eandem; ac ſi plures maſſæ cadant aliæ poſt alias ita, ut ſequentes præcedentibus majores ſint, dum hæ ſupra illas expanduntur, exhibent circularem zonam nigram circa inferiorem lucidam, tum ſuam lucidam ſuperiorem circa eam nigram ſe inferiorem, & ita porro; quod quidem cum raro evenire debeat, raro itidem plures ſpectantur zonæ.

Poſteaquam vel ardore ſuperioris incendii conſumi cœpit inferior obſcura pars, vel etiam agitatione diſrumpi; erumpunt radii, qui etiam ultra globum, & anulos protenduntur, ut interdiu trans nubes diſruptas erumpunt radii, quaquaverſum a nubibus profecti ſuperioribus a Sole illuſtratis; ſed vibrantur, & tremunt, ac mutantur ſitu, ob agitationem ingentem ſuperioris illius incendii.

Hos intermixtos nigrantes orbibus orbes.
Præterea Cæli non longo tempore prima
Permanet hæc ſpecies, nam ſive abſumitur illa
Fumida materies, ſeu ſeſe diſtrahit a ſe
Mutuà, divellitque, incendj protinus ardor
Comparet, radiique erumpunt; haud ſecus, alte
Ac per conſtratas nubes cum funditur alma
Solis lux imo nigrantum nubium hiatu
Eluctata; vias loca per caligine denſa
Diſtendit longas, & claro tramite ſignat.
At [1] quæ non vaſto nimium ſe corpore deorſum
Præcipitant guttæ, varias formare columnas
Dicendum eſt; ſiquidem caſu producier illo
Debent, nam craſſæ quæ ſunt mage, ad ima revolvunt
Se partes loca, ſubtiles retinentur in altis
Ordine quæque ſuo, tenui pro mole, locatæ.
Deorſum ipſas noſtri ſi circum verticis oras
Labuntur; graciles magis, apparere neceſſe eſt
Altius, & ſumma inclinare cacumina ſeſe
Inter, ut in medio coeant, formamque coronæ
Prætendant, aut fixa altis tentoria ſtellis.
Sic etiam longo ſi conſita robora cernas
Ordine, vel triſtes præcelſa fronte cupreſſos
Hinc illinc tractu campis protendier æquo,
Extremæ longe quæ ſunt, conjungere ramos
Inter ſe apparent nexos, truncisque coire.
Poſtremo [2] rubeus color ille, & ſanguine ſplendens,
Qui ſilvas monteſque, paventeſque imbuit urbes,

Illa

1 Omnium in hac theoria ingenioſiſſima eſt Mairanii explicatio coronæ, quæ cernitur prope zenith, quam hic Noſter exponit. Dum guttæ plures minores decidunt, ſingularum pars denſior deſcendit in craſſiorem atmoſphæræ noſtræ partem, tenuior remanet altior; adeoque fiunt quædam veluti columnæ verticales, quas qui cernit e ſuperficie Terræ, debet videre inclinatas verſus ſuum zenith; cum remotiora appareant ex Opticæ legibus propiora inter ſe; ut ſi plures habentur ordines arborum paralleli, apparent ſtanti in prima eatum origine, tanquam coeuntes in majore diſtantia. Nonnunquam motu atmoſphæræ noſtræ fieri poteſt, ut ejuſmodi columnæ nonnihil inclinentur, quo caſu non in ipſo zenith, ſed prope ipſum apparet coronæ illius vertex, quod ipſum aliquando accidit.

2 Coloris rubei eadem eſt origo inter nocturnos vapores, quæ generaliter, ubi mane, vel veſpere, Cælo admodum caliginoſo rubent omnia, cujus phænomeni optica ratio

Illa continctis a luce vaporibus ortum
Non referat, Cælo obscuro, noctisque per umbras?
Sic etiam Cælum, multo si fœta vapore est
Aeris aura, rubere videmus, purpureoque
Lumine contingi nubes, jam Sole sub undas
Æquoreas lapso, & fessos solvente jugales.
Nunc [1], quibus aspicere est ea rubro incendia Cælo,
Tempora temporibus conspectas Solis ob auras
Vulgatis quam conveniant, pariterque revertant
Utraque, ne certæ possis te opponere causæ,
Percipe. Si fastos, rerumque antiqua revolvas,
Auroræ persæpe leges conspecta Boreæ
Lumina, quæque metus pavidis expresserat olim,
Nomina non eadem luci sunt indita, Cælum
Scilicet aut ardens, pollutum aut sanguine diro,
Forte vel armatas contis, pilisque cohortes
Prælia miscentes dicebant, tristia proinde
Vulgus in attonitum fundebant omina vates;
Mactabant populi pecudes, stratique per aras
Numina placabant votis; donisque Sacerdos
Lenitus meliora Deum spondebat ab ære;
Hæc, inquam, priscis quanquam olim lumina sæclis
Prodita, visaque sunt, non omnibus emicuere;
Nimirum sæclis lucis vestigia nulla
Comparent aliis, ut tum neque visa, neque illa
Nota fuisse putes: Quibus at conspecta fuere
Temporibus, jam non una ratione quotannis
Lumina fulserunt, modo rarave, nullave prorsus

tio exhibebitur tomo tertio; hic satis est exemplum a re simili, & frequentissima desumptum.

1 Nihil, magis confirmat hanc Mairanii sententiam, quam mirus quidam consensus frequentiæ, vel raritatis hujusce phœnomeni cum iis temporibus, quæ juxta ejus theoriam maxime favent, vel obsunt eidem phœnomeno. Rem accuratius exhibebimus in supplementis excerptam ex egregio ipsius volumine.

Primo quidem ostendit ipse Mairanius Auroram Borealem quibusdam sæculis fuisse admodum frequentem, nam omnia illa Veterum spectra, cum Cælum ardere crederent, & præliorum simulacra videre sibi viderentur exterriti, censendum est, Auroras Boreales extitisse; at iisdem temporibus invenit frequentia etiam vestigia luminis zodiacalis visi, & nobis proditi sub specie ingentis rhombi, vel immanis lanceæ, & enumerat plures vices regressuum utriusque phœnomeni, quæ conjunctio illud suadet, ab eadem pendere causa communi, majore nimirum solaris atmosphæræ extensione, ac densitate.

Prodibant, modo crebra., suique feracia longe.
Ergo si repetas ea prodigialia volvens
Tempora, quam docui, lucis quoque signa notabis
Tunc quædam per Solis iter conspecta, suasque
Effudisse comas Phœbum magis orbe sub illo.
Præterea [1] tria sunt, quæ propter quolibet anno
Res redeunt faciles luci, adversæve Boreæ:
Nimirum Soli accedens, seu Terra recedens,
Ipsaque hyperboreæ regio telluris ad auras
Conversa has Solis densas mage, vel mage raras,
Postremo Terræ polus idem, aut obvius auris
Incurrens, sulcansque mare illud, ut ærea prora,
Aut retro incursu absistens, velut ultima puppis.
Quod primum est, Terræ non æquo pendet ab orbe,
Annua quo Solem cingit; quod deinde secundum,
Obliquo a positu deprendes Solis ad orbem
Terrai magnum; nec enim protenditur aer
Ex omni circum phœbeus parte, sed ipsum
Trajicit obliqua Tellus regione meando,
Bis ternis conversa polum nunc mensibus istum
Ipsius in faciem, totidem nunc mensibus illum.
Demum, quod superest discriminis, axis ab ipso
Exoritur flexu terrestris, quo secat orbem
Annua Terra terens magnum; nempe annuus iste
Si gemina Terræ cursus sit parte retextus,
Una per æquantem pars orbem recta feretur,
Quæ celerare facit motum, aut tardare diurnum,
Vimque auget, minuitve illam, quæ projicit hinc, atque
Illinc in geminam regionem utrinque polorum

Hanc

1 Deinde considerat tria anni tempora, quæ maximè favent Auroræ Boreali, dum iis opposita eidem contraria sunt. Sunt autem cum Terra ob orbis annui ellipticitatem est Soli propior in Perihelio, vel contra ab eo remotior in Aphelio: cum noster Borealis polus obvertitur versus æquatorem atmosphæræ solaris, sive versus mediam lentis crassitudinem, quæ, uti diximus, obliquo positu Terram excipit, fere nunquam accuratè ipsi Telluri obversa, vel cum e contrario Borealis polus spectat partes ipsius lentis extimas: cum in motu annuo, quo Terra partim movetur secundum directionem æquatoris terrestris, accelerato tantummodo per hunc motum, vel retardato diurno motu, partim secundum directionem axis ejusdem æquatoris, ob obliquitatem nimirum Eccliptícæ, noster polus in hoc secundo

motu

Hanc alienigenam phœbeæ lampadis auram:
Altera pars cursùs Terram protrudit in illo
Ætherio pelago, per ut undas truditur alnus.
Ergo tempora, queis aptæ, facilesque per annum
Res, genus hoc, unà coeunt, & mutua jungunt
Auxilia, invenies magis illa splendida luce
Sithonia, tantoque magis, quo fortior inde
Adveniet causæ vis, & numerosior unà.
Quæ cum conveniant, quantumlibet aucta, minuta,
Et variata modis multis, mutataque rebus,
Vero quis dubitet conjungi ea denique nexu?
Nobis Sequanicis quæ prodidit omnia ab oris
Mæranus Sophiæ cultor, verique minister,
Ingeniique sui fulgenti lumine claram
Extulit, ut cunctas per gentes nota clueret,
Auroram: cui vix olim nomenque, locusque
Constiterat, nunc est ortus, patefactaque causa,
Nunc nihil ambiguum in rara, aut mirabile luce est;
Ille ut proinde queat (sileat licet invida Fama
Cætera, quæ sæclis longe noscenda futuris
Transmisit) censeri inter memoranda Virorum
Nomina, Naturæ qui fuerunt pandere claustra
Ærea, nec victi rerum atra nocte recedunt.
Hac [1] tibi subjuncta Borealis origine lucis,
Et spatio, quo se tollit celsissima, quo tu
Milia pertingas post septingenta superne
Accumulata; nimis non hos excedere fines
Aera cognosces nostrum, at solaribus auris
Finiri circum, atque inducto ut parjete claudi.

 Pro-

motu præcedit, ut prora quædam, & veluti spumam agit in ipsa solari atmosphæra, vel e contrario consequitur polum oppositum, ut puppis.

Consulendo autem historiam Auroræ Borealis, & catalogos plurimarum observationum inter se conferendo, in quibus nimirum fortuitæ conbinationes ob ingentem numerum se mutuo elidunt; semper inveniuntur plures Auroræ Boreales mensibus faventibus, quam oppositis, atque id in constanti quadam ratione, & quidem eo majore, quo tempora assumuntur propiora momento maxime faventi; qui admirabilis sanè consensus sententiam mirum in modum confirmat.

1 Cum Auroræ Boreales ad 600, vel 700, & ad summum 800 milliaria assurgant, inde Noster deducit, atmosphæram terrestrem non

Progressus pariter, quo tenuior usque fit aer
Surgendo, sisti sub eodem limite debet.
Quantum & compressus foret aer hic prope, si nil
Officeret semper sursum ulteriora petenti;
Tantum comprimitur revera, ponderis ejus
Phœbeo supplente vices super adveniente
Aere, & usque magis dilatari impediente.
Sic intra clausum thalami penetrale videmus
Aera compressum nihilo minus esse, superno
Non interrupto quam si aere continuetur;
Nam retinet fornix, quantum retineret id ipsum
Aeris aggesti pondus super accumulatum.
Non nostri perstant fines tamen aeris idem
Ad Solem mutante situs Tellure, modo ipsa
Nam Soli propior, modo contra abductior extat,
Et nunc densatis magis illius innatat auris,
Nunc mage laxatis; proin & sua densior illic,
Et compressior est, hic contra rarior aura,
Et sublimior est eadem, mutataque semper.
Progressus [1] quin ille prius turbetur in auris
Nonne opus aeriis, quam summi limitis oras
Contigerit scandens? nonne impellantur utrinque
Mutua contiguæ, diversoque ordine motæ,
Semper & extremis pugnent in finibus auræ?
Nam qua non multo est solaris densior aer
Aere terrestri, tardari debet, & a se
Discerpi victus multis in partibus, atque
Commisceri alii, diversaque jura subire,
Tellurémque sequi, & leges turbare receptas.

Quod

non assurgere longe ultra eum terminum cum ea progressione densitatis, quam statuimus, respondente ponderi comprimenti, sed finiri conclusam ipsa solari atmosphæra, ut in cubiculo ea lex usque ad fornicem pertingit, nec intra ipsum continuatur, eo supplente vim, quæ a superiore pondere haberetur. Addit & illud, cum Terra jam Soli propior sit, jam ab eo remotior, ac ipsa solaris atmosphæra jam contrahatur, jam dilatetur; atmosphæra terrestris constantem mensuram non habet, sed mutatur, prout ab ejus densiore, vel tenuiore parte comprimitur, & terminatur.

1 Accedit & illud, progressionem propositam pro densitate atmosphæræ terrestris debere turbari plurimum etiam ante, quam deveniatur ad atmosphæram solarem, prope quam omnia perturbari debent, & ob utriusque motum ingens alterius pars cum altera commisceri.

Quod [1] supereſt, quoniam varie facit aera denſum,
Ut docui, gravitas, ab ea quoque manet, oportet,
Mobilitas, qua ſe reſonans fluida aura propagat.
Ergo auras facili ſe mobilitate cientes,
Seque propagantes fluctu non ſimplice circum,
Unde ſuus gemina ſenſus fit in aure, ſequamur
Mente agili, nam non oculis ea pervia vis eſt.
Aura ſonum circum fundit, cum nempe frementi
Concutitur motu, trepidatque reciprocus aer,
Cujus particulæ, quibus eſt vis indita ſeſe
Compreſſis dilatandi, in ſpatia arcta premuntur,
Inque vicem ſaliunt, expanduntur que repulſæ,
Et mediis velut unda frequens ſe ſuſcitat auris.
At ſolet unda fluens ſeſe ulteriora propagare
In loca, demittens partem, quæ ſe altius ante
Intulerat, tollenſque profundam, quæque quieta
Ante fuit; moti pulſus ſic aeris ultra
Extenduntur, ubi conſtrictæ diſſiluere
Particulæ, in ſpatiumque breve adduxere patentes,
Immotaſque alias prius, exteriuſque locatas.
His vicibus, veluti vibratur pendula virga,
Nexibus inter ſe vibratur particularum
Sic aer variis, & itus, redituſque repente
Multiplices peragit, fineſque extendit eundo.
At quæ mobilitas vibrantum particularum eſt?
Quove modo fluit ex ipſa gravitate? profecto
Pendet mobilitas aurai a corpore denſo
Scilicet, & ſeſe dilatandi, exque plicandi
Niſibus aſſiduis: hoc porro pendet utrumque

 Deſu-

1 Pauca hic de ſono attingit, qui oritur a vibratorio motu particularum aeris, & pendet ab ipſa ejus compreſſione, & expanſiva vi inducta a pondere ſuperincumbente, adeoque pertinet ad argumentum illud de aeris gravitate, & denſitate, ex qua ad atmoſphæram ſolarem, quæ terreſtrem terminat, & ad Auroras Boreales inde ortas diverteramus. Ut undæ naſcuntur in aqua dempto æquilibrio, deſcendentibus nimirum particulis, quæ aſcenderant, & cogentibus aſcendere tam eas, quæ deſcenderant, quam ſibi proximas, quæ quieſcebant, atque id per multas vices, propagatis eo pacto undis ipſis; ſic particulæ aeris, quæ percuſſæ ad ſe invicem acceſſerant, vel receſſerant a ſe invicem dimotæ ab ea poſitione, quam requirit æquilibrium virium elaſticarum ad earum ſingulas pertinentium, oſcillant per vices,

Desuper incumbente aurarum a pondere; quare
Mobilitas etiam; proinde a gravitate receptat
Vires ipsa suas. Numeris efferre retectam
Hinc liceat; siquidem postquam cognoveris, aer
Quantum densus is est, ejus si æquare frementis
Pondus comperias argenti pondera vivi,
Quod se ad bisdenos digitos, septemque per altum
Eduxit vitri tubulum; prope mille videbis
Ire pedes sonitus aurarum tempore perquam
Exiguo, quod nimirum pars una sit horæ
In decies senas partes divisæ, iterumque
In decies pariter senas pro qualibet illa.
Atque hoc a vario tentamine constabiliri
Percipies, si fors ire in tentamina rerum,
Vel, genus hoc, cognosse aliis tentata libebit.
His [1] a principiis sonitùs ad cætera defer
Munera te, cunctosque aurarum conjice motus
Vocales; rapiunt memet majora, viamque
Difficilem ostendunt; intenta percipe mente
Tu tamen, & durum tecum partire laborem
Me sine, verba cadant ne si irrita, protinus artem
Causeris nostram, nec idonea carmina damnes,
Cum tu non eadem, qua polles, mente sagaci
Excipias, subeasque animo vigilante, tuaque
Proin pereat culpa nostris vis indita dictis.
Sic pila non dextræ mittentis, at excipientis
Sæpe errore cadit, socio transmittere Lusor
Nimirum debet jactu longove, brevive,
Novit ut ille brevi spatio, aut colludere longo,
Excipere atque oculis illic, manibusque cadentem.
At licet audaci jam tum transmittere jactu,

Cum

vices, & oscillationem propagant. Celeritarem propagationis Newtonus, quem hic Noster sequitur, investigavit Principiorum lib. 2; & assumpto pondere aeris, quod barometrum indicat, ac ipsius aeris densitate, quam experimenta ostendunt plura, invenit per mille circiter pedes progredi sonum singulis minutis secundis temporis, qua de re dicemus aliquid in supplementis.

1 A sono pertinente ad gravitatem Terræ addensantem atmosphæram Terræ ipsius conscensurus ad nonnulla, quæ Planetas respiciunt a gravitate generali deducta, attentum lectorem jure exquirit, quem ad ardua magis præparat amœniore episodio.

Cum contra expectat facilis manus, exque pedita,
Quæque repercutiens, quacumque ea parte volarit,
Audaci pariter jactu, longeque remittat.
Expertum sic cum nostris rationibus esse
Te rear, atque agili posse undique mente subire,
Effice, ne prorsus temeraria nostra videri
Ars queat, & vano contendere ad ardua nisu;
Quas pote, majores proin exere pectore vires.
Ergo [1] etiam hìc Terris Cælum conscende relictis,
Et nunc hæc, desultor uti, nunc illa repente
Mecum sidera adi, præsertim errantia lustra;
Contemplator ibi in multis quid rebus agatur
A gravitate, per ætherias quæ funditur oras.
Primò materies fulgenti Solis in astro
Quam sit densa, Jovisque etiam, Terræque videndum in
Corpore, Saturnique, quibus parere videmus
Astra alia inflexis medios obeuntia gyris.
Proin [2] si diversis obeantur corpora circum
Corporibus diversa, opus est cognoscere quæque
Et spatia a medio, & volventum mobilitates,
Tempora nimirum, quibus unus clauditur orbis;
His etenim a rebus videas constare duabus
Vires; a medio nam debent tractibus istæ
Respondere suis, repetitis & semel in se
Temporibus, versa verùm ratione relatis.
At si æquare velis sese inter mutuà tractus,
Tum vires varias, quæ volvunt corpora in orbes,
Insuper ad tractus debes expendere, sed qui
Sint semel in sese repetiti. Proinde necesse est
Tum quoque corporum item circa se versa trahentum
Corpora materies, quæ viribus æquiparari

 Jam

1 Argumentum proponit eorum, ad quæ transitum facit, acturus de massis, & densitatibus Planetarum quorundam inter se comparandis, nimirum iis, quæ habentur in Sole, Terra, Jove, Saturno, quorum massæ per theoriam gravitatis admodum facile inter se comparantur, & ope massarum, ac apparentium magnitudinum etiam densitates. Id jam olim Newtonus præstitit Principiorum lib. 3.

2 Tradit ipsam investigationis methodum. Si circa quædam corpora gyrent alia, datis orbium radiis, & periodicis temporibus facile invenitur ratio inter vires, quibus ibi hæc trahuntur in illa; nam sunt directè, ut distantiæ, & reciprocè, ut quadrata illorum temporum

Jam queat æquales ad tractus nempe relatis,
Materies, inquam, duplici hac ratione putetur,
Quæ ratio conſtet repetitis tractibus in ſe
Et ſemel, & rurſum repetitis, at ſemel ipſis
Temporibus, ſed quæ inverſo ſint ordine nexa.
Jam cum Solem obeant medium Titania circum
Aſtra, Jovemque ſui Comites, ut Delia Terram,
Saturnumque ſui, cumque horum & tempora conſtent,
Et ſpatia; ad vires cujuſvis, materiemque.
Exin pervenies, &, quæ diſcrimina, noſces.
Tum vero moles aſtrorum inquire, quod ipſis
A ſpatiis Terra diſtantum pendet, & auctu,
Quo noſtris extendi oculis ſervata videntur.
Materia porro percepta, & mole vagantum
Aſtrorum, invenies, ea tum quam denſa viciſſim
Conſtent; materies queis major namque, minorque
Eſt moles, mage denſa aliis ſunt, raraque contra
Sunt mage, materies quibus eſt minor, amplior auctus.
A Terra jam ſi ponas conſurgere Solem,
Undecies [1] Terræ quantum axes mille profundæ
Metirentur (uti ponunt, qui cætera tentant
Eruere intervalla illinc), hac arte videbis
Majorem mille, & biſcentum partibus eſſe
Materiem Soli prope, quam tibi magne Deorum
Juppiter, & plus quam tibi corpore cedere Patrem
Dimidio; tenuis vel ab hoc quam Terra receſſit!

Victa

rum ſimul; id facile deducitur ex iis, quæ de vi centrifuga diximus in ſupplementis tomo primo, ut hìc itidem patebit in ſupplementis, ad hunc locum: ſi reducenda fuerit vis ſecundi corporis ad diſtantiam pertinentem ad primum, oportebit iterum aſſumere rationem quadrati diſtantiæ pertinentis ad primum corpus ad quadratum diſtantiæ pertinentis ad ſecundum, adeoque vires redactæ ad eandem diſtantiam erunt in ratione compoſita ex directa triplicata diſtantiarum, quas habent corpora gyrantia ab iis, circa quæ gyrant, & reciproca duplicata temporum, in qua eadem ratione ſunt & maſſæ trahentes.

Cum igitur Sol habeat circa ſe Planetas primarios, Saturnus, & Juppiter ſuos Satellites, Terra Lunam, aſſumptis eorum diſtantiis, & temporibus periodicis habetur ratio maſſarum.

Porro denſitates ſunt, ut maſſæ diviſæ per moles, & moles definiuntur ab Aſtronomis per diametros apparentes, & diſtantias. Hinc facile eſt & denſitatum rationem determinare.

1 Exhibet hìc rationem maſſarum, & denſitatum, quæ proveniunt

Victa quater centum prope partibus. Inde repertis
Molibus, accedes ad corpora densa; decemque
Quos, genus hoc, numeros Phœbus, prope Juppiter octo,
Sex Saturnus habebit; at his præstare repertum
Tellurem, quoniam est decies compacta quaternis.
Illis [1] præterea possis in quattuor astris
Noscere, quæ constet facie in cujusque superna
Quælibet inter se gravitas collata vicissim;
Namque ea materiæ bene congruit, & repetitis
In sese a medio spatiis, ast ordine verso.
Quapropter facie in Solis si vis gravitatis
Mille ferat partes, decies feret in Jove partes
Octonas, decies Saturno quinque, quaternas
Sortita & decies prope Terra est, hic ubi noster
Afficitur sensus, Telluremque excipit aer.
Ne [2] vereare tibi secreta his prodita Divum,
Viribus & quantis, & quanto corpore constent
Scilicet. Idcirco subeundæ num mihi pœnæ,
Concilio admissus Divum quas garrulus olim
Dicitur in stygiis persolvere Tantalus umbris,
Dum limphas inhians, & poma fugacia captat
Nequidquam? num propterea ne numine lævo
Aspiciat me Saturnus, neu Juppiter a me
Avertat, placidos quanquam, inclementior ignes,
Formidem? morer anne tuos rubicunde furores

Mars-

niunt in iis quatuor corporibus, posita distantia Solis a Terra 11 millium diametrorum terrestrium, quæ circiter respondet parallaxi secundorum 10, expressam crassioribus numeris: Solis massam esse 1200 partibus majorem massa Jovis, hujus massam esse circiter duplam massæ Saturni, hunc autem quadringentis partibus esse majorem ipsa Terra in immensum exigua: densitates autem eorundem esse ut 10, 8, 6, 40. De his omnibus accuratius in supplementis.

1 Inde facile affirmat erui posse & rationem gravitatis in singulorum eorundem Planetarum superficie. Ea nimirum debet esse, ut massa divisa per quadratum distantiæ a centro, quibus idcirco datis datur. Exprimit easdem Noster crassioribus numeris, & affirmat esse ut 1000, 80, 50, 40.

2 Post breve poeticum episodium illud monet Martis, Veneris, & Mercurii massam determinari non posse, cum Satellites circa se nullos habeant; definiri tantummodo eorum molem per Astronomicas observationes, quæ cum multo minor sit mole Jovis, & Saturni, ac horum massa sit exigua respectu massæ Solis, addit, esse admodum credibile, multo magis exiguam esse & illorum massam respectu Solis ipsius.

Marſque, Venuſque tuos, polluto qualis amore es?
Veſtra etiam jam ſiqua via ad ſecreta daretur,
Tentarem vel Lemniacis comprendere vinclis;
Nec clam adeo nobis furtive Caducifer ires.
Scilicet illa aliis incerta errantibus aſtris
Omnia ſunt; aditus nondum illuc ſtant patefacti,
Quippe carent famulis Dominos prodentibus: horum
Deprenſæ tantum ſunt moles, utpote pendent
Quæ ſpatio a ſervantum, & viſæ molis ab auctu.
Haud tamen idcirco eſt, nequeas ut credere, Terræ
Cum nimium ad Solem ſit, Saturnique, Joviſque
Parvula materies, Veneris, Martiſque quoque eſſe
Fors magis exiguam, multo illis quippe minorum.
Hinc [1] facile efficies, prope libræ examine poſſis
Ut Solem hinc, illinc errantia ſidera cuncta
Pendere, non longe ſecus, ac quæ parva movemus
Inter nos facili molimine corpora, eorum
A ſpatiis inquirentes, & pondere noto,
Quo commune loco medium gravitatis ineſſe
Debeat, & quantum de corpore quoque recedat.
Ergo age, finge animo, quod fors vix accidat unquam,
Cuncta tamen finge aſtra ſimul, quæcumque vagantur,
Deflexiſſe latus phœbeæ ad lampadis unum;
Solis tum medium medio gravitatis ab ipſo
Diſtabit paulum puncto, nam major ibidem
Quanto eſt materies, tanto hoc vicinius olli eſt;
Nec turbet quidquam, medium dicantur obire
Quin Solem, in mediumque ſuis contendere circum
Flexibus errantes intra vacuum æthera Stellæ.

Tam

1 Inde gradum facit ad centrum commune gravitatis Planetarum omnium, quod, datis maſſis, & poſitionibus ipſorum, facile determinatur accuratè. Illud autem unum in genere affirmat, Solis centrum diſtare parum admodum a centro communi gravitatis Planetarum omnium etiam pro caſu, rariſſimo illo quidem, quo omnes Planetæ jaceant ad eandem Cæli plagam reſpectu Solis; cum nimirum maſſæ majori debeat eſſe propius, cæteris paribus in eadem ratione maſſarum, & ſumma omnium maſſarum ſit exigua reſpectu maſſæ Solis, & quidem invenitur ejuſmodi diſtãtia minor una ſolari diametro. Deducit inde parum inter ſe differre hæc duo, Planetas gyrare circa Solem, vel circa commune gravitatis centrum: eſt tamen diſcrimen in eo non inſenſibile, & ex ea diſtantia aberrationes non inſenſibiles oriuntur in motibus Planetarum.

Tam [1] tenui pariter deprensos mole Cometas
Scire licet, vix ut Solem deducere possint,
Et, commune quod est, medium gravitatis ab ipso
Vix distet Solis medio, nisi forsitan horum
Orbis in immensas nimium cum ducitur oras,
Cumque una constant tam multi e parte recessu
Illo in longinquo, simul addita materiai
Materia ut faciat longe discedere punctum
Id, commune quod est, medio de corpore Solis.
Parvula sic quanquam, quæ nec lassare ferentes
Forte queant digitos, longe procul addita vecti
Ingentes possint convertere pondera moles
Oppositas, montesque etiam, Terramque movere.
Jam [2] si, quidquid agant immenso sidera tractu
Edita, fixa velut quæ Cæli in fornice constant,
Negligere ipse velis, nihil inde ut turbet, oportet
Commune hoc Solisque, Cometarumque, vagantumque
Astrorum punctum, fixum, immotumque vel esse
Constituas semper, vel, si moveatur, eadem
Usque via recta, & cursu sibi labier æquo;
Scilicet ut vera, cum de communis agebam
Puncti natura medii, ratione probavi.
Jam quoniam positus sese inter semper eosdem
Hærentes Cælo conservant undique Stellæ
In speciem, punctum id dicendum est stare quietum
In speciem; nam si moveatur tramite recto
Perpetuùm, Cæli nos partem semper ad unam
Accedamus, & hic sentiri sæcula post tot
Accessus si longa queat, confusa tuamur,

Quæ

1 Nec Cometas, ait, multum turbare locum centri communis gravitatis Planetarum, & Solis, cum ipsi sint perquam exigui; nisi forte cum in immensum recedant, id præstent, & potissimum si multi recedant ad eandem Cæli plagam; ac utitur opportuno sanè exemplo vectis, in quo vel digito ad ingentem distantiam applicato, ingens pondus attollitur. Revera unicus etiam Cometa si satis longe recedat, potest inducere non exiguam distantiam centri ejusdem a centro communi Planetarum, & Cometarum: sed orbitæ Cometarum, qui nobis sunt noti, quaquaversus dispersæ sunt ita, ut aliæ aliarum effectum elidant in ordine ad ejusmodi recessum.

2 Centrum commune gravitatis Planetarum, & Cometarum, affirmat, ne a Fixis quidem ad sensum turbari, dispersis nimirum circum-

Quæ modo fixa, locis inter ſe ſidera verſis,
Multa magis, quam ſint, vicina, remotaque multa,
Vaneſcentia multa, nova exorientia multa.

Hoc [1] medium circa punctum commune neceſſe eſt
Corpora cuncta, quibus nempe eſt commune, moveri
Perpetuò, & nullo capere ullam tempore pauſam
Poſſe; etenim vires, ſeſe quibus inter aguntur,
Vel ſi alio quovis ſtarent expertia motu,
Mutua pulſarent, & in illud cuncta cierent.
Si nunc vel nullos confingimus eſſe Cometas,
Cætera vel turbare nihil, quia forte tributi
Æque ſunt circum, atque æquali momine pollent,
Sol minimo motu circa commune feretur
Id medium; circa ſed Solem cætera turba
Aſtrorum, non, ut poſitum, ſuperaque receptum eſt,
Signabit primas coni de ſegmine formas,
Verum longe alias implexas, inque peditas,
Compoſitaſque; etenim quas Sol, & quodlibet aſtrum
Efficerent ſingillatim, commune obeundo
Uſque ſibi punctum, coni de ſegmine formas,
Perturbant aliæ hinc vires, atque inde aliorum,
Difficileſque alios texunt, varioſque meatus:
Hoc certe exiguum eſt diſcrimen tempore parvo,
Creſcit labente, & diuturno tempore magnum eſt.

Pro-

cumquaque, & quidem ad immanes diſtantias. Quamobrem id ipſum juxta ea, quæ de centro gravitatis maſſæ nullis externis viribus agitatæ dictum eſt lib. 3. ad verſum 2646, vel debet quieſcere, vel moveri uniformiter in directum. Non moveri uniformiter in directum, videtur erui ex eo, quod omnes Fixæ eandem poſt tot ſæcula ad ſenſum diſtantiam ad ſe invicem, & poſitionem tueantur, quod non accideret, ſi ad quaſdam perpetuo accederet noſtrum ſyſtema, & ab aliis recederet.

Hæc quidem rite procedunt de noſtra poſitione reſpectu Fixarum, ſaltem ad excludendum ingentem motum reſpectivum; at nulla ratione philoſophica evinci poſſe arbitror, non eſſe aggregatum ipſum omnium, quæ nos videre poſſumus, particulam perquam exiguam Mundi majoris, in quo ea tota communes alios, & parallelos ad ſenſum ſuorum punctorum motus habeat quoſcumque.

1 Neglecta actione Fixarum, & Cometarum, quæ ob oppoſitionem ſe elidant, haberi poſſe, affirmat, centrum commune gravitatis Planetarum omnium, & Cometarum pro immobili, ſed nullum corpus totius ſyſtematis quieſcere, motis nimirum omnibus per gravitatis actionem, & velocitates præcedentes,

Propterea tabulæ, queis Cæli condimus acta,
Et leges servamus, in annos sæpe recudi
Exposcunt longos (aliter non vera profantur);
Illi dum numeris adeantur scilicet orbes
Difficiles, curvæque viæ flectantur, uti sunt,
Corpora quas varie varias projecta per oras
Conficiunt, dum se retrahuntque, trahuntque vicissim.
Verum [1] has scire vias, atque omnes noscere flexus
Tam varios, ortos rerum a gravitate vicissim,
Humanæ positum est vim supra mentis, & ultra
Obtutus animi, saltem majoribus ipsi
Auxiliis donec firmemur, ut aucta potestas
Mentis, & inventrix animi vis illa sagaci
Excutiat motu, &, modo quæ sunt invia, lustret.
Jam nunc, quidquid in his est artis opisque, feraci
Obruitur rerum numero, dum viscera tentat
Intima, multiplicique opera, longaque laborat,
Quamque suo nequeat cunctam comprendere textu.
Corpora terna etiam, quæ se ad se mutua ducunt,
Ducunturque, ubi rem generatim expendere cœptes,
Nodus non simplex & inextricabilis ambit,
Præsertim res ad privas cum veneris inde.
Unum ex his longe si vincat cætera corpus
Mole sua, veluti Terram Sol, & famulantem

Tellu-

tes, quæ etiam si nullæ essent, adhuc tamen gravitatis vi moverentur omnia, & tenderent ad se invicem unienda in ipso communi gravitatis centro. Verum ob projectiones habitas, & celeritates jam acquisitas Solem circa ipsum id centrum, ut sibi proximum, moveri motu exiguo, Planetas autem cæteros, nec circa Solem, nec circa ipsum debere describere accuratas ellipses, sed alias curvas admodum implexas, & sublimes, quæ tamen ab ellipsibus non multum distent, uti vidimus. Hinc oriri perturbationes illas, quæ exiguo tempore exiguæ, post longum tempus collectæ excrescant in majorem summam, & Astronomicas tabulas turbent; ut idcirco eædem identidem corrigendæ sint, nec haberi possint satis accuratæ; donec illæ ipsæ orbitæ, quæ debentur Planetis omnibus, ex omnium actione mutua in se invicem definiantur.

1 Problema hujusmodi, determinandi orbitas plurium corporum, vel quotcumque, vel saltem numero 17, quot sunt Planetæ Primarii, & Secundarii, affirmat excedere vires humanæ mentis, saltem donec alia sibi præsidia non comparet; uti quæ ante calculum integralem cognitum fuerant insolubilia, nunc demum solvuntur admodum facile. Ipsum, quod ali

bi

Telluri vincit Lunam, venietur ad ipſos
Implexos Lunæ motus, ſolvique tenaces.
Monſtrum[1] aliquod Tellus olim cum vaſta tuliſſet,
Arcadiumve ſuem, Nemeæve leonis hiatum,
Hydram aut multiplici vallatam peſte, biformes
Tauros, Harpyas, Pythonaque, Geryonemque,
Fama eſt exciri ſolitos Heroas in arma,
Inſuetique ingens belli tentaſſe periclum,
Ut bene mortali poſſent de ſtirpe mereri;
Multos at ferro projecto ſæpe tuliſſe
Vix ſua membra domum exundantia ſanguine multo,
Et laceros artus, difractaque ſæviter oſſa;
At contra horrendo, atque informi corpore nulli
Hærebant ictus, diſcuſſaque tela cadebant.
Arte nova nova monſtra ollis ſubigenda fuere.
Jam quoniam pugnas poſt Herculis, Æacidæque,
Et magicos quibus arma ferunt fabricata per uſus,
Aut riguiſſe feris Cyclopum pulſa lacertis,
Omnia ſunt terris late portenta perempta,
Vel vaſti tantum montes, terræque remotæ
Hoc terrore ſcatent, ut nos vitare queamus,
Eſt alio converſa Virorum illa inclyta virtus,
Et diverſus agit flagrantia pectora fervor;
Contendunt mentis nunc viribus, atque procellas,
Ventorumque domos, adeuntque tonantia magni

Regna

bi etiam diximus, trium corporum ſe attrahentium ſyſtema nodos adhuc habet inextricabiles, ſi non generalem quandam expreſſionem quærimus, ſed *res privas*, nimirum ſingulares determinationes, quæ calculis determinate ineundis ſufficiant. Si eo deveniatur, ut ſaltem ſolvatur id problema pro caſu, in quo unum corpus ſit longe maximum, ac reliqua duo minora ad ingentem ſita ſint diſtantiam ab illo, exiguam a ſe invicem; habebitur theoria Lunæ perfecta, quod hic Noſter proponit, ut ad ipſam Newtonianam Lunæ theoriam gradum faciat.

1 Epiſodio amœniore præparat Lectorem ad aſperiora, quæ conſequentur de Lunæ theoria, in qua, cæteris, quæ ad Primarios Planetas pertinent, multo facilius, ſatis proximè definitis, Aſtronomi ad ea, quæ obſervantur, determinanda, diu incaſſum laborarunt. Newtonus eo per theoriam ſuam acceſſit multo propius, quam ulli ante ipſum Philoſophi, ſed nec ipſe theoriam omnem ſatis perfecit. In eam inquiſitum eſt plurimum poſtremis hiſce annis a primis noſtri ævi Geometris, Eulero, D' Alamberto, Clerautio in primis, & quidem tabulæ moleſtiſſimæ

Regna Jovis, Martemque domant, pennisque fugacem
Mercurium arripiunt, te Phœbe Sagittifer alto
Audaces curru spoliant, adimuntque jugales.
Sola triformis adhuc hominum Dea vincla recusat,
Vertit se in formas varias, varioque meatu,
Multiplicique via multorum elabitur arti.
Illi, de capta veluti, persæpe triumphos
Concinuere, sed est tenui sublapsa volatu
Lubrica; cumque novam jactanti voce vocassent
Ad prædam socios, nusquam præda illa reperta est;
Tantùm fixa pedum levium vestigia quædam;
Illusique recessere. Iritata sed istis
Plus acuit virtus sese, atque audentior urget
Magnũ opus. Haud longum fors, auguror, arte latendi,
Obstandique tua lætabere, Diva triformis;
Est qui te nimium latebrosa indagine cinxit,
Arctavitque tuos fines, intraque coegit
Cedere sollicitam, jamjamque extrema timentem.
Ille docet, queis tu possis tum denique vinci
Insidiis, & nuda viris impune videri.
Ille novo obsedit monstrum insuperabile bello,
Scribere quod mi animus festinat, tantaque cunctis
Tot veterum Heroum gestis opponere gesta.
Nil [1] usquam in rebus, nisi Tellus, Lunaque tantum
Si foret, exererentque suas si mutua vires

Pro

stissimæ illæ quidem, quæ nimirum ad 60 æquationes, seu correctiones se extendunt, ab hoc postremo computatæ per theoriam, satis proxime accedunt ad loca observata; sed & ille multa adhuc negligere cogitur. Walmesleyus itidem theoriam Newtonianam mirum in modum excultam, promotamque edidit superiore anno Florentiæ. Ista omnia spem faciunt expugnandi olim hujusce veluti monstri; sed adhuc supersunt multa ad absolutam rei perfectionem.

1 Tria hìc congeruntur, quæ ad Lunaris theoriæ specimen aliquod exhibendum pertinent. Primo quidem si solæ essent in immenso vacuo Terra, & Luna, quæ in se invicem gravitarent in ratione reciproca duplicata distantiarum, & projicerentur utcumque; illæ quidem describerent sectiones conicas similes circa commune gravitatis centrum, vel quiescens, vel delatum motu rectilineo, & uniformi, quorum casuum primus haberetur, si binæ projectiones fierent per rectas parallelas directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ essent massis reciprocæ, ut nimirum quantitates motuum impressorum, & contrariæ essent, & æquales.

Secundo, si projectionum directiones

Pro ſpatiis in ſe repetitis uſque minutas,
Et ſi tum oblique a recto nectente meatu
Projiceretur in adverſas ſimul utraque partes,
Protinus excurrens atque hæc, atque illa figuras
Signaret circa punctum commune orientes
Coni e ſegminibus, mediumque immobile ſtaret
Hoc punctum, aut rectà motu procederet æquo
Semper, ut a jacto nimirum corpore Terræ,
Et Lunæ fuerint qui motus protinus orti,
Inter ſeſe illos æquales, oppoſitoſque,
Sive nec oppoſitos fingas veniſſe, nec æquos.
Præterea oppoſitus projectus corpora ferret
Si rectà a medio, jungit qui corpora, tractu,
Primaque mobilitas ſi æquaret mobilitatem,
Quam motu ſibi quodque æqualiter accelerato
Ob gravitatem illam ex illa regione cadendo
Confectum poſt dimidium tum denique haberent
Commune ad punctum ſpatium; æquo verteret orbe
Seſe, quodque ſuo, punctum hoc immobile circa,
Majori, cui materies minor, orbe minori
At contra, cui nimirum cumulatior illa eſt.
Jamque extra poſitus qui bina hæc corpora longe
Spectaret, properans utrumque videret in orbes
Ire ſuos; at qui ſupra conſiſteret horum
Alterutro, haud proprios motus ſentiret, at omnes

Qui

ctiones eſſent perpendiculares rectæ jungenti illas inter ſe, & eum centro gravitatis communi, ac velocitates æquales illis, quæ acquirerentur cadendo uſque ad dimidiam diſtantiam a centro communi motu uniformiter accelerato per vim, quam habent ibi, ubi ſunt, deſcriberent circulos, maſſa major minorem, & minor majorem.

Tertio, qui extra utramque ſitus earum motum contemplaretur, videret utique ſuam ab utralibet deſcribi orbitam; at qui in altera earum eſſet, ut nos in Terra, totum motum tribueret alteri, tanquam ea deſcriberet orbitam circa ſuum globum immotum radio æquali ſummæ radiorum.

Priora duo facile deducuntur ex iis, quæ demonſtrata ſunt in ſupplementis ad lib. 1. §. 18. de motibus curvilineis ortis viribus tendentibus ad centrum immotum, vel motum; nam vires, quæ ad alterum corpus diriguntur, diriguntur ad centrum gravitatis commune, in eadem recta exiſtens, quæ jungit ipſa corpora: tertium patet ex eo, quod Spectator ſolum reſpectivum motum advertit, quod quidem hic Noſter illuſtrat exemplo navium in contrarias partes tendentium in aperto mari; ubi, qui in

Qui fiunt, extra corpus transferret in alterum,
Appareret & hoc majori flectier orbe,
Unius ut radius spatio se extenderet omni,
Quod geminum corpus jacet inter, dimidiosque
Amborum simplex æquaret hic orbium hiatus.
Sic geminæ tranant cum motibus æquora puppes
Oppositis, aliam citius properare tuetur
Nauta, suos motus nam motibus illius addit.
At [1] si & projectùs vis paulum obliqua veniret,
Ipsaque mobilitas esset diversa priore,
Æqui non orbes, paulum sed ab orbibus æquis
Distantes primo coni de segmine formæ
Inter se similes fierent, similique locatæ
Ordine circa ipsum punctum, commune quod extat,
Quod pariter focus orbis & hujus, & illius esset.
Qui tum unum incoleret corpus, se crederet ipsum
Immotum, pariter molem & se cernere volvi
Diceret alterius tantùm, velut illius illic
Ipse focum efficeret gyri, qui tempore eodem
Majori, quam sit revera, ducitur arcu.
Porro [2] sic positas moles, sic se inter agentes
Mobilitate pari regionem projice in unam:
Quid fiet? medium gravitatis progredietur
Illuc æquali lapsu, inter corpora at idem
Respectus, prior & species servabitur omnis,

in una est navi, alteram censet moveri celerius attributo illi motu & illius, & suo. Sed de his hic itidem in supplementis,

1 Addit id, quod accideret, si vel directio projectionis a perpendiculari nonnihil recederet, vel velocitas ab ea mensura, quam diximus; nimirum debere tum describi binas ellipses similes circa centrum commune gravitatis positum in utriusque foco, ita tamen, ut qui in altero globo esset, motum tribueret alteri totum, tanquam si moveretur in ellipsi prioribus simili, sed habente focum in globo suo, & omnia latera homologa æqualia summæ laterum pertinentium ad priores ellipses.

2 Progreditur, & concipit totum systema, sive utrumque corpus, dum ita circa commune gravitatis centrum gyrat, projici velocitatibus æqualibus & directionibus parallelis: eo casu centrum quidem gravitatis commune moveretur uniformiter eadem directione, & celeritate, circa ipsum autem peragerentur iidem motus respectivi, ac prius; nam motus communis parellelus positionem respectivam partium nihil turbat, ut dum tota simul navis uniformiter progreditur, reliqui motus omnes intra ipsam ita fiunt, ac si ea quiesceret.

Et motum circa punctum, at velut ante, ferentur.
Nunc [1] age, finge loco corpus consistere quovis
Exoriens aliud, quod pertrahat, atque trahatur,
Materiaque sua longe quod vincat utramque,
Proin faciat regione sibi constare propinqua,
Quod gravitatis erit punctum inter corpora terna,
Scilicet ut Sol est Terræ, Lunæque relatus.
Tunc in idem gravitas coget deflectere motu
Punctum a directo, quod erat commune priorum,
Atque viam intorquere, & iter signare recurvum.
Et si quod spatium est inter duo prima, minus sit
Usque adeo spatio, quo distat tertia moles,
Ut prope vanescat collatum, conveniatque
Ut punctum in medium penetrans, in seque retractum;
Hoc ejus spatii punctum commune feretur
Ternorum circa punctum, & flectetur in orbem
Aut æquum, aut ovi similem, si, nempe quod orbis
Ille, vel iste petat, puncti ejus jactus habebit.
Qui stet in alterutro geminorum corpore proinde
Prospiciens longe positam, quæ tertia, molem,
Credet eam volvi, sese orbis stare focorum
Non æqui alterutro, media regione vel æqui:
Revera tamen interea tum maxima moles

Con-

1 Constituit jam tertium aliquod corpus, uti est Sol, in quod gravitent priora illa bina: tum vero ipsa cum suo communi gravitatis centro intorquebunt motum circa commune gravitatis centrum omnium trium; & si illius tertii distantia fuerit ita magna, ut distantia mutua priorum duorum respectu illius sit fere nihil, ut nimirum hæc duo considerati possint tanquam unicum exiguum corpus respectu ejus distantiæ; harum commune gravitatis centrum, & centrum tertii movebuntur circa commune gravitatis centrum omnium trium in ellipsibus similibus, vel circulis habentibus illud punctum pro foco, vel centro communi. Et si tertium corpus fuerit ingens respectu reliquorum duorum, ut est Sol respectu Lunæ, & Terræ, movebitur motu exiguo; sed qui fuerit in altero e binis prioribus globis, ut in Terra, attribuet illi utriusque motum, & censebit, illud tertium corpus moveri circa se in ellipsi, vel circulo habente focum, vel centrum in se.

Sinuabitur quidem utrumque e prioribus corporibus ob motum circa suum centrum gravitatis, jam scilicet accedens magis ad tertium, jam recedens, jam progrediens plus justo, jam minus, & ipsum commune eorum centrum non feretur accurate in ellipsi, vel circulo, ob aliquam nimirum inæqualitatem virium, quibus ea duo corpora tendent in tertium; sed ejus-

Conteret exiguos circa commune meatus
Ternorum punctum, similes tamen omnia visis.
Reveraque itidem via, quam percurrit utrumque
E geminis, circum undanti sinuabitur arcu
Citra, ultraque orbem, quo corpora juncta mearent,
Commune & ritu paulum fluitabit eodem
Propterea punctum amborum. Sed quid queat ista
Turbare ad sensum serpens via, conque voluta
Omni cum motu circum collata, viaque?
Ille [1] tibi motus, quo corpora bina vicissim
Sese ea respectant, turbabitur, atque meatùs,
Quo punctum inter se circa commune volarent,
Invertent formas, seseque novo ordine flectent,
Prendier hæc sensu ut variantia possit ab illis,
Desuper alterutro qui vitam corpore ducunt,
De Terra incertos ut Lunæ est prendere motus.
Ergo hos incertos, age, motus, nitere, certa
Si ratione queas, & veris prendere causis.
Ipse tuo certe ingenio confisus, & arte,
Rebus in his longo qua mecum exercitus usu es,
Discutere horrentes adeo caliginis umbras
Connitar, tamque implexos dissolvere nodos;
Atque hæc me temere aggressum non esse videri,
Spero equidem, efficies; duro non parva labori

ejusmodi aberratio erit perquam exigua respectu motus apparentis in tertio corpore, quod ob exiguam distantiam puncti, in quo est illud alterum e binis, a puncto in quo esset, si utriusque massa in unum coiret, apparebit ad sensum ibi, ubi appareret in casu hujus coalescentiæ.

Aberratio, quæ inde in apparentem motum Solis inducitur, est quidem aliqua, sed paucorum secundorum. Eam Veteres neglexerunt Astronomi, sed nunc & ipsius habetur ratio, ut in recentissimis Caillii tabulis. Spectatori in Luna posito esset multo major, ad plura nimirum assurgens minuta prima.

1 Delabitur ad perturbationem motus respectivi binorum illorum corporum, quæ ob viciniam ipsorum sensus nequaquam effugit; & in eo sitæ sunt lunarium motuum perturbationes, ad quarum abstrusissimam, & maxime implicatam considerationem, atque evolutionem invitat Lectorem suum, non singularia ille quidem phænomena deducturus, & totam perfecturus Lunæ theoriam, quod librum exigit justæ molis, & sublimem admodum geometriam, ac intricatissimos calculos; sed causas præcipuas exhibiturus, & ad præcipua quædam capita deducturus totum hoc argumentum.

Laus eſt, ſi nequeant grandes reprendier auſus.
Principio [1] ſi vis, qua Terra, & Luna trahuntur
In Solem, foret æqua, atque æquis per loca diſtans
Cuncta intervallis, quid eas turbaret euntes?
Quippe fit, ut turbet, quia nec ſunt tramite in uno
Semper, ut obliquæ nequeant non mutua vires
Eſſe, nec inter ſe vario non vergere flexu,
Æque nec diſtant a Sole, trahantur ut æque.
Atque mage ut valeas turbantes noſcere vires;
Quæ Terram via recta, & Solis lampada nectit,
Illa tibi Terræ gravitatem in lampada Solis,
Fac, referat; fac deinde, in lampada Solis eandem
Quæ Lunæ eſt gravitas, referat via ſcilicet illac
Ducta, meat qua Solem inter, Lunamque locatus
Trames; at hoc eadem tum ſit contractior, & tum
Longior, hic contra trames cum longior, atque
Cum brevior fuerit, quem dixi, tramite ducto
A Sole ad Terram; Lunai nam gravitatem
Hæc referens debet via reſpondere viai,
Quæ Solem eſt, Terramque interſita (nempe refertur
Qua Terræ gravitas in Solem) ſcilicet illo
Ordine, quo ſemel hæc in ſe repetita locato
Re-

1 Orditur igitur hoc pacto. Si vis, qua in Solem gravitant Terra, & Luna, ageret per directiones parallelas æqualiter, motus ipſarum reſpectivus nihil turbaretur: ſed ob ipſarum diſtantiam a ſe invicem id fieri non poteſt; nam ubi jacent in directum eum Sole in conjunctione, & oppoſitione lunari, vires ob inæqualem diſtantiam a Sole ſunt inæquales: ubi æque ab ipſo diſtant, altera ſita ad latus reſpectu alterius, directiones virium ſunt diverſæ, convergentes nimirum ad Solem: in reliquis caſibus & energia, & directio virium eſt diverſa. Hoc diſerimen turbat ſtatum reſpectivum.

Ut poſſint cognoſci partes iſtarum, quæ ſtatum mutuum perturbant, oportet concipere alteram, ut vim Lunæ, ita reſolutam in duas, ut prima habeat directionem eandem, quam vis Terræ, & ſecunda ad illam inclinetur: & *jam* hæc ſecunda erit vis perturbatrix: præterea ſi illa prima non fuerit aſſumpta æqualis vi Terræ, oportet illam itidem reſolvere in duas partes, quarum altera ſit æqualis vi Terræ, & tum altera remanebit vis itidem perturbatrix. Sic autem id jubet fieri eum Newtono, ſed res appoſito ſchemate in ſupplementis patebit magis.

Concipiatur recta, quæ jungit centrum Terræ eum centro Solis, quæ referat gravitatem Terræ in Solem. In recta, quæ jungit centrum Lunæ cum centro Solis, accipiatur recta, quæ referat vim Lunæ in Solem, quæ tamen erit minor,

Respondet spatio claram inter lampada Solis,
Lunaique globum in sese quoque sed repetito;
Nimirum gravitatis uti natura reposcit.
Hanc porro Lunæ gravitatem ita nempe relatam
Dissolve in geminas, quarum directa sit illuc
Altera, dirigitur quo tractus, corpora nectit
Qui Lunæ, & Terræ pariter; pars altera at illuc
Contendat, quo Tellurem, Solemque meatus
Conjungens medius. Quæ vis est prima, prope æquat,
A Terra spatium est quod Lunæ, & turbat eandem,
Atque auget Lunæ gravitatem in corpora Terræ:
Altera Telluri partim est communis; at hujus
Discrimen quod erit Terræ a gravitate, venire
Turbantum in partem causarum debet, idemque
Discrimen (facile ut Mensores noscere possunt)
Respondet triplici spatiorum differitati,
Phœbea queis Luna a lampade, Terraque distat.
Concipere [1] ut valeas hæc pronius, eja age, magnam
Finge globi faciem, quæ Terræ transeat altæ
Per medium, mediumque sui imo in Sole recondat:
Hæc facies prope plana a Terra transit ad orbem
Luniferum. Tum Luna, sui quacumque sit orbis

nor, vel major, quam ipsa distantia Lunæ, & etiam, quam distantia Terræ a Sole, prout ipsa distantia Lunæ fuerit e contrario major, vel minor, quam distantia Terræ a Sole, cum vires debeant esse in ratione reciproca duplicata distantiarum.

Resolvatur jam hæc vis Lunæ ita exposita in duas, quarum altera agat secundum directionem rectæ jungentis Lunam cum Terra, & altera secundum directionem rectæ tendentis a Terra ad Solem. Hujusmodi re peracta in schemate aliquo, statim admodum facile perspicitur rectam, quæ priorem exprimit partem, æquari ad sensum distantiæ Lunæ a Terra; quæ vis auget semper gravitatem Lunæ in Terram, cujus legem turbat, cum varietur in ratione simplici, & non in ratione reciproca duplicata distantiarum a Terra. Tum & illud facile demonstratur, rectam, quæ exprimit secundam vim, differre a distantia Terræ a Sole exprimente vim Terræ ita, ut ejus defectus, vel excessus æquetur triplo excessui, vel defectui distantiæ Lunæ a Sole supra distantiam Terræ ab eodem.

1 Ut hæc secunda pars vis perturbantis intimius cognoscatur, jubet concipi superficiem quandam ingentis sphæræ habentem Solem pro centro, & transeuntem per centrum Terræ. Si jam a Sole per Lunam agatur recta, quæ hanc ipsam superficiem trajiciat, differentia illa distantiarum erit æqualis distantiæ Lunæ ab hac superficie. Igitur tripla distantia perpendicu-

In regione, velut directo a Fratre petatur
Teli ictu, faciem pariter quod transmeat illam.
Rectū iter hoc teli, faciem est, Lunamque quod inter,
Discrimen monstrat spatiorum, Luna recedit,
Terraque queis a Sole procul; proin virium & illud
Discrimen, quod jam docui, deprendere possis
Triplo ex hoc inter Lunam, faciemque meatu;
Directumque in eam partem sit, oportet, id ipsum,
Parte in qua Luna ad faciem collata moratur:
Nunc hoc, nunc illud sic in latus æra carinæ
Armatæ obvertunt, ut ab hoc latere impetit hostis,
Aut illo, sævos & oberrans dirigit ictus.
Omni Lunigeri tractu namque orbis in illo,
Qui jacet a facie partes ad Solis, oportet,
Luna magis vicina trahatur fortius, ipsa
Quam Tellus; proin deserere hanc contendat, & alta
Diffugere a facie ad Fratrem, jungique vicissim.
Orbis at oppositum per tractum Luna recedet,
Quam Tellus, a Sole magis; minus inde trahetur
Propterea, a Terraque relinqui invita videbit
Tantundem, quantum procul ipsa optaret abire,
Viribus exterius si tum raperetur ab æquis.
Idem [1] turbati tum fient denique motus
Quo-

dicularis Lunæ ab ejusmodi superficie exhibebit hanc secundam partem vis perturbatricis: ea autem semper dirigetur ad partes illi superficiei contrarias, ad quas respectu ipsius jacet Luna ipsa. Nam ubi Luna jacebit citra ejusmodi superficiem propior Soli, quam Terra, ipsa tendet in Solem magis, quam Terra, adeoque differentia virium distrahet Lunam a Terra versus Solem; cum autem jacuerit ultra remorior, differentia eadem distrahet Terram a Luna, adeoque ad motus respectivos definiendos eadem considerata in Luna distrahet ipsam Lunam a Terra, & idcirco in utroque casu tendet ad removendam Lunam ab illa superficie transeunte per centrum Terræ.

1 Concludit omissa penitus consideratione illius partis virium Terræ, & Lunæ, quæ redacta est ad eandem directionem, & magnitudinem, debere omnia peragi eodem modo, quo peragerentur, si nequaquam adesset Sol, sed Luna gyraret circa Terram, & præter vim in ratione reciproca duplicata distantiarum a Terra haberet binas vires, alteram directam in Terram, & agentem in ratione directa simplici distantiarum ab ipsa, alteram directam ad partes oppositas superficiei perpendiculari rectæ, quæ Terram cum Sole jungit, & transeunti per ipsam Terram, proportionalem triplæ distantiæ Lunæ ab ejusmodi superficie. Revera vires perturbatrices utriusque orbitam

Quolibet in Terræ pariter, Lunæque meatu,
Quo circa punctum raptæ commune feruntur,
Qui fierent, immota foret si Terra, neque ullus
Fulgeret usquam Sol, neque solas Cynthia vires
Sentiret, spatiis in sese pro repetitis
Quæ minuuntur, at & geminas has insuper, unam
Scilicet in Terræ directam corpus, & ipsum,
Crescentem, ut spatium, directamque alteram in oras,
Collata ad notam faciem quas Luna peragrat,
Quamque æques noto, ut docui, cum triplice tractu.
Quæ superest, communis erit vis, proptereaque
Non inter sese Lunam, Terramque meantem
Perturbans; Terræque orbes, Lunæque vicissim
Cætera turbati simili ratione ferentur,
Ut nihil intersit, soli si denique Lunæ
Attribuatur, ab ambarum quod motibus exit.
Turbantes [1] geminas has Solis dicere vires
Possumus, & Lunam proprio de tramite agentes:
Quarum præterea quæ est altera, proderit ad res
Non paucas velut in geminos disjungere ramos,
Nempe iterum haud simplex in bina retexere filum.
Una igitur pars est, tractum quæ devenit illum
Recta super, Terræ, & Lunæ qui corpora jungit;

M 4 Alte-

bitam perturbant; sed cum respectivi motus quærantur tantummodo, & orbes sint similes, possunt vires perturbatrices considerari in Sola Luna, habita Terra pro immota.

1 Hasce duas vires vocat vires Solis perturbantes Lunam, & earum posteriorem iterum considerat resolutam in duas, quarum altera dirigatur secundum rectam, quæ tendit a Terra ad Lunam, altera secundum directionem huic rectæ perpendicularem, & considerat hujus posterioris effectus.

Ubi Luna devenit ad illam superficiem perpendicularem rectæ, quæ Terram cum Sole jungit; tum quidem est in altera quadratura, & ibi secunda vis perturbatrix evadit nulla, ob distantiam Lunæ ab illa superficie nullam; ibidem autem directionem suam mutat & ipsa tota, & illa ejus resolutæ pars perpendicularis rectæ ipsam jungenti cum Terra; quæ quidem directionem mutat etiam in conjunctione, & oppositione, nimirum in Plenilunio, & Novilunio, quæ ab Astronomis dicuntur syzygiæ. Ab utravis quadratura ad proximam syzygiam ea vis accelerat motum Lunæ, & efficit, ut arearum descriptio fiat major, quam pro ratione temporum: e contrario ab utravis syzygia ad proximam quadraturam eadem vis retardat Lunæ motum. Altera vero pars hujus secundæ vis resolutæ in duas perpetuo retrahit Lunam a Terra, contraria semper directioni primæ vis perturbatricis.

Altera in hoc ipſo tractu eſt: pars prima propellit
Lunam in circuitum, cum tranſit ſcilicet illa,
Quam finxi, a facie (quo ſunt loca, dimidiato
Lumine queis Phœbe hinc, atque illinc clara renidet)
Ad loca, quæ conſtant ſuprema, atque infima, fulget
Tota quibus, vel cæca ſilet, conjuncta ubi Terræ
Dicitur; acceleratque ea motum cauſa, ſuis ut,
Quam pro temporibus, major tunc area fiat,
Et Dea quadrijugos videatur ut addere bigis;
Aſt eadem pars prima retardat circumeuntem,
Ad latus alterutrum cum ex his jungentibus itur:
Altera pars retrahit Terræ de corpore Lunam
Vi primæ officiens a fronte, adverſaque prorſus.
Altera [1] vis, geminas quam nuper ſcidimus ipſi
In partes, ea tota locis extinguitur illis,
Fulget dimidla tantum queis Cynthia fronte,
At ſubito redit in lucem, atque adoleſcit eunte
Ulterius Luna, loca dum jungentia tangat,
In quibus illa quidem vis fiet tripla prioris,
Sedem ubi nempe velut regni, ſoliumque locavit;
Et ſua creſcet item pars prima, per omne ſed iſtud
Non ſpatium (paulum decedit nata parenti),
At ſpatium per dimidium, quod totius orbis
Diſecti pars octava eſt, proin dicitur Octans.
Illic maxima fit, propriique in culmine perſtat
Imperii tantùm, porro decerpitur æquo

De-

1 Hìc binas vires perturbatrices inter ſe comparat. Secunda, quam nunc in duas reſolvimus, in ipſis quadraturis eſt nulla, uti diximus, ob diſtantiam Lunæ nullam a ſuperficie illa, quam concepimus; at dum Luna inde tendit ad ſyzygiam, ita creſcit, ut in ipſis ſyzygiis evadat tripla primæ vis perturbatricis: ibi enim exponitur per triplam diſtantiam ab ipſa Terra, per quam tranſit illa ſuperficies, quam concepimus. Pars ejus prima illa perpendicularis rectæ jungenti Lunam cum Terra creſcet utique & ipſa a quadratura ad ſyzygiam, ſed non æque; nam creſcet uſque ad octantem, ſive ad medium locum inter quadraturam, & ſyzygiam; tum uſque ad ſyzygiam decreſcet; adeoque quater evaneſcet, in binis nimirum ſyzygiis, & binis quadraturis, ac quater fiet maxima in quatuor nimirum octantibus. Pars autem ſecunda perpetuo creſcit a quadraturis ad ſyzygias, in quibus evadit æqualis toti, altera nimirum parte evaneſcente; tum uſque ad novam quadraturam decreſcit, bis tantum evaneſcens in quadraturis, & bis facta maxima in ſyzygiis.

Decrescens damno, atq. ima ad loca, summaque nulla est;
Altera pars vero crevit tunc, æquat & illic
Totam vim; contraque minor, minor usque recedit
Ad latera ipsa, quibus vanescens excidit omnis.
Hæc [1], loca proin propter laterum, exsuperetur, oportet,
A prima vi Solis, & unà hæc utraque juncta
Pertrahat ad Terram Lunai corpus ibidem:
Inde recedendo tenuari differitatem
Hanc opus est; cumque ad quinos sit denique ventum,
Terque gradus denos, eadem jam desinit omnis;
Exæquatur enim vis prima, atque altera pars, quæ
Protinus incipiet jam hoc limite prætergresso
Exsuperare aliam, tanto plus, Cynthia quanto
Illuc accedit, quo fulget tota, latetve.
Atque ita major ibi duplo, quæ distrahit, exit
Vis vi, quæ Terram contra impellebat ad imam
Illuc, dimidiam quo monstrat Delia frontem;
Sic vario hinc illinc fiunt discrimine pugnæ,
Multaque sic varia succedunt fœdera parte.
Tunc itidem ambarum contra conjuncta potestas
A Terra retrahet Lunam; totumque per orbem
Plus est, quod retrahet, quam quod trahet, & quia major
Est arcus, per quem retrahens agit illa potestas,
Et quia conatus retrahendi sit quoque major.

Sed

1 Comparat hic primam vim perturbatricem, cum illa secundæ vis prima parte, quæ ipsi primæ vi est contraria. Cum in quadraturis hæc pars sit nulla; habetur ibi tota vis prima urgens Lunam in Solem: ea post quadraturam exorta, & crescente urget Lunam in Terram sola virium differentia, quæ crescente hac parte secundæ vis decrescit; donec alicubi iis æqualibus factis differentia decrescat. Affirmat id fieri in distantia 35 graduum a quadratura. Post eum limitem jam fiet major illa pars, quæ Lunam retrahit a Terra, & excessus erit eo major, quo magis ad syzygiam acceditur, ubi differentia virium distrahens Lunam a Terra fit duplo major, quam fuerit in quadraturis vis urgens Lunam in Terram.

Concludit autem in toto orbe Lunam in Terram jam urgeri ab his viribus conjunctis, jam distrahi per vices, sed vim, quæ Lunam a Terra distrahit, prævalere vi, quæ ipsam in Terram urget, tum quia agit per arcum majorem, tum quia ubi evadit maxima, est major: agit nimirum hæc per 35 gradus hinc, & inde a quadraturis, & illa per reliquos 55 hinc, & inde a syzygiis, & illa in syzygiis est duplo major, quam hæc in quadraturis.

Sed [1] quid præterea faciant hæ, percipe, vires.
Prima quidem vis, alterius parſque altera, cum ſint
Directæ ad Terram, vel contra, non pote quidquam
Immutare modos, queis area verritur æque,
Nec celeres Lunæ multum turbare meatus;
Quod prior alterius porro pars turbat utrumque;
Ipſa quidem tardat motum a regione ſilentis
Lunai, donec quarto hæc ſe proferat arcu.
Eſt tamen extremum minima hæc prope limitem utrumque,
Maximaque in medio, veluti ſtet culmine ſummo;
Deinde loco a medio ſimili adget pars ea motum
Lege, prius qua carpebat, dum lumine pleno
Luna micet; rurſus minuit, dum rurſus aditur
Alter ab adverſo medius locus; acceleratque
Rurſum itidem, redeat dum ad nota ſilentia Phœbe.
Sic clivo ex ali deſcendens inſilit altum
Alterius clivum qui collis, deſiliturus
Porro, & dein aliò ſubiturus, it impare greſſu,
Deſcendit celeri, tardo ſubit, inque pedito.
Propterea in mediis lentiſſimus ille, neceſſe eſt,
Motus utriſque locis, contraque celerrimus extet
In ſummis, imiſque: Sed eſt, ut diximus ante,
Ad

1 Expoſitis, & inter ſe comparatis hiſce binis viribus, quæ conjunctæ per compoſitionem, ut coaleſcant in unam, urgent circa quadraturas Lunam in Terram, & circa ſyzygias ipſam a Terra diſtrahunt, effectum hic perſequitur tam earum, quam primæ illius partis ſecundæ vis. Quod attinet ad illas, cum reſpiciant ipſum Terræ centrum, nihil turbant deſcriptionem arearum æqualium, nec multum celeritatem turbant, quorum utrumque turbat plurimum, uti vidimus, prima pars ſecundæ perturbatricis, agens nimirum perpendicularirer ad rectam tendentem a Luna ad Terram. Hæc quidem a novilunio ad quadraturam retardat, uti vidimus, deſcriptionem areæ, & celeritatem; ſed in ejus arcus extremis punctis eſt nulla, uti vidimus, in medio maxima: eadem lege auget uſque ad plenilunium, minuit uſque ad alteram quadraturam, auget uſque ad novilunium.

Inde infert celeritatem Lunæ fore maximam in ſyzygiis, & minimam in quadraturis; cumque e contrario vis Lunæ in Terram debeat eſſe minima in ſyzygiis, ubi a viribus perturbatricibus diſtrahitur, & maxima in quadraturis, ubi in illam urgetur; conſequitur, ut etiam ſi ex prima projectione deberet circulum deſcribere, debeat ob hujuſmodi vires perturbatrices mutare circulum in ellipſim. Nam ubi velocitas eſt major, & vis in Terram minor in ſyzygiis, debet orbis minorem habere curvaturam;
con-

Ad Terram gravitas minor his, & major in illis;
Vi ſiquidem gravitas a prima augetur in illis
Vaneſcente alia, ſed in his contraria prorſus,
Triplaque vi primæ hæc fiet; decreſcere triplo
Propterea hìc gravitas, pluſquam illic creſcere debet.
Fiet at hinc (æquum vel ſi deberet in orbem
Luna ſua à gravitate rapi, ob jactumque priorem)
Orbis ut a geminis, quæ turbant, iſte prematur
Viribus, & ſpeciem ſeſe conformet in ovi,
Nempe locis laterum paulo productior extet,
Inque locis aliis ſe finibus inferat arctis.
Quandoquidem (rerum paria extent cætera circum)
Mobilitas cum major ineſt, mediumque petendi
Conatus minor; arcus item, quem mobile ſignat
Corpus, erit minus incurva ratione reflexus.
Quapropter Lunæ flexus minus orbis, oportet,
Illic ſit, quo tota latet, vel plena refulget,
Et gracilis magis, & parti compreſſus utraque;
Nam tum eſt liberior Lunæ fuga; plus fugit ille
Ut duro puer a Domino, qui callibus exit
Obliquis, rectoſque capeſſit. Creſcere debet
Hæc fuga principio, porro decreſcere furtim

Fur-

contra vero ubi vis eſt major, & velocitas minor in quadraturis, deber orbis habere curvaturam majorem; adeoque debet eſſe figura quædam ovalis compreſſa in ſyzygiis, & protuberans in quadraturis, uti eſt ellipſis.

Notat autem & illud, ibi debere haberi maximam diſtantiam a Terra, ubi eſt maxima accedendi cauſa, & ibi minimam, ubi eſt maxima cauſa recedendi. Nam a ſyzygia, in qua vis in Terram eſt minima, & velocitas maxima, fugit Luna quodammodo, & conatur perpetuo recedere plus æquo; dum interea vis in Terram creſcens, & velocitas imminuta perpetuo ipſius fugam cohibent; & illa facta maxima, hac minima in quadratura, retrahatur jam Luna in Terram, & cogatur accedere; donec in altera ſyzygia imminuta iterum vi, & aucta velocitate, iterum incipiat fugere uſque ad novam quadraturam, atque ita porro.

Sic & penduli pondus ubi maximè receſſit a medio infimo puncto arcus deſcripti, ibi maxime a gravitate obliqua in ipſum urgetur.

Porro hinc jam fit, ut Luna cæteris paribus magis a Terra diſtet in quadraturis, & minus in ſyzygiis, etiam cum in ellipſi movetur, ob eandem nimirum cauſam; unde oritur & mutatio ipſa formæ orbis elliptici; ſed Noſter ad aliam mutationem gradum facit, qua nimirum ipſa linea apſidum, quæ jungit apogeum cum perigeo, & eſt axis major ellipſeos, non ſemper eandem ſpectat Cæli plagam.

Furtim aucta gravitate, & mobilitate minuta,
Ulterius donec tandem fugere impediatur,
Et rursum incipiat Telluri accedere Luna,
Atque sub imperium Dominæ fugitiva reverti:
Semper quoque loco laterum qui vertitur ordo.
Primo itidem accessus augentur, tum minuuntur
Furtim mobilitate aucta, & gravitate minuta.
Accessus proin deinde recessibus immutantur;
Hic fit nempe locis & summo, & transitus imo.
Proinde accedendi queis major causa locis est,
Illa magis distant a Terra; contra ubi major
Causa recedendi, minor est distantia ibidem.
Hæc eadem quoque causa facit, cum Lunifer orbis
Debeat a prima non æquus origine gigni,
Sed species fieri coni de segmine princeps,
Continuo ejusdem ut mutetur tempore forma,
Sic tamen, ut si sint rerum paria omnia circum,
Luna silens, vel plena micans minus esse remota
Debeat, in medio secta quam fronte renidens.
  Nunc [1] orbis locus a Terra sublimior unus
Longe extans, cur non Mundi prospectet easdem
Perpetuo partes, at ad has vertatur, & illas,
Quærendum est; quin, quo præcesserit inclytus harum
Monstrator rerum, & rationum Inventor, eundum.
Ipse igitur primo discrimen virium earum
Inquirens, fieret per quas immotus, & idem
Mobilis orbis, uti, quem Lunæ conterit astrum,
Haud temere esse orbem confingimus, extudit istud
Arte sua, spatiis bis crescere pro repetitis
In sese; porro in numeros, ut vincla coegit
In sua, quas vires addi, demive necesse est,

Orbis

1 In hac itidem perquisitione profitetur se Newtonum sequi. Is nimirum inquisivit in differentiam vis, quæ requiritur ad hoc, ut mobile quoddam describat orbitam quandam immobilem, & vis, quæ requiritur, ut describat orbitam eandem, sed gyrantem circa centrum virium; ac invenit, primo debere esse vim ejusmodi in ratione reciproca triplicata distantiarum; invenit methodum reducendi eandem ad calculum, & invenit debere ipsam orbitam regredi contra directionem motus corporis eam percurrentis, vel progredi, prout vis tota decrescit in ratione majore, vel minore, quam sit,

Orbis ut immotus (sit qui æquo proximus orbi)
Mobilis exoriatur; iter quoque deinde peregit
Oppositum, vertitque vices, & mobilis orbis
Motu ex proposito discrimen venit ad ipsum,
Eduxitque animo relegens, quod corpus in orbem
Pergeret immotum, si in sese pro repetito
Decrescens spatio vis exagitaret, iturum
Jam per mobile iter, si vis non illa maneret,
Verteret & morem, quo se circum undique fundit.
Debet enim jungens vicina, remotaque, in orbe
Quæ loca sunt, tractus procedere, sive retrorsum
Verti, ut vis agitans mutatur plusve, minusve
Illa, quæ immotos deferret corpus in orbes.
Nunc vis illa prior, gravitati qua sit adauctus,
Alteraque alterius pars, qua decerpitur inde,
Cum non mutentur spatiorum more recepto,
Efficiunt; Lunæ vis tota ex omnibus unà
Conveniens non pro spatiorum illo ordine constet,
Propterea que loci pariter brevis, atque remoti
Mutetur plaga, quæ secum ipsum deferat orbem.
Utraque juncta simul geminarum effecta, meante
Infra, vel supera Luna, quod diximus ante,
Assueto reddunt gravitatem more minorem,
Majoremve, illa ad latera obversante vicissim.
Quod tollunt, duplum est, quam restituere quod istic,
Majoremque etiam fiunt ea furta per arcum.
Tum variatur & hìc gravitas, variatur & illic
Mensurà, quam quæ est spatiorum certa, minori.
Nonne vides igitur, quod opus, cum dempseris illic,
Quod tum exit, minus immutari lege recepta,
Cumque hìc addideris, magis immutarier illà.
Proin loca conjungens vicina, remotaque tractus,
Luna

sit, quæ ad immobilem orbem describendum requiritur.

Quamobrem vis illa composita ex prima perturbatrice, & parte secundæ perturbatricis, dum circa syzygias minuit gravitatem in Terram, & circa quadraturas auget, cogit lineam apsidum in primo casu progredi, in secundo regredi, & regressus erit minor progressu, tum quia vis ea, quæ minuit in primo casu, est dupla, ut vidimus, ejus, quæ auget in secundo, tum quia diutius habetur illa, quam hæc, adeoque post singulas conversiones invenitur promotius apogeum secundum signorum ordinem.

Luna illic versante, antrorsum progredietur,
Hìc Luna versante, retrorsum deproperabit:
At citior progressus, & est spatiosior. Omni
Ergo circuitu confecto, signa secundùm
Signiferi provectus erit sublimior orbis
Mobilis ille locus. Sed erat, quæ rodere posset
Viscera Avis reparata ligati ut rupe Promethei,
Cælestem non quod furto decerpserit ignem,
Sed quod adhuc tanti deerat pars ultima furti:
Nimirum motus [1] minor hìc discrimine duplo
Prodibat numeris, quam servaretur. Ubique
Tollere certatim pugnatum obstacula tanta.
Conditur in latebris jam frustra his, castaque lucis
Ne nimium fidat Trivia, ut Mortalibus extet
Invia, neu cæco educatur capta recessu;
Namque iterum numeros, iterumque, ut retia lata,
Prætendunt; jamque arte domant, reteguntque latentem,
Deprenduntque vias omnes, fraudesque retexunt.
Nunc [2] geminis hærendum in nodis, Lunifer orbis
Quos facit hinc illinc, secat æquor grande meantis
Dum circum Terræ, partimque extollitur alte,
Conditur atque humilis partim, subterque latescit,
Interea flexu non inclinatus eodem.
Nam vis illa prior cum sese dirigat ipsa
A Luna ad Terram, positus conservat, uti sunt,
Orbis Luniferi, neque flexu hunc commovet ullo.

Altera

1 Hìc innuit illud, quod Clerautio accidit ineunti calculos pro hoc motu, quem Newtonus nequaquam determinaverat. Obvenit ipsi motus apogei duplo minor, quam eundem observationes definiant. Censuit initio inde colligi gravitatem Lunæ in hac minore distantia aberrare nonnihil a ratione reciproca duplicata distantiarum; sed deinde deprehendit errorem calculi, in quo terminum neglexerat, non negligendum; & nunc quidem jam compertum est etiam aliis methodis, hìc etiam Newtonianam theoriam conspirare cum observationibus.

2 Progreditur hìc ad motum nodorum, nimirum illorum punctorum, in quibus orbita Lunæ secat planum Eclipticæ, transiens ex parte australi in borealem, vel ex hac in illam. Prima e binis viribus perturbatricibus cum dirigatur ad Terram, agit in plano orbitæ lunaris, adeoque non turbat ipsum planum, nec nodos. Secunda extra id planum dirigitur, & ea turbat tam nodos, quam inclinationem planorum. Concipiatur ille arcus, qui describeretur sine hac vi, tum ille, qui describitur ipsa accedente; si continuetur hujus posterioris

Altera vis non eſt Lunæ diſtenſa per orbem;
At per eum, magno quem ſignat Terra meatu;
Propterea propria Lunam deducere tentat
Uſque a planitie, ſemperque inſerse recentem
Inque aliam, inque aliam; quæ non iter amplius illud
Terrai magnum ſecet unâ, qua prius, ora,
Ipſi nec flexu inclinetur, quo prius, uno,
Aſt alio, atque alio pariter, flexuque, locoque.
Si nunc tractum illum tenuem, quem tempore perquam
Exiguo peragit, dum fertur Luna per orbem,
Componas alio cum tractu, tempore eodem
Vis ea quo Lunam ducit, reperire profecto
Tunc erit, & quantum nodus mutetur uterque,
Et quantum varient inter gemina æquora flexus.
Scilicet inventum eſt illa procedere nodos,
Qua ſunt ſigna, plaga, quoties Luna ipſa moratur
Alterutrum e geminis inter latus orbis, ubi ore
Dimidio fulget, cum tranſmeat, inter & ipſum
Nodum, qui alterutro huic lateri vicinior extet;
Et regredi nodos, contraque incurrere ſigna,
Cum fuerit ratione alia quacumque locata.
Qui laterum jungit loca, ſeſe quique per ambos
Extendit nodos, tractus ratione ſecant ſe
In medio obliqua prope ſemper, conficiuntque
Hinc illinc acie flexus ſeſe inter acuta,
A latere aſt alios obtuſo culmine hiantes;
Atque ita dividitur non æquas quattuor orbis
Lunifer in partes: cum pars ſubtilior harum

Lunam

rioris planum, nec ſecabit planum eclipticæ, ubi id ſecabatur; a plano prioris arcus, nec inclinabitur æque, ac illud. Inde motus nodorum, & mutatio inclinationis.

Porro Newtonus, qui hanc nodorum theoriam plurimum excoluit, ac perfecit, invenit illud, ubi Luna verſatur inter nodum, & quadraturam ſibi propiorem, nodos progredi, cum autem verſatur inter nodum, & quadraturam remotiorem, eoſdem regredi. Concipiatur linea tendens ab una quadratura ad aliam, & linea tendens ab uno nodo ad alium. Hæ binæ lineæ ſe plerumque oblique interſecant, & continent binos angulos acutos, & binos obtuſos. Dum Luna eſt in acutis, nodi progrediuntur, dum in obtuſis, regrediuntur; hinc plus regrediuntur, quam progrediantur, adeoque poſt ſingulas converſiones occupant loca occidentaliora, & ſingulis annis 19 circiter gradus conficiunt regreſſu ſuo, ſi medius eorum ſpectetur motus, ac intervallo paullo minore annis 19 converſionem integram abſolvunt.

Lunam habet utralibet, per signa secunda feretur
Nodus; ab his retro contra conversus abibit,
Obtusos intra cum flexus illa vagatur.
Et quoniam hos intra mora longior, intervallo
Retrorsum proin nodus eat majore, necesse est.
Nodi, circuitum cum denique Luna peregit,
Apparent retrogressi; denisque quotannis,
Atque novem pergunt gradibus; denisque prope annis
Atque novem toto circum sese orbe revolvunt.
Atque [1] hæc per numeros posita ratione oriuntur,
Hæc Cælo servantur item; proin vera videtur
Hæc ratio, circa Terram qua Luna cietur
Per varios motus; queis nunquam cum sibi constet,
Ut docui, possit constare an tempore, gyros
Quo peragit circa Tellurem? nonne necesse est,
Nunc brevius, nunc fiat idem diuturnius, ut sunt
Turbantes circum causæ, & sunt cætera circum?
Esse vices etiam diversas adjice cunctas,
Non æquis spatiis ad Terram Sole manente,
Non Terra ad Lunam, non orbis partibus hujus
Solem uno positu, & Cæli spectantibus oras.
Omnes [2] sed varios me Lunæ evolvere mores
Jam piget, errantemque sequi, vicibusque agitatam
Perpetuis, duroque diu insudare labori.
Ex his jamque potes facili tu noscere pacto,
Unde sit, ut varium consuerit Luna vocari
In Cælo sidus, quo deinde a nomine vulgus
Detulit imperium Triviæ, instabilesque potenti
Subjecit Dominæ res, assuetasque novari.
Propterea quia quidquid habet mare, terra, vel aer
Naturam præfert variantem, multiplicemque,

Tel-

1 Hisce fusius expositis alias inæqualitates hic congerit innuens tantummodo: nimirum tot orbitæ, & celeritatis mutationibus mutari etiam tempus periodicum, quo Luna conversionem absolvit suam: præterea mutationes omnes hactenus expositas pendere etiam a distantia Terræ a Sole, distantia Lunæ a Terra, ac positione orbitæ lunaris ad Solem, quibus mutatis mutantur ipsæ vires perturbantes, & earum ratio ad gravitatem in Terram, adeoque mutantur & ipsi earum virium effectus.

2 Ab his Lunæ erroribus occasionem arripit evagandi per finale episodium, & primo loco hanc ipsam, ait, tantam Lunæ inconstantiam in suis motibus dedisse occasio:

Tellurem, pelagus dixere, atque aera Lunæ
Subjectum, quæ clausa illo & sunt omnia gyro.
Proinde mari faciles ventos, Cælique nitorem
Nauta soluturus patrio de littore longùm
Dum sedet expectans, in menstrua tempora Lunæ
Quattuor inquirit, nam credit quattuor illis
Temporibus Lunam Cæli convertere mores,
Non aliis, tunc imbriferas dispellere nubes,
Ventorumque feros compescere posse furores,
Inque aliud differt spes tempore tempus ab uno:
Propterea neque nos fieri quoque tempore credunt
Ægrotos alio, tantùm illo solvere morbos
Se, vel adaugere, atque exanguia linquere membra
Expirantem animam; ætates cognoscere Lunæ
Mos erat idcirco medicam exercentibus artem,
Opportuna dare ut non lævo pocula possent
Tempore, felicemque horam, aut prædicere tristem.
Non nisi servato mandantur tempore Lunæ
Semina proscissam in terram, non messis in arva
It flaventia, non ad robora dura bipennem
Admovet agricola, aut fructus ex arbore carpit,
Non herbas, floresque movet missurus in urbem
Villicus ignarus; corrumpi hæc omnia credunt
Nam secus, & celeri interitu sublapsa necari,
Et damnum spreta se credulitate manere.
Interius Cancri Luna crescente putantur
Crescere, echinorumque genus, conchæque sub undis,
Ostreaque, & quidquid vestitur cortice duro;
Forsitan id fiat, quia Cynthia præstat amicum
Lumen, uti captare cibum, & pinguescere possint,
Namque die torpent, epulas de nocte requirunt.

casionem tribuendi ejus cuidam influxui, quæcumque accidunt, potissimum ea, quæ variationes habent subitas, & sine causis patentibus; ac rem illustrat exemplo constitutionis aeris in ordine ad pluviam, & ventos, pro qua solet vulgus observare illa, quæ puncta Lunæ nominant, syzygias, & quadraturas, exemplo morborum, pro quorum curatione, & periodis observari itidem solebat Luna a pluribus Medicis, ac exemplo agriculturæ, pro qua itidem fuit, qui usque adeo Lunam observant.

Addit cancros, qui censentur Luna crescente pinguescere, quod fieri posse arbitratur idcirco, quia per noctem prædam non ita facile capiunt, nisi Luna suū lumen sufficiat.

Visa movet ſtomachum pleriſque, & molle cerebrum
Luna; vomunt capitis cum magno ſæpe dolore,
Et ſomnos adimi, deſideriumque ciborum
Sæpe queruntur; at hoc quædam conjuncta nitori
Illius ſpecies a noſtra mente videtur
Efficere, ut viſa quoſdam nuce concutit horror,
Aut oleo appoſito ſtomachi faſtidia ſurgunt;
Namque hos a claro percuſſos verbere Lunæ,
Si non advertant animum, haud ægreſcere cernas.
Creditur ipſa etiam vulgo magica orſa juvare,
Theſalicas & anus ſplendenti luce potentes
Efficere, ut valeant in aves, & in ora ferarum
Converti, & latum deferri nocte per Orbem.
Stultitia ſed noſtra ſua quia conſtruit artes
Mens magicas, aliquas dum ſcilicet eſſe fatetur,
Errorem ex animis tantum hæc prudentior ætas
Diſpulit, evellens ſagis volitantibus alas,
Concilioque ſacras nocturno diruit ædes.
Creditur in mentes quoque Lunæ extenſa poteſtas,
Nam mentes plerumque etiam variare videmus
Humanas, ipſumque animi verſatile noſtri
Conſilium, ingeniumque volubile prorſus, & exlex;
Præſertim quos inceſſit veſania jugis,
Aut brevis illa itidem lymphatos, irave torquet
Præcipites, quatit aut incertus pectora mœror,
Dicimus hos Triviæ contactos eſſe flagello:
Hinc animos furor omnis inundat, & Evius Evan,
Sævities, & triſte odium, & rationis egeſtas.
Crimina ſic Cælo donamus, transferimuſque
Noſtra, nec, unde ortus ducunt, auctuſque, videmus,
Illa, neque e medio conamur vellere corde,
Scilicet inſontes videamur ut eſſe, bonique,
Non tamen, ut ſimus, contendimus: O mala mentis
Libertas! Quidam ignotus nos perculit ardor,
Pro-

Addit & eos, quorum morbi quidam augeantur, vel minuantur pro incremento, vel decremento illuminationis lunaris, quod phœnomenum pendere putat ab impreſſione, quam lunare lumen efficit in eorum ſenſorio, & cerebro: ſunt enim quædam concuſſiones, quæ vel ab aſſuetudine, vel a peculiari fibrarum conſtitutione proficiſcuntur, quibus ii effectus tribui poſſint, quod, ait, plerumque non

Protinus ætherio percuſſos credimus æſtro,
Noſque Deum monitu velut inſanire putamus:
Tunc inimicitiis contendere, ad arma volare,
Et miſcere venena, & ficta inceſſere culpa,
Et conſanguineo turpari ſanguine ſæpe
Fas, juſtumque videtur, & aras vertere Divum;
Talia qui damnant, nimium in contraria ſeſe
Convertunt plerumque, nec agnovere, feroces
Cum videant alios furere, incuſentque, furore
Oppoſito ſe proinde rapi, pariterque nocenti.
Quin etiam interdum Sapientibus eſſe negatum eſt;
Scilicet in furias flagrante quieſcere Mundo,
Nec flagrare itidem, parilique ardeſcere motu,
Eſſe quidem trunco propius, lapidique videtur.
Cecropidum leges mulctabant, ſi quis in unam
Non partem civis ſeceſſerit, arma movente
Hinc illinc populo civilia, ſpectaritque
Interno patriæ lacerari viſcera bello
Immotus, tulerit nec opem, quam credidit aptam.
Ac male quam mixtus furibundis, quamque locatus
Difficili ſtatione foret pacatus, inermis,
Et ſapiens inter ſtulta, irrequietaque corda,
Clarius ut noſcas, age, percipe, fabula quondam
Quod facile in terris vulgata, & credita profert;
Nimirum priſco ſapientes tempore, ſudo
Sub Divo vixiſſe homines, cum lactea forſan
Flumina manabant rivis, & roſcida mella
Sudabant ſilvæ, cum nullo agitante tumultu
Aurea per lætos florebant ſæcula campos.
Sidera namque ferunt tum quendam, aviumq. volatus
Perdoctum vidiſſe, brevi fore, ut horridus imber
Decidat, atque nova quem forte aſperſerit unda,
Excuſſo cogat velut inſanire cerebro.

non accidere, niſi ii, quibus accidunt, advertant Lunam excreviſſe.

Inde progreditur ad fabulas aniles Veterum, ut Lunæ magicis incantationibus deducendæ de ſuo curru, & alias ejuſmodi, quæ quidem prudentiore jam ævo exciderunt omnia, tum ad vim, quam Luna creditur a nonnullis in humanam exercere mentem, quem errorem eo etiam perſtringit nomine, quod noſtra vitia, & furorem

Horruit, & Mundo vulgavit triste periclum,
Nequidquam, nam nullus erat tum cognitus Augur;
Cavit at ipse sibi, atque illo adventante subiyit
Antra die, cæcosque aditus, terramque profundam.
Ecce tonante ruit Cælo pluvia unda profuso,
Irriguique natant campi, montesque superne
Evolvunt rapido torrentes gurgite lymphas.
Jam mortale genus, latis errabat ut arvis
Securum, subito madefactum est rore, novoque
Correptum pariter morbo; jam protinus omnes
Bacchantes latis homines excurrere campis,
Quassare & capita, & truculentas mittere voces.
At Sapiens terra latitans, ut nubila sensit
Disjecta, & Cæli speciem rediisse serenam,
Prossilit in superos, & luci redditur almæ.
Spectaclum infelix! furiis immanibus omnes
Vidit agi; quæ tum monstra ac portenta notavit!
Hunc vexare timorem, illum ambitione domari,
Illum & avaritia, & viso impallescere ab auro,
Multos ira, odiis, cæcaque libidine multos
Correptos; spes ante oculos, & gaudia vana,
Et dolor, & lacrymæ, & tristes nova nomina curæ,
Omnia turbarum plena undique, & omnia victa
A ratione repulsa, in eo confusa tumultu.
Dum stupet, & sana se solum mente potiri
Lætatur; lætum sinere illi haud esse; repente
Ad monstrum veluti vis undique circumfusa
Irruit irridens hominum, atque huc pellit, & illuc,
Et vice mutata malesanum hunc incita clamat,
Jamque in dura parat detrudere vincula captum.
Ille malum miserans tantum nunc increpitabat,
Nunc frustra revocabat ad amissam rationem,
Et bona præteritæ repetebat perdita vitæ;
Acrius urgebant illi, circumque premebant,

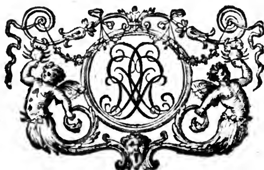
Quid

rem cæcum, quo nostra plerumque culpa abripimur, ut nos excusemus, in Cælum rejicimus. Atque hic ad insaniam humani generis carpendam, & communia in primis vitia perstringenda vulgatissimam adhibet fabellam illam pluviæ homines ad dementiam adigentis, quos attigisset; quam unus qui evitaverat, cum a furentibus urge-

Quid faceret? vitam intutam sibi ducere durum,
Irrisamque fuit, cunctorum & ferre furores;
Scilicet haud illos proprium cognoscere morbum,
Stultitiamque suam cæcos perferre libenter.
Illic forte lacus pluvia collectus ab unda
Nuper erat; mediam sese projecit in undam,
Involvitque luto turpi; stultissimus unde
Prodiit, atque hilaris nimium ratione relicta,
Stultorumque a concilio plaudente receptus.
Proin Sapiens inter mortalia sæcla relictus
Nullus erat, prolem semper genuere Parentes
Insani non dissimilem, atque antiqua Nepotes
Semper in humano renovant deliria corde.
Quidnam etenim nostris medium est in rebus, & æquum?
Quæ studia inter nos versamus, non ubi multam
Nostra habeat partem vesania consiliorum?
Omnibus in rebus virtutem audire, sequique
Semper quis suevit solam, solaque moveri?
Protinus invadit quædam vis fervida pectus,
Qua rapimur, magnoque obstantia quæque fragore
Dejicimus, non vitamus, non arte movemus.
Vel fuerit ratio, quæ nos commorit, eandem
Cur furor insequitur plerumq., atque omnia turbat?
Ut Leo Marmaricis escam dum quærit in arvis,
Infervit, & ex oculis micat acribus ardor,
Proterit & sata, Pastoremque interficit ipsum,
Dispergitque pecus. Cur non Pax oscula jungit,
Pax bona, præsentum pax munus amabile Divum?
Scilicet humanæ Status optimus est Rationis,
Pectore pacato constans, vultuque sereno:
Tunc nihil exagitat rerum, quæcumque quietis
Advenisse queant, solido nil pectore stantes
Concutit; usque procax, fac, turba irrideat; ipsi,
Latrantis vocem catuli ut bos fortis eundo
Temnit, eo properant, quo lumen ab æthere dium

urgeretur undique, habitus ipse pro insano, ut imminens vitaret periculum, se immersit in lacum, in quem aquæ ex ea pluvia residuæ confluxerant, & furens illico, ac furentibus jam similis habitus est pro sano: tum fortitudinis, & solidæ virtutis præcepta inculcans librum absolvit.

Extulit, immotis & Virtus fulfit ab aftris.
Mors atra horribili femper circumfita luctu
Nil habet, impavidos quo terreat; omnia folvat
Vitæ clauftra, animi nequeat corrumpere pacem.
Quidquid fata ferant, fatorumque Arbiter, ultro
Excipiunt, æqua fubeuntes funera mente,
Et duros vitæ, quos juffi cumque, labores.





LIBER SEXTUS

Alma [1] quies, duræ ſtatio placidiſſima vitæ,
Propoſita eſt votis hominum, ſemperque laborum
Jactantes inter fluctus, curaſque petita;
Attamen ignavæ diuturna per otia vitæ
Haud ceſſare homines juvat, & langueſcere ſemper;
Quoddam pondus ineſt animo, cum torpet, inerti,
Quod deponere quærit, & ipſam tædia vitam
Laſſant nil rerum peragentem; proinde teneri
Optat, & uſque ſuas aliquo contendere vires.
Nil dare, quo poſſint exerceri, eſt ſinere illas
Diffluere, & propria fraudari ſorte vacantes.
Scilicet id voluit Naturæ providus Auctor,
Ut noſtra nunquam ceſſemus ab utilitate;
Proinde voluptatem duro immiſcere labori
Collibuit quandam, quæ nos invitet, agatque
Ad bona noſtra trahens, blando avellatque ſopore.
Ergo ſagax laſſos, defecturoſque labore
Natura ad requiem vocat, & dulcedine ſpargit
Otia, & inſueto ſomnos rigat alma lepore:
Otia poſt, ſomnumque, ardorem ſuſcitat ipſa
In membris, animoque, ut poſſit utrinque capeſſi

 Inter-

1 Exordium deſumit ab alternatione, quam ipſa Natura inſtituit inter otium, & laborem ita, ut illud nequaquam delectet, niſi huic, & quidem multo diuturniori intermixtum, atque id, ut in reliquis omnibus vitæ humanæ inſtitutis, ita & in ſtudiis, quod in ſe ipſo

Intermiſſa opera, & labor opportunus adiri;
Propterea facit & luci ſuccedere noctem,
Æſtatique hyemem. Tamen ipſi cura laboris
Eſt prior, hunc proprium nobis Mortalibus eſſe,
Perpetuumque jubet, propterque hunc otia nobis
Inſtituit; quare nulla eſt humana, vacare
Debeat ut curis, ætas. Juveneſque, Virique
Emeritos fore ſe ſperant, cum ruga notarit
Ora, atque imbelles ierint per tempora cani;
Spes juvat hæc; verùm nunquam nova cura, laborque
Deficit; & ſi fors amoti a rebus agendis
Tunc fuerint, tædetque ſui, miſerumque, dolenſque
Incuſant ævum, nec vitam agitare videntur.
Agricola incurvo terram molitus aratro
Æſtivos ſoles ubi condidit, otia captat
Stratus humi, ſomnumque brevem, lætuſque peracto
Noctis circuitu redit ad ſua munera, & herbas
Evellens canit, & ramorum culmina ſtringens,
Taurorumque regens juga duro innixus aratro.
Idem etiam preſſus longæva ætate ſub alta
Deciduos fructus legit arbore, lac premit, uvas
Colligit, & crates de vimine texit ad ignem;
Si nequeat, querula moribundum voce vocat ſe.
Uſque adeo dulcis labor eſt, ingrataque nobis
Otia, cum non ſunt multo interrupta labore.
Quin & nobilior quo ſit, jucundior omnis
Eſt opera, hæc quanquam laſſet magis; ire per altum
Mente juvat Cælum, juvat ima in viſcera rerum,
In Superumque domos, atque inſinuarier artem,
Fataque, Naturamque, & eo laſſarier auſu.
Me quoque cauſarum laſſat labor, & juvat idem,
Me quoque Muſarum; ſtudia hæc ſociare viciſſim
Durum, & dulce ſimul, curiſque adjungere curas,
Et veluti geminum fragili mare findere puppi.
Jamque opere aſſiduo vexatus nocte, dieque
Interdum laudare meo, atque optare quietem

Cœ-

ipſo experiatur Noſter ita, ut ubi a ſtudiis defeſſus per rusticationem Tuſculanam in primis, vel Tiburtinam animum relaxat, ſe iterum litterarii laboris amore ſolicitari ſentiat, quem hic idcirco libentiſſime reſumit.

Cœpto animo. Quæ tum securæ oblivia vitæ
Vel prope Tiburni resonantes ducimus undas,
Vel juga Telegoni qua se frondentia tollunt!
Quam campis hilares latè expatiamur apricis!
Umbrosumque juvat nemus, & lustrare perennes
Lenis aquæ rivos, & musco consita saxa,
Et pastorales audire per arva cicutas
Silvestrem tenui modulantes carmine musam,
Et solis tenerum narrantes montibus ignem,
Festivumque diem, & spectacula rustica adire;
At non & curas ludis miscere severas
Innocuis, nec bella novo conflata tumultu,
Consilia aut inter Reges agitata morari
Ambitione procul, procul aulæ mobilis æstu,
Pectore propterea læto magis, exque plicato,
Præsertim nitidi si soles, sudaque Cæli
Tempestas animis Zephyrorum mollibus auras
Mulceat, & volucrum cantu, & redolentibus herbis.
Has tamen inter opes naturæ, deliciasque,
Nec longùm, assueti revivifcit cura laboris,
Et desiderium causarum; jamque novatas
Acrius ardet mens illuc convertere vires,
Quam tædet torpere diu, & languere vacantem.
Ergo [1] age, quod superest, mecum hìc delabere motus
Ad tenues Lunæ, queis sese corpore paulum
Nutanti huc illuc librat; lustrabimus inde
Deductæ paulum pariter quoque pondera Terræ,
Dum fit, uti luces æquantia noctibus omni
Tempora præcedant anno; veniemus ad æstus
Protinus æquoreos; & caudas esse Cometis,
Et qua, dicemus, fiant ratione; videri
Denique si quidquam gravitati possit obesse,
Inquiremus, & id, quodcumque est, disjiciemus

Auras

1 Proponit paucis argumentum hujusce libri acturus primo de libratione Lunæ utique exigua, de præcessione æquinoctiorum ortâ ab inæquali gravitate Terræ non sphæricæ in Lunam, & Solem, de æstu maris, de Cometarum caudis, quæ omnia relationem habent cum gravitate, demum objectiones, quæ contra gravitatem fieri solent, dissoluturus. Immiscet autem iisdem & alia nonnulla, ut patebit inferius, velut ea, quæ pertinent ad atmosphæras Planetarum, & Lunæ in primis.

Auras in vacuas, tela ut mucrone retuſo
Irrita ſæpe volant rapidis ludibria ventis.
Confer ad hæc cupidam, vacuam ſed cætera mentem.
Diverſa [1] ut Lunæ gravitas in lampada Solis
Diverſa ſuper orbe ſuo regione locatæ
Mutari ipſius vires facit, & variari;
Partium ita ejuſdem gravitas diverſa trahentem
In Terram, diverſa figuraque, materieſque,
Efficiunt, ſemper faciem convertat ut unam
Terræ Luna; licet quid in hoc appareat exlex.
Cum tuimur Lunæ faciem, nos ſemper eaſdem
Conſpicimus maculas fundi ſuper, exiguoque
Vibrari tantùm motu deprendimus ipſam,
In latus occiduum, vel eoum ſcilicet, oras
Atque in hyperboreas Urſarum, Auſtrique calentes.
Namque aliquo maculæ quæ tempore conſpiciuntur
In media Lunæ regione, videmus eaſdem
Tempore poſt alio regione recedere paulum
A media; paulum quæ limbo accedere viſæ,
Aut illinc paulum dimotas deinde tuemur,
Aut nuſquam, averſa jam Lunæ in parte latentes.
Hæc eſt parva tamen variantia, vixque, peritis
Ni vigilans oculis obſerves, aſpicienda;
Ipſaque proin ſpecies Lunæ haud mutata videtur.
At [2] neque vel prorſus ſi mutaretur, in orbem
Viſa ſuum verti, fors multum id noſtra profecto
Referret, colimus qui Terram; profit, & obſit
Solis id Lunæ Cultoribus: inde tuentur

Nam-

1 A libratione Lunæ exorſus affirmat illud, ut diverſa poſitio Lunæ in orbe ſuo vires illas perturbatrices inducit, de quibus actum eſt in fine quinti libri, ita diverſam gravitatem diverſarum partium Lunæ in Terram, figuram ejuſdem Lunæ non exacte ſphæricam, & denſitatis aliquod diſcrimen in cauſa eſſe, cur eandem Telluri obvertat faciem ipſa Luna, qua de re agemus in ſupplementis: at non eandem accuratè faciem obverti ſemper, unde fiat, ut eædem maculæ jam remotiores a limbo appareant, jam propiores, & earum nonnullæ aliquando etiam ultra limbum abeant in partem nobis inconſpicuam: at ejuſmodi nutationem eſſe admodum exiguam.

2 Exponit, quid accidat Lunæ incolis, ſi qui ſint, ob hanc poſitionem Lunæ, eandem ſemper faciem obvertentis Telluri. Nimirum, qui ſunt in hemiſphærio Lu-

næ

Namque alii Tellurem, immotum ſemper ut aſtrum
Ingens, ni quantum nutare videtur, eidem
Nam Terræ tribuunt motus, queis Lunam agitari
Cernimus; &, viſum niſi denſus ſiſtat is aer,
Aſpiciunt noſtro motus ſuper axe diurnos.
Horum & pars aſtrum ſuperis hoc verticis oris,
Aut prope, pars tantùm Mundi ſuper æquore lato,
Pars medium ſecto ſuper extans corpore cernunt.
Aſt alii, quibus eſt ad nos loca verſa negatum
Incolere, haud ullo proſpectant tempore Terram;
Ut nec ab Europa Boreæ contraria quimus
Aſtra videre, nec his ſubjecta ingentia regna
Nobis conſpicuos unquam aſpexere Triones.
Multi & ſpectatum peregre ibunt, oppoſitaſque
Inviſent gentes, tranantes æquora vaſta,
Et magnos montes, & ſilvas trajicientes,
Narrabuntque domum ſpectacula mira reverſi,
Augebuntque etiam miracula tanta, velut mos
Eſt a longinqua procul adventantibus ora.
Forſitan & ſupera credunt de gente potentem
Tellurem (velut & Phœbi coluere ſororem
Qui quondam), magnamque Deum vocitare Parentem
Conſueſcunt, & vota ferunt, & tempore certo
Conjunctæ veniunt diverſa a gente quotannis
Nos veneraturæ, majora ut numina, turmæ.
Haud ſecus ac Arabum ſitibundos advena fines
Multorum adjuncta ſibi Thraxque, Syruſque caterva
Trajicit armatus, rapturum & diſtinet hoſtem
Vi-

næ nobis conſpicuo, videbunt Tellurem inſtar ingentis Lunæ cujuſdam, in qua nullum fere alium advertent motum præter diurnum, quo circa ſe convertitur, cum acceſſu ad ipſorum zenith, vel receſſu ob librationem ipſam, exiguo. Sunt autem qui ideirco & nomen comminiſcantur a Lunicolis Terræ impoſitum, qui, ut Wolfius, eam apud ipſos arbitrantur debere dici *Volvam*, a volvendo.

Inde progreditur ad eos, qui in hemiſphærio nobis inconſpicuo ſiti Terram nunquam videre poſſunt, niſi per longa itinera, id in altero hemiſphærio ſpectaculum viſuri eo contendant, uti nos Auſtrali polo vicina ſidera videre non poſſumus, niſi pergamus ad Æquatorem, vel ultra ipſum, & recenſet, quæ narrare poſſint, quæ etiam confingete, in quas ſuperſtitiones abire, ac ſolemnes etiam peregrinationes inſtituere ad viſendam hanc ſibi tanquam Deam, Turcarum more ad Mahumedis ſepulchrũ turmatim euntium quotannis.

Visurus vatis cunas simul, atque sepulchrum,
Fatales orbi cunas, fatale sepulchrum
Vatis, erythrææ pollutæ cujus arenæ
Nomine, divinusque suum rediturus ad orbem.
Sæpe illi vultum spectabunt Solis ab astro
Hoc [1] tanto obtectum; nostro tunc aere denso
Fracti diversa circum ratione meantes
Ibunt in varios radii, pulchrosque colores,
Proinde colent alto superam Thaumantida Cælo.
Hæc illis monstrabit iter fax maxima in undis
Æquoreis, plusquam nobis Cynosura, Heliceque;
Fixa manens etenim, qua sint regione, docebit,
Quoque loco positæ volitantes per mare puppes.
Hoc [2] igitur, Lunæ facies quod versa videtur
Usque eadem ad Terram, tentant deducere multi
Illius a gemino motu, qui tempore eodem
Conficitur, nam se proprio super axe revolvit
Ipsa semel, Terram dum circum fertur in omnem.
Et certe hic geminus si Lunæ corpora volvens
Motus, quisque sibi semper pede curreret æquo,
Non celerans, tardansque vicissim, & Lunifer axis
Esset Luniferum quoque semper rectus ad orbem;
Tum Terræ puncto a medio quæ tramite recto

Ad

1 Mirum sanè debet esse in Luna spectaculum, quod hic memorat, Solis defectus, vel etiam Tellus Soli proxima, ob atmosphæram terrestrem, per quam radii transmissi colores etiam varios exhibebunt; & quidem ii tantum, qui incolant hemisphærium nobis conspicuum, Solis defectum videre poterunt, & videbunt frequentissime, aliis, qui alterum incolant, nullum unquam habentibus ejusmodi phœnomenum. In eodem autem hemisphærio & ad suam geographiam, seu potius selenographiam, ordinandam debet prodesse plurimum hoc ingens astrum, quod & ad itinera dirigenda proderit æque plurimum: de quibus omnibus itidem in supplementis.

2 Agit jam de causa hujus constantis positionis faciei lunaris ad Terram, quam causam ait multos derivare a combinatione binorum Lunæ motuum, quorum alter sit totius Lunæ circa Terram, & alter ejusdem circa quendam proprium axem, qui motus cum æque diuturni sint, id efficiant, ut semper eadem facies obvertatur Telluri. Et quidem, ut hic Noster monet, si hi duo motus essent non tantum æquediuturni, sed & æquabiles, ac axis conversionis esset perpendicularis ad planum orbitæ lunaris, semper idem punctum faciei lunaris esset in recta jungente centra Terræ, & Lunæ, adeoque Luna semper eandem faciem obverteret centro Terræ. E diversis quidem

super-

Ad Lunæ medium duci via fingitur, ipsa
Usque locum Lunæ in facie tranaret eundem;
Propereaque videns Lunam alto in vertice stantem
Aspiceret semper facie ad se vertier una;
Non ita, spectantis fuerit translatus in ortum
Si locus, occasumne; etenim mutabitur unam
Ad Lunæ faciem positus; proin ipsa vel illud,
Vel latus hoc paulum retegetque, tegetque vicissim.
Vertere sic latera, & nutare videbitur illo
Tempore, in occasum quo rubro transit ab ortu.
Et quia si Terram de Lunæ corpore spectes,
Aspicias binis gradibus comprendier omnem;
Ille gradus nequeat binos excedere nutus,
Qui fiet. Quin in Boream nutabit ab Austro
Tum quoque Luna, vel a Borea dum migrat in Austrum.
Sed quoniam Lunæ mediam non motus ubique
Est sibi par circa Tellurem, ut par sibi constat
Alter, Luna suo quo circumvolvitur axe;
Punctum illud debebit idem, quod diximus esse
In Lunæ facie trajectum a tramite recto,
Mutari, quantum gemini discrimina motùs
Poscunt, quæ gradibus par est comprendere multis.

Sci-

superficiei terrestris locis appareret discrimen aliquod, cum Terra e Luna spectata occupet fere gradus duos diametro sua apparenti, adeoque si punctum Terræ existens versus marginem jungatur cum centro Lunæ per rectam quandam; ea recta perforabit ejus faciem in puncto per unum circiter gradum distante a priore illo, adeoque in motu Lunæ ab ortu ad occasum, qui fit translato puncto quopiam superficiei terrestris ab uno margine ad alterum, haberi debet etiam inde mutatio aliqua in puncto faciei medio, & proinde etiam in limbo; ut pariter pro diversa positione orbitæ lunaris ad Terram, quæ mutatur in ipso excursu per Eclipticam, quo Luna jam ad Boream accedit, jam ad Austrum, aliqua mutatio haberetur. Sed cum omnis illa etiam maxima mutatio ab ortu ad occasum non excedat ad sensum duos gradus circuli lunaris unum hinc, & unum inde; perquam exigua etiam, & parum admodum sensibilis inde nutatio oriri potest in lunari facie.

Inæqualitas major provenit ex inæqualitate motus lunaris circa Terram; nam inde fit, ut punctum illud respondens mediæ faciei respectu ipsius centri mutetur hinc, & inde tanto intervallo, quantum est totum discrimen inter motum æquabilem, quem dicimus motum medium, & motum inæqualem, quem dicimus motum verum, nimirum pluribus gradibus.

Scilicet [1] hæc ratio jam credita, vertat eandem
Cur ad nos faciem, famulantum more, potenti
Adſtant qui Domino, paulum & cur Luna tremiſcat.
Sed præterquam quod latera hoc mutata tremore
Solis his cauſis bene non aptare valebis;
Num tibi mens facile hæc conjungere tempora poſſit,
Ut nihil interſit, quibus & ſe Luna revolvit
Axe ſuper proprio, & Tellurem menſtrua luſtrat?
Forſitan hìc nunquam æquali fit tempore Lunæ
Circuitus; certe quiſque horum diſſidet unus
A multis, varianter enim turbantur ab ipſo
Sole, aliiſque etiam longum poſt tempus ab aſtris,
Quæ Solem circa medium errabunda feruntur,
Sæpe peregrinis itidem, ignotiſque Cometis.
Quin ſi forte velis mediam de pluribus unam
Menſuris variis menſuram fingere motùs,
Ut fingunt, mediamque vocant, qui ſidera norunt;
Cum ficta quid perficies? an cernere, quidquid
Fingere collibuit, poſſis? in ſæcula longa
Quis tibi ſervari vel eandem ſpondeat æquam,
Scilicet ut cauſas ob tantas inſinuari
Nullum ne poſſit diſcrimen, tempore longo
Multiplices ob circuitus quod denique tantum
Augeretur, uti Lunæ foret altera prorſus
Nunc facies, quam quæ tum primo tempore viſa eſt?

Di-

1 Oſtendit, hanc rationem non eſſe ſatis ad explicandam nutationem Lunæ: nec enim accuratè reſpondere phœnomena ei hypotheſi, nec eſſe credibile ſine cauſa aliqua determinata inducente nexum inter motum circa Terram, & converſionem circa proprium axem, utriuſque periodos ita accuratè æquales eſſe, ut poſt longiſſimam annorum, & tot converſionum ſeriem nullum habeatur diſcrimen. Creſcit autem hujus argumenti vis, ſi conſideretur tanta inæqualitas motus circa Terram inducta ab actione Solis, Planetarum, Cometarum, ut idcirco non vero alicui, ſed illi fictitio medio motui debeat eſſe æqualis converſio circa axem, in qua ne poſt longam quidem illam ſeriem diſcrimen aliquod appareat: quod ſi medius etiam is fictitius aſſumatur motus; ſunt plura indicia, hunc medium motum ſenſim mutari poſt aliquot ſæcula, & cum tam lenta ſit converſio circa axem, & tam aſpera Lunæ facies, fieri utique facile poſſet mutatio aliqua in ipſo tempore ejus converſionis; inductis autem perquam exiguis mutationibus non prorſus æqualibus, earum ſumma poſt multas converſiones evaderet utique ingens, nec eadem facies Telluri obverteretur.

Dicendum [1] est igitur Lunam vel habere suarum
Partium inæqualem textum, circum esse figura
Vel non conflatam simili sibi, parte sit omni
Ut gravitas non æqua, nec æquo momine pulset.
Nam si concipias istam procedere Lunam,
Ut cursu partes æque distante ferantur
Omnes inter se, quo cœpit, tendere perget
Partibus haudquaquam conversis, nec revolutis.
Interea gravitas in Terram flectere cogit;
Fune Magister equum nitentem pergere rectà
Ut medius tenet, ille orbes iterumque, iterumque
Agglomerat circum, & videt omni a parte moventem.
Si tunc a Terra Lunæ per corpus agatur,
Qua medium est, moles faciens binasque, paresque
Planities quæcumque, trahanturque a latere omni
Haud minus hæ moles æqualiter usque, necesse est
Servato jam Luna situ descendat eodem
Partium, ut ante fuit, super axe revolvere nec se
Incipiat quoquam. Gravitas in parte sed una
Si major sit, erit pars ut magis ista deorsum
Descendat, Lunam & se circa flectere cogat.
Hac modo, quæ gravior, partem ratione locari,
Fac, reputes, latere ut gravitas æqualis ab omni
In Terram rapiat; cum deinde recesserit illo

Luna

1 Assignat jam hujus phœnomeni causam mechanicam, quam Mairanius protulit. Dicendum esse nimirum centrum gravitatis Lunæ non congruere cum centro magnitudinis, sive quod figura a sphærica abludat, ut nimirum hinc, & inde a circulo eam nobis terminante non æque procurrat, sive quod in altero hemisphærio sit densior, quam in altero. Nam si Luna projiciatur motu parallelo, conabitur vi projectionis abire motu itidem parallelo, & sine ulla conversione circa axem proprium. Gravitas coget deflectere, quæ si inveniat globum homogeneum, coget quidem incurvare viam, sed partibus hinc, & inde æquilibratis, nulla circa axem quempiam inducetur conversio, sed totus globus motu parallelo descendet ad arcum curvum. At si habetur inæqualitas; illa pars, quæ plus ponderat in Terram, debebit utique se convertere versus ipsam, & descendere propius, quæ quidem, dum progressu centri Lunæ ab illo statu dimovetur, perpetuo ob hanc præponderantiam regredietur versus locum suum, ut lapis quidam inæqualis figuræ dum descendit in aqua, graviorem partem semper fundo obvertit, ac tantummodo nutare potest hinc, & inde, non potest fundo leviorem faciem obvertere.

Luna loco haud mutata, suis in partibus, ipsum
Quod Terram punctum prius aspiciebat, abibit,
Aspicietque aliud; circum at nova puncta manebit
Jam non par gravitas, cum nec globus illa, nec æque
Densa sit; ad punctum subito venietur, ubi illinc
Pars gravior, levior pars illinc altera constet.
Propterea assidui conatus exorientur
Partibus ad positus se primos restituendi.
Cum paulum Luna a statione recesserit illa,
Hic erit exiguus conatus, crescet at idem
Aucto pro spatio, donec tum denique major
Conatu fiat perstandi una in ratione.
Quare non positu nimium discedere ab illo
Luna queat; plus, sive minus sed abire necesse est,
Ut fuerit sua mobilitas majorve, minorve.
Quapropter faciem semper convertit eandem
Ad Terram, nisi se quantum in latera utraque vibrat,
Paulum nempe, suo tenues dans corpore nutus.
Sic quoque cum lapidem non omni a parte rotundum,
Aut ferrum æquoreis projectum mergimus undis,
Volvitur in fundum haud libratis partibus, & se
Inchoat in gyros hac illac vertere frustra,
Dimotæ redeunt nam partes, ad mediumque
Se subito flectunt; sic non nisi nutat eundo.
Jam [1] videas, quare res hæc, contingere dico
Quam Lunæ Terram cingenti, astrisque secundis
Fors aliis medium Jovis & cingentibus orbem,
Saturni & medium; Solem cingentibus ipsum
Non contingere item possit primoribus astris;
Quæ tantùm colere, & Regem revereri obeundo
Velle videntur, at officium servile recusant.
A varia gravitate petes discrimen idipsum

Pro

1 Hoc phœnomenum Lunæ obvertentis eandem faciem Telluri, commune fortasse etiam aliis Satellitibus Jovis, & Saturni, affirmat, non esse commune Planetis Primariis, qui eandem semper Soli faciem nequaquam obvertunt, atque id idcirco, quod nimis ab eo distant: inde nimirum fieri, ut inæqualitas gravitatis diversarum partium in Solem ipsum ad gravitatem totalem habeat rationem ad sensum nullam, quam ob causam ea non possit inducere ullam rotationem sensibilem, si initio fiat projectio impresso motu parallelo omni-

Pro longe vario spatiorum nempe recessu.
Nimirum cum pars in tracto corpore major
Una est, ut corpus se circum cogere verti
Fortius acta queat, si tentes altius ipsum
Evehere e medio corpus, decrescat eundo
Cum gravitas, decrescet item vis partis in axe
Vertendi corpus; demum si maxima constent
Intervalla, magis partis tenuata, magisque
Vis ea majoris cum vi exæquabitur omni
Circum aliarum, ut non ullo convertere motu
Ipsa queat corpus, variosque inducere nutus.
Quare si corpus non extra exceperit ullum
Circa se motum, non illam flectere sese
Propter vim partis poterit. Primoribus astris
Proin longe evectis medio de Sole, necesse est,
Non inferre queat motus id scilicet ullos;
Ut veluti Proceres Domina videantur ab aula
Disjuncti procul, audentes proin regia jussa
Negligere, ast alios adstantes ad sua cogant
Imperia: id notos aliis namque indere motus,
Ut docui, possit, Lunæ velut, atque Secundis
Saturnique, Jovisque astris, quia cominus adstant.
Atque his principio si extrinsecus additus esset
Semper multiplices in gyros se glomerandi
Impetus; inducens partes libramen in omnes
Vis ea paulatim, seu tardans, sive secundans
Impressos motus, faceret tum denique, ut illi
Circuitus, axemque super, totumque per orbem
Qui fiunt, uno prope tempore conficerentur;
Propterea ut parvo sit opus discrimine densa
Astri in materia, sive in variante figura.
Quare [1] nonne vides, rerum ut Natura reposcat

omnibus particulis: & ubi aliqua rotatio initio impressa fuerit globo in ea distantia ingenti projecto; ejusmodi inæqualitas non nisi admodum insensibiliter turbare possit æquabilitatem rotationis ipsius.

1 Cum ipsa Natura requirat in astris proximis illi, circa quod revolvuntur, ut eandem semper faciem ipsi obvertant, quod in remoris non accidat; inde affirmat posse conjici, idem etiam accidere in Satellitibus Jovis, & Saturni. Et quidem ejus rei indicium haberi in extimo Saturni Satellite, qui semper, ubi ad certam positio-

Ipsa, ut Luna sua facie se vertat eadem
Perpetuo ad Terram? proin ut quoque credere possis
Persacile, assimili circum vertigine volvi
Saturni, atque Jovis Comites, id lumina quanquam
Nostra sibi nequeant supponere, ni Comes unus
Saturni, extremo qui desuper ordine perstat,
Forte per ambages, genus hoc, rem prodere tentet.
Semper, cum proprii venit ad loca certa meatùs,
Saturni eoa cum nempe moratur in ora,
Deficit ille, & se quærentes ludit acutos
Quanquam oculos: hujus jam non erit invia certe
Defectùs ratio, vultus convertere eosdem
Illum ad Saturnum si concipis, eoaque
Propterea cum Saturni de parte vagatur,
Semper idem latus ex illa convertere parte
Ad nostros oculos; tegere illud namque videbis
Plusquam aliud quodcumque latus caligine posse
Offusa maculas, neque nostros inde lacessi
Posse oculos; proin ex illa regione latere
Ut sit opus nobis frustra inspectantibus astrum.
Tum regione loci mutata, corporis ipso
Et latere, extemplo sub lumina nostra redibit.
At quid Saturnique, Jovisque sequacibus astris
Ex aliis porro conjectes, fulgere luce
Dum variante vides in partibus orbis eisdem?
Forsitan hoc circa sese glomerata revolvi
Indicet illa, nec una intro convertere semper
Se facie ad prima, & dominantia sidera, proinde
Densa æque mole, ac prorsus constare rotunda.

Sed

sitionem devenit respectu Saturni, evanescit ex oculis: id quidem posse tribui maculis, quæ in certa parte ejus superficiei majores sint, quæ ipsa superficies semper in ea positione obvertatur Terræ, cum obvertendo eandem semper faciem Saturno, debeat eandem in certis ad ipsum positionibus & Terræ obvertere. Quod in aliis Satellitibus Jovis, & Saturni in eadem etiam positione ad suos Primarios habeantur mutationes variæ in quantitate luminis, id Noster tribuendum esse affirmat vel figuræ accuratius sphæricæ, & densitati æquali, unde fiat, ut non eandem semper obvertant Primario suo faciem, vel maculis adventitiis, uti sunt solares maculæ, quæ jam habeantur in illa eadem parte, jam desint. Sic etiam in Terra nives, & nubes debent aliquam varietatem luminis inducere prospectanti Tellurem ipsam.

Sed si nec prorsus tornata mole, nec æque
Esse velis densa, variantibus haud male circum
Id referas maculis; velut in Jovis ore videtur
Multiplex, variosque situs formasque receptans
Fascia, quæ varia lucem quoque parte retundit.
Jam [1] veluti ratio, qua Cynthia vertit eandem
Ad Terram faciem, Comites quoque possit ad omnes
Perfacile induci; cur non & cætera multa
His tribuas pariter, fieri quæ diximus ante
In Luna, positus dum mutat, tempora, motus?
Quin plures illic causæ sunt, mutua turbant
Nam se præterea, vicibusque ita pluribus errant.
Utque [2] in Lunigero supera jam diximus orbe
Mutatos nodos, eadem non perstet in ipso
Et res, & ratio Saturni scilicet augmen
Amplectente orbe, & nusquam tangente rotundum,
Qui mediis constat suspensius ut annulus auris?
Nonne etiam in Terra similis res, causaque perstet,
Cum sit plusquam alibi sublata æquante sub orbe?
Innumeras jam si Luna pro simplice Lunas
Perpetuo sese tangentes ordine volvi
Concipias circum Terram, cum quælibet harum
Nodorum positum mutet, videatur, oportet,
Annulus ut quidam circum (licet ipse solutis
Partibus inter se est) totum se ferre per orbem;
Atque ille haud aliter nodos variare, videntur
Quam varie in Luna mutari simplice nodi.
Nunc aliquo facias compingi glutine Lunas,
Ut solidus, nullaque fluens in parte sit orbis;

1 Ut constantem Lunæ positionem ad Terram transferri posse ad Satellites affirmaverat, ita addit, & cæteras inæqualitates tribui debere etiam ipsis, quin immo & plures; nam præter vim perturbatricem Solis, ipsi etiam se invicem turbant.

2 Hic ad explicandam præcessionem æquinoctiorum facit gradum, de qua agemus in supplementis; ac primo loco, quæ dicta sunt de nodis orbitæ lunaris regredientibus post integras conversiones, transfert ad annulum Saturni, cujus nodi cum plano orbitæ Saturni ipsius debent itidem regredi, tum ad illum veluti annulum materiæ extantis æquatorem versus, quem habet Terra compressa ad polos, & elevata ad æquatorem.

Concipit primo cum ipso Newtono seriem quandam continuam Lunarum, quæ circa Terram convertan-

Mutabuntur item nodi, non prorſus ut ante,
Majorem cum pars hæc poſcat, at illa minorem
Motum; ſed motus tamen, ut fuit ante, manebit,
Qui medius certe, qui ſcilicet inter utrumque eſt,
Plus celerem, celeremque minus; namque ocyor ille
Quantum hunc impellit, tantum tardatur eodem.
Hos ergo in motus Saturnius annulus ibit;
Propterea que locis, ſecat illud queis iter ingens
Falciferi Patris, it retrorſum, ut Lunifer orbis.
At ſi Lunarum diſtenſior annulus ille
Introrſum ſit, uti corpus tum denique ad ipſum
Pertingat, circumque infixus adhæreat arcte;
Tunc quoque mutantur nodi, ſed lentius; omnis
In toto namque hìc partit ſe corpore motus.
Nunc [1], ades, ad Terram in media regione tumentem
Verte animum, inſcriptumque puta, quantum potes, amplum
Eſſe globum; quidquid ſuperabit materiai,
Æquantem excretum, circumductumque per orbem,
Annulus illud erit, Terræ velut additus ipſi.
Hujus quapropter nodi, loca nempe, viciſſim
Queis via Terrai magna illa ſecantur, & æquans
Orbis hìc inter ſe, debebunt quolibet anno

Ire

vertantur, ut unica Luna. Haberetur quidam velut annulus conſtans ex Lunis nullo inter ſe nexu colligatis, cujus anuli interſectio cum plano Eclipticæ deberet habere nodos regredientes, ut unicæ Lunæ nodi regrediuntur. Coaleſcant jam Lunæ in unicum annulum ſolidum: hujus annuli nodi regredientur, non quidem ut ante; nam aliæ partes alium requirent motum, cum in unica Luna nodi jam progrediantur, jam regrediantur, ut diximus. Affirmat tamen cum Newtono motum medium horum nodorum fore eundem, ac prius, elidentibus ſe mutuo accelerationibus, & retardationibus.

D' Alambertus hoc Newtoni aſſumptum affirmat eſſe falſum, & idcirco totam Newtoni theoriam hanc reformandam cenſet, & corrigit; quanquam eſt & alius magni nominis Geometra, qui in hoc ipſum problema per geometriam inquirens, ope calculi facilis methodo Newtoni, totam ejus theoriam ipſam tueatur, ac demonſtratam cenſeat.

Hanc igitur mutationem ſubire affirmat Saturni annulum, qui annulus habebit retrogredientes nodos ſuos cum plano orbitæ ipſius Saturni. Si autem is pertineret uſque ad globum Saturni, haberet adhuc nodorum retrogradationem, ſed multo minorem, quia eodem motu deberet ſecum totam globi maſſam abripere.

1 Jam ad rem ipſam delabitur, & conſiderat Terram, ut globum quendam, qui habeat adnexum ſibi

Irc retro, atque eadem non unquam sidera Cæli
Respicere, at sensim mutare, sed ordine semper
Signorum adverso, seque in contraria ferre.
Tempora propterea facientia noctibus æquos
Esse dies, redeunt non, cum rediisse videtur
Sol ad eas Cæli partes, quas liquerit anno
Anteacto, verùm prius, ut præcedere paulum
Idcirco dicantur ea ipsum tempora Solem.
Nodorum [1] hunc igitur regressum Lunaque, Solque
Viribus efficiunt obliquis in loca circum
Edita Telluris, magnoque tumentia gyro.
Sed plus Luna facit longe, longeque propinqua,
Quam Sol, qui spatium interjectum immane relinquit.
Hunc numeris qui tentavit deprendere motum
Vis utriusque simul conjuncta effecta requirens;
Nempe ubi se in medio majora minoribus æquant;
Particulas decies quinas æquare quotannis
Repperit, illarum tenui quæ ex ordine constent,
Nempe gradum decies si sena in fragmina scindas,
Atque iterum decies in senas quæque resolvas
Fragmina particulas. Servato inventa probantur

sibi amplum annulum materiæ extantis in parallelis omnibus, cujus omnes particulæ motu diurno moveantur circa axem æquatoris, ut Luna motu menstruo circa axem suæ orbitæ. Quare nodi hujus annuli, sive intersectiones æquatoris cum plano Eccliptica debebunt regredi singulis annis, & ipsum punctum æquinoctii verni respicere quotannis fixas occidentaliores, ac proinde æquinoctium continget paullo ante, quam contigisset sine hoc motu, ubi nimirum locus apparens Solis appulerit non ad id Cæli siderei punctum, quod sectio verna, vel autumnalis respiciebat anno superiore, sed quod respicit post annum.

1 Porro motus nodorum Lunæ oritur ab actione inæquali Solis tantummodo, at motus hic nodorum Terræ, seu intersectionum æquatoris cum ecliptica, effici debet tam ab actione inæquali Solis, quam ab actione inæquali Lunæ in eam exuberantem materiam. Sed multo plus pendet ab actione Lunæ hic motus, quam ab actione Solis, cum semidiameter ejus annuli sive semidiameter Terræ, a qua pendet inæqualitas actionis, multo majorem habeat rationem ad distantiam Lunæ a Terra, quam ad distantiam Solis a Terra, atque is excessus est tantus, ut actio Lunæ adhuc prævaleat, licet ejus massa sit tanto minor, quam massa Solis.

Ob eandem rationem inferius patebit etiam in æstu maris orto a simili causa actionem lunarem prævalere solari.

Jam vero illud addit, Newtonum,

Hæc Cælo; decies quinis his namque videmus
Omnia particulis revera quolibet anno
Sidera ab ingressu veris, nodoque prioris
Disjungi, & rubrum decedere semper in Ortum.
Proin [1] modo ab antiquo diversus Signifer extat,
A Tauroque Aries, Polluce, & Castore Taurus,
Hi Cancro expulsi, & sic vellere denique Pisces
Phryxeo; verùm constant, quæ tradita primùm
Nomina sunt, Ariesque suis proin cornibus usque
Ver aperit, proin Libra pares examinat horas
Autumni; geminis annorum hæc millibus acta.
Hac ratione itidem Cæli non partibus hæret,
Queis quondam cardo, atque eadem non sidera signat.
Et veniet tempus, quo jam polus ipse minorem
Paulatim magis usque remotus deserat Ursam;
Non tunc conspicienda sit ut Cynosura per æquor
Amplius undisonum nocturno tempore nautis.
Demum hæc cuncta loco referentur versa priori
Post decies sena, & biscentum sæcula lapsa.
Non [2] sat erat tamen hos motus pro quolibet anno
Astro-

num, qui ad calculum revocavit utriusque luminaris effectum, invenisse per suam theoriam illa ipsa 50 secunda retrogressionis debitæ singulis annis, quæ habentur ex observationibus.

1 Inde deducit illam, quam Astronomi adhibent distinctionem Zodiaci in rationalem, & apparentem. Apparens Zodiacus, quem oculis cernimus est, qui constat stellis quibusdam, quarum congeries occupantes fasciam quandam cælestem divisam in partes 12 appellantur illis nominibus Aries, Taurus &c. quæ dicuntur signa Zodiaci, atque horum postremum est signum Piscium. Rationalis autem, quem tantum mente concipimus, eundem locum occupat totus, & totidem signa continet iisdem nominibus designata, sed divisionis initium fit ab ipsa sectione verna, seu puncto æquinoctiali verno. Cum id punctum regrediatur in Occidentem illo lentissimo motu; omnia astra respectu ipsius progrediuntur in Orientem, & jam per bis mille annos, ex quo nomina sunt imposita, ita processerunt, ut Aries apparens sit in Tauro rationali, Taurus in Geminis, Gemini in Cancro, atque ita porro, Piscibus occupantibus priscam Arietis sedem. Inde autem & ipse polus, circa quem diurno motu videmus omnia converti astra, mutavit sedem; ac illud olim adveniet tempus, quo, quæ nunc est polaris stella in Ursæ minoris cauda, quam idcirco Cynosuram appellant, ab ipso polo recedat longissimè, nimirum ad 47 gradus post annorum circiter 13 millia, post 26 millia annorum omnibus ad priorem sedem regressis.

2 Attingit alterum motum, quem appellant nutationem axis, qui

Astrorum, medii qui sunt, reperisse, sed ipsa
Vestiganda itidem discrimina cuncta, venirent
Quæ Sole obliquos Terræ flectente jugales,
Et Luna flectente suos. Servare licebat
Orbem Luniferum præsertim, cum suus ille
Ascendens nodus, qui dicitur, utpote Luna
Scandente in Boream, primi secat Arjetis astrum,
Longius a Terra media, qua ducitur æquans,
Flectere, decedat quam signifer orbis eadem,
Quinos quippe gradus Zona a torrente remotum.
Contra, idem tetigit cum Libræ examina nodus,
A media propius Terra, quam signifer orbis,
Abduci, quinos nimirum a limite Zonæ
Interiore gradus distantem; ut proinde sit omne
Discrimen minimi pariter, summique recessùs
Denorum graduum a media Tellure tumenti.
His a diversis repetendo flexibus ergo,
Mutaque signorum, & numerorum oracla movendo,
Anni regressus censerier incipientis,
Verus & inde potest servari, sidera fixa
Quî defert, motus. Non scilicet illa moveri
Apparent aliter, detectum quam fuit istis
Revera numeris nota ob discrimina certis,
Tam bene servatis oracla ea consona rebus.

qui quidem potissimum pendet ab inæqualitate præcessionis æquinoctiorum. Nam æquator Terræ ad planum Eclipticæ inclinatur in angulo fere constanti, qui nimirum paucis tantummodo secundis variatur. Hinc actio Solis in materiam redundantem ad æquatorem est fere semper eadem. At planum orbitæ lunaris ob motum nodorum perpetuo mutatur. Id inclinatur proximè 5 gradibus ad planum Eclipticæ, respectu cujus jam cadit ad partes æquatori contrarias, cum nimirum nodus ascendens est in principio Arietis, jam ad partes ipsius æquatoris, cum nimirum is est in principio Libræ, adeoque inclinatio ad æquatorem est minor in primo casu, major in secundo, angulo ipsius orbitæ cum plano æquatoris majore in primo casu, quam in secundo 10 gradibus. Inde in primo casu actio Lunæ est multo major, quam in secundo.

Ex his principiis, ait molestissimorum calculorum ope inquisitum esse in motus hosce, & omnia observationibus inventa esse conformia. Prostat D' Alamberti opus de hoc argumento geometria sublimi, & calculis altissimis refertum; vidi autem & brevem summi Geometræ tractatum de eodem argumento nondum editum, ubi formulæ Newtoniana methodo erutæ ad Geometriam accedente magis, cum Bradleyanis observationibus mirum in modum consentiebant,

Nunc [1] locus est late undisonos maris ire per æstus,
Oceanique statos immensi visere motus,
Temporaque, & vires, & agentes æquora causas;
Neve fluentibus, & refluentibus avehar undis,
Vestris me audentem manibus sustollite Musæ,
Naturæ quæ jam mores didicistis, & artem.
Æquoris æstus item causis quoque pendet ab isdem,
Luna quibus turbatur. Uti non æqua moventem
In Solem gravitas Terræ, Lunæque meantum,
Collatam Terræ Lunam turbare videtur;
Sic & inæqualis gravitas, quam Terra recepit
Partibus in variis non æque a Sole remotis
Adducente, statum perturbat partium earum
Inter se. Lunæ vires quoque viribus adde
Phœbeis similes, sed plus turbare valentes,
Utpote quæ Terram spectat vicina, facitque
Intervallorum discrimina partibus ejus
Majora. Hæ tollunt ergo a libramine vires
Et Lunæ, & Solis concussas æquoris undas,
Et motu impellunt vario, quem dicimus æstum.
Sed [2] prius ad causas quam labar, dicere par est
Quid fiat, motusque, ut sunt, evolvere cunctos,
Et seriem veluti gestarum pandere rerum.
Tunc effecta suis tribuentur cognita causis
Perfacile: haud illas opus est finxisse, potentes
Sed cognoscere & hìc, quæ pluribus ante repertæ
In rebus jam sunt nobis, variisque per artem
Nexibus, & varia ratione aptare, modisque.
Scilicet [3] in partes ternas tribuenda putamus
Effecta, in salsis quæ cernimus omnia campis.

Prima

1 Transit hìc ad æstum maris, qui a gravitate itidem pendet, nimirum ab inæquali actione tam Solis, quam Lunæ in partes fluidi Terræ affusi, ut Solis actio inæqualis perturbat Lunæ motus; quin immo, ut supra innuimus, & Noster hic refert, multo plus Luna tanto propior, confert ad marinum æstum. Porro de hoc argumento agemus pluribus in supplementis de more.

2 Ordinem proponit hujus tractationis: primo loco nimirum promittit se prolaturum phœnomena marini æstus, tum ipsas non confictas, sed veras phœnomenorum causas expositurum.

3 Quod ad phœnomena pertinet, ea partitur in tres classes, nimirum in diurna, menstrua, annua, acturus de singulis.

Prima diurna feret pars, altera menstrua porro,
Tertia postremo feret annua; qualibet illa
Nempe die ut fiunt, vel quovis mense, vel anno.
Quaque [1] die pelago bis crescens alta patenti
Tollitur, & toties decrescens desilit unda.
Cumque tumens crescit, non summo in culmine pendet
Ante, orbem mediæ supera quam Luna diei,
Aut subter mediæ noctis trajecerit orbem.
Inque vicem cum descendit, non ante profundos
Pervenit ad fines, eoa prodierit quam
Luna, vel occidua sese demerserit ora.
Temporis hoc itidem momentum pendet utrumque
A positu Lunæ ad Solem. Intervalla necesse est
Temporis, undarum quæ sunt intersita magnis
Fluctibus, & minimis, nimirum cum meat ipsa
Luna extra æquantem luces cum noctibus orbem,
Prorsum inter sese non esse æqualia; eoque
Tempore præterea geminos neque surgere cursus
Æquoris exundantis ad æquum culmen, at oras
Integere impariles vario discrimine, ut illo,
Abluit Europæ qui lambens littora, ponto
Undas majori sit opus cumularier auctu,
Nimirum cum Luna terens Borealia signa
Conspicui sese per Cæli sustulit oras;
Majorique itidem, pedibus contraria nostris
Demisit cum se, & de parti claudicat Austri.
Denique quaque die surgit velocius æquor
Insiliens, lapsis descendit lentius undis.

Men-

1 Exorsus a diurnis phœnomenis statim proponit illud, singulis diebus mare bis attolli, bis deprimi, maximam aquæ elevationem haberi post appulsum Lunæ ad meridianum, sive supra, sive infra horizontem, maximam autem depressionem post ejusdem Lunæ ortum, vel occasum: tempus ipsum maximi æstus pendere a positione Lunæ ad Solem, quod tamen ad menstrua phœnomena reducitur, ut & id, quod sequitur, partim ad diurna pertinet, partim ad menstrua: nimirum intervalla temporum inter maximam, & minimam aquæ altitudinem Luna extra æquatorem existente inæqualia esse, ut & illud, esse tum inæquales ipsos binos æstus ita, ut nobis in Boreali temperata zona sitis æstus, qui habetur Luna extante supra horizontem, sit major eo tempore, quo ipsa versatur in signis Borealibus, idem autem minor altero, qui fit Luna infra horizontem depressa,

Menſtrua [1] nunc quæ ſint, genus hoc, effecta canamus.
Primò Luna meat cum vel contraria Soli,
Vel conjuncta, magis moti tolluntur aquarum
Fluctus, quam loca ſi tranet tranſverſa, tumorque
Hoc minimus paulo poſt tempore, maximus illo eſt.
Præterea magis alta tenet cum Luna recedens
A Terra loca, (ſi conſtent æqualia circum
Cætera) creſcentes undæ minus inſerviſcunt,
At mage, cum nobis loca per vicina vagatur,
Et pariter magis, æquantem cum læta per orbem
Exagitat bigas, quam cum extra excurrit utrinque.
Porro intervallum, geminos quod temporis extat
Inter eos, qui ſe ſuccedunt mutuà, curſus
Integram poſt quamque diem, fit majus, ubi illa
Cæca ſilet, vel plena micat. Diuturnius ac tum
Multo tempus erit pariter, quod fugerit, ex quo
Illa altum ad mediæ lucis devenerit orbem
Scilicet, ad curſus primi, qui eſt maximus, horam.
Poſtremo [2] ſunt hæc in moribus annua moti
Ocea-

preſſa, ubi ea ſit in hemiſphærio auſtrali. Demum addit & illud, ſingulis diebus generaliter velocius elevari aquas, quam deprimantur.

Porro hæc phœnomena ita accidunt in aperto Oceano; & quidem æſtus fit circiter binis horis, poſteaquam Luna per meridianum tranſiit, cum anticipatione quadam, vel poſticipatione, quæ provenit a poſitione Lunæ ad Solem. In portubus Europæ hora eſt alibi alia, prout majore gyro, vel minore indiget unda, ut eo deveniat. Eſt autem quædam hora media ubique ſua, & ubique deinde eadem ad ſenſum anticipatio, ac poſticipatio pendens a poſitione Lunæ ad Solem, de qua hic aliquid in menſtruis phœnomenis, tum uberius in ſupplementis de more.

1 Menſtrua jam enumerat phœnomena: Æſtus maximi ſunt circa ſyzygias, minimi circa quadraturas ita, ut paullo poſt ſyzygias ipſas, vel quadraturas ad illud maximum, vel minimum deveniant: æſtus majores ſunt Luna Telluri proxima in perigeo, quam remota in apogeo: majores ſunt Luna exiſtente in æquatore, quam extra ipſum; quæ quidem tres cauſæ ubi ſimul conveniant, æſtus præter morem maximi fiunt.

Eſt & aliud phœnomenum, quod ſupra innuimus, quod quidem miro conſenſu theoriæ cum phœnomenis ad accuratum etiam calculum redactis, mirum in modum ipſam Newtonianam theoriam confirmat: nimirum intervallum inter binos æſtus binorum dierum ſe immediatè conſequentium eſt majus circa ſyzygias, minus circa quadraturas, & hæc anticipatio, vel poſticipatio pendens a poſitione Lunæ ad Solem eſt illa, quæ ad calculum accuratè reducitur.

2 Delabitur ad phœnomena annua: maximos æſtus eſſe in Novilu-

Oceani. Magis exsiliens turgescit in illis
Temporibus, luces queis fiunt noctibus æquæ,
Cynthia si fratri conjuncta, oppostave flectat,
Quam cum Sol tetigit Cæli vertentia signa.
Tum quoque concussum convexius insilit æquor
Terra a Sole minus discedente, atque remota,
Quam cum se in spatia errando dimoverit alta.
Scilicet [1] hæc servata diu, longosque per annos
Collecta, & certo demum firmata Virorum
Judicio, motus qui magni exquirere nuper
Oceani voluere, atque ejus noscere mores
Instabiles; varios proin portus, multaque ponti
Littora lustratum fluctus adiere sonoros.
Jam quoque præcipua his communibus adjice quædam;
Nullis de genere hoc agitari scilicet æquor
Fluctibus, exiguum quod sit, quod & undique clausum,
Nullis atque lacus omnes quantumlibet amplos;
Majores undas cumulari ad littora porro,
Qua ruit augusto constrictus gurgite pontus,
Euripisque furit, quam qua distenditur ingens
In pelagus; tum sæpe illic consurgere visum
Quinque pedes decies, & longo excurrere tractu
In terram; locaque esse, anni ad quæ tempore certo
Advenit undarum nullus tumor, advenit anni
Tempore verùm alio (Batsham dixere vocantes
Ton-

viluniis, ac Pleniluniis æquinoctialibus: tum vero cæteris paribus majores esse Sole perigeo, quam apogeo.

1 Hæc omnia, affirmat, diligenti navigantium observatione deprehensa esse: generalia autem sunt eadem, quibus hic addit singularia quædam, quæ pertinent ad certas quasdam locorum constitutiones: maria exigua, & undique clausa, uti est mare Caspium, non habere hosce alternos æstus, uti nec lacus utcumque ingentes: majores haberi æstus in angustis quibusdam fretis ad littora, quam in aperto Oceano, & quidem alicubi in ejusmodi locis ad quinquaginta etiam pedes aliquando assurgere maria, & alicubi per plura millia passuum excurrere in terras ultra consueta littora: esse loca, in quibus quodam anni tempore nullus habetur æstus, quodam alio habetur aliquis, ut in Tonchinensi portu Batsham, quem ipse Newtonus memorat, in pleniluniis, & noviluniis æquinoctialibus, nullus est æstus: esse alia loca, in quibus plures, quam bini, habeantur æstus diebus singulis; ac demum ventos, & procellas perturbare nonnihil æstuum tam stata tempora, quam magnitudines.

Tonchini portum, quo non fluit æquor inundans,
Æqualis cum lux fit noctibus alma diei,
Non refluit, Luna opposita, aut loca versa terente
Ad Solem): esse etiam portus, & littora multa,
Quo veniunt plures, quam bini, abeuntque vicissim
Fluctus quaque die, sine lege & tempore certo:
Præterea ventos, tempestatesque fluentis
Perturbare vices ponti; nam sæpe retardant,
Sæpe moras adimunt, minuunt quoque sæpe, vel augent.
Hæc [1] sunt, quæ Veteres Naturæ arcana putarunt
Invia, quæ propter, si vera est fama, fluenti
Mersit se Sapiens ponto, dum littora mæstus
Lustrat ad Eubœam refluo spumantia fluctu,
Quem non perciperet prorsum, ut caperetur ab illo.
Hic furor interdum sublimia pectora vexat,
Ut, ni cuncta suæ possint supponere menti,
Indignentur, uti rerum de jure suarum
Depulsi. Cur non videant, quam parva supellex
Perceptorum animo? quantis Natura per omnes
Sit fœcunda modis res undique, quas tamen ipsis
Prorsum ignorandum est? quæ tanta insania notis
Ut paucis prima in Naturæ fronte locatis
Debere ignotum nobis nihil esse putemus?
At multi causas tot rerum quærere nuper
Tentarunt acri ingenio, plausumque repertis

Dein-

1 Phœnomenis expositis gradum facit ad ipsorum causas, quas diu incognitas extitisse ait ita, ut hoc censeretur quoddam Naturæ arcanum humanis mentibus inaccessum, ubi & illud commemorat, quod perhibere solent de Aristotele, qui cum videret aquam in Euripo, celebri inter Aulidem, & Eubœam freto, septies fluere, & toties refluere, nec causam ejus reciprocationis excogitare posset, se ipsum demersisse, ut ab eo, quem mente non caperet, caperetur; ubi occasione arrepta invehitur in cæcam hominum superbiam, qui non videant, quam parum sciant de Natura, & scire possint; adhuc tamen, addit, postremis hisce temporibus majore contentione ita in Naturam ipsam inquisitum esse, ut multa deprehensa sint: fuisse, qui & ad æstum marinum explicandum hypotheses confixerint, quæ tamen paullo post conciderint, (Cartesiana quidem & Galileana æstus marini explicatio jam omnino concidit), sed Newtonum demum, qui tum multa per gravitatem suam generalem & in Cælo explicavit, & in Terra, nimirum Planetarum motus, ac Cometarum & Telluris figuram, ac motus axis varios, veram etiam marini æstus causam protulisse.

Deinde ſuis hilares, fruſtra tamen, ingeminarunt;
Inſtabili fundata ſolo nam machina, viſu
Quanquam pulchra, trahat rimas, caſumque, neceſſe eſt.
Denique qui reperit gravitatem, hic cuncta peregit
Ut Cælo, Terraque, ita magni in gurgite ponti,
Omnes undique res, hoc certo ut pondere, firmans.
Scilicet [1], ut ſupera docui, ut Sol ipſe Sorori
In Terram vires, gravitatemque auget, ubi illa
E latere excurrit, minuitque exinde vaganti
Duplo plus imos orbis, ſummoſque per arcus;
Sic etiam Terræ diverſis accidit ipſis
Partibus ob Solem pariter, Lunamque trahentem.
Quæ Lunæ, aut Soli Telluris ſubjiciuntur
Partes, averſa vel contra fronte lateſcunt,
Has partes, veluti Luna ſuper ipſe probavi
Prætereunte ſui hæc orbis loca, perdere oportet
De gravitate aliquid, contraque acquirere, denis
Hinc novies gradibus cum diſtant; propthereaque
Ut librentur, eæ niti ſe tollere debent,
Deprimere hæ; tum ſe quia vertit Terra rotatu
Continuo, ſitus ad Solem, Lunamque trahentem
Continuo mutatur; ea ratione fatendum eſt
Nunc has, nunc illas liquidas conſurgere circum
Partes, & nunc has, & nunc demittier illas;

Lit-

1 Cauſam ipſam ſic expedit: ut in Luna ſupra vidimus, ejus gravitatem in Terram minui ab actione Solis in noviluniis, ac pleniluniis, in quibus ipſa vel verſus Solem jacet, vel ad partes oppoſitas, augeri in quadraturis; ita itidem corporum ſupra centrum Terræ extantium gravitatem in Terram minui ab actione Lunæ, & Solis, ubi jacent in recta, quæ jungit id luminare cum ipſo centro hinc, vel inde, & augeri circumquaque ad latus in diſtantia graduum 90. Quare dempto æquilibrio debent maria ſub iis luminaribus attolli, ad latera deprimi, & cum diurna converſione jam aliæ marium partes eo loci appellant, jam aliæ; debebit in iiſdem partibus haberi per diem reciprocatio quædam elevationis, ac depreſſionis, quæ pariat æſtum.

Eandem cauſam & aliter profert. Loca, quæ luminari obvertuntur, cum ab eo minus diſtent, trahuntur in ipſum plus, quam centrum: loca, quæ ad oppoſitam plagam ſunt ſita, cum diſtent magis, trahuntur minus, quam centrum ipſum. Quare illa conantur ipſum deſerere, hæc ab ipſo deſeruntur; adeoque utrobique habetur receſſus quidam a centro, ſive tumor: at partes poſitæ circumquaque ad latera, obliquis attractæ viribus deprimuntur introrſus, & deſcendunt: hinc elevationis, ac depreſſionis viciſſitudo, & æſtus.

Littore proin uno non una ſtare fluentes
Undas planitie; ſed Terræ, unoque diei
Circuitu, varias, ſummas percurrere, & imas,
Allabique ideo pontum, contraque relabi.
Quin alio hoc poſſis ſummatim noſcere pacto.
Telluris partes, queis Titan, Lunaque rectà
Deſuper impendet, plus, quam Terra ipſa, trahentur,
Qua media eſt, & plus media hæc, quam denique partes
Retrorſum poſitæ; proin debent anteriores
Scilicet a media Tellure aſſurgere paulum
Partes, poſticis medium & deducere Terræ
Paulum corpus ab his, proin tota tumeſcere utrinque.
Quæ ſunt ad latera, interius ratione prementur
Obliqua partes; facient proin augmina primis.
Ut [1] tamen has ſingillatim cognoſcere cauſas,
Atque minutatim poſſimus, percipe primum,
Rebus in his fieri quid debeat, æthere ſidus,
Lunave, Solve, unum ſi fulgeat, ipſaque conſtet
Circum tota liquens Tellus, & tempore puncto
Poſſit ea fingi forma, quam poſtulat ipſum
Libramen, poſſitque aliam quoque tempore puncto
Induere, ut motus nil turbent ante recepti;
Tunc adjuncto alio quid in iſtis accidat aſtro,
Quid Terra partim ſolida conſtante, quid ipſis
Undis ad primum ſubito haud parentibus ictum,
Propter inertem vim, mutari quæque vetantem.
Principio [2] Luna nitente adducere Terram,

Terra

1 Ut ſingula ritè oculis proponantur, concipi jubet Terram, ut totam fluidam, & ſpoliatam vi inertiæ nimirum ita, ut figuram, quam æquilibrium requirit, poſſit momento temporis acquirere, & mutare; nam ſi aliam ante acquiſierit, aliam præſens virium conſtitutio requirat, tempore aliquo eſt opus, ut illam deponat, hanc induat: tum prius conſideretur alterius tantummodo luminaris actio, ut Lunæ ſolius, ac deinde & alterius actio conſideranda accedat.

2 Primo quidem ob inæqualem actionem Lunæ Terra hujuſmodi fluida, etiam ſi mente ſecludatur vis centrifuga diurnæ vertiginis, debebit recedere a figura ſphærica, & induere figuram ſphæroidis productæ in ea diametro, quæ ad Lunam ipſam dirigitur, cujus ſphæroidis formam, affirmat, jam deprehenſum debere eſſe ellipticam: id nimirum Mac-Laurinus demonſtravit. Quamobrem intumeſcet fluidum ejuſmodi, & elevabitur, ac maxima elevatio erit ibi, ubi Luna appellit ad Zenith,

vel

Terra liquens poſſit non amplius eſſe rotunda,
Longior hinc illinc ſed ſe producet, ut ovum,
Et Lunam, qua longa, videbit, ſcilicet illuc
Longæ directo, quæcumque eſt, axe figuræ.
Atque hujus jam certa per artem inventa figuræ
Natura eſt, oritur quæ coni a ſegmine primo,
Si veſtigia linquat, ubi eſt ſuper axe rotatum
Majori circum. Quare pars altior illa eſt
In Terra, ſummo cui ſupra in vertice Luna eſt,
Inferius vel ſub pedibus; depreſſior ora
Illinc Telluris circum uſque recedet utrinque.
Illa aliis humilis mage erit quapropter, eoo
Quæ videt, occiduoque lavantem gurgite Lunam,
Sic quoque, ſi Sol eſt, qui pertrahat, illa neceſſe eſt
Longa ſit in Solem ſimili conflata figura.
Sed quia vis Solis longe longeque, remoti
Vi Lunæ minor eſt propioris, ſit licet ipſa
Sole minor; tumor ille exortus Sole trahente,
Quam quem Luna facit, multo minor extet, oportet.
Denique [1] conjunctis amborum viribus unà
Quid fiet? partes ſi Terræ prorſus eaſdem
Commoveant, aut oppoſitas; ſuper axe tumeſcet
Illas directo Terra, oppoſitaſque per oras;
Namque axes geminis prognati viribus illis
Efficiunt unum, qui tanto eſt longior, axem.
At cum axes utriuſque obverſi ad ſideris oram
Non jam conveniunt, verùm inclinantur utrinque

Mutua

vel Nadir; tum in aliis locis altitudo eo erit minor, quo ipſa loca inde magis diſtiterint, & maxima depreſſio habebitur, Luna in horizonte ipſorum ſita. Actione Solis idem accidet in diametro obverſa Soli; ſed cum vis Solis tanto remotioris, quanquam & majoris, minor ſit, uti diximus; minor erit elevatio ſub Sole, & in parte averſa ab ipſo.

1 Hæc a ſeparatis actionibus: quid autem a conjunctis? Si Luna, ac Sol in eadem jaceant recta linea cum centro Terræ, tum vero ut utriuſque elevationis axes conveniunt, & fluidum maxime elevatur in binis punctis, nimirum in eo, quod luminaria directè reſpiciunt, & in eo, quod ab iis avertitur. Quod ſi axis directus ad Lunam non congruat cum axe directo ad Solem, ſed obliqui ſint, & angulos efficiant hinc acutos, & inde obtuſos; tum intumeſcentia omnium maxima ſub neutro erit, ſed cadet in angulos eorum axium acutos, vicinior tamen lunari axi, quam ſolari. Hinc tres axes conſiderari jubet: axem Lunæ

Mutua, & efficiunt ſic quattuor inclinati
Inter ſe flexus obliquos, proinde nec æquos;
Maximus ille tumor flexus jacet inter acutos
Undarum, at verſo in Lunam vicinior axi,
Fitque axis Terræ hac media regione tumentis.
Tres igitur, genus hoc, axes diſtingue, vocaque
Lunæ axem, Soliſque axem, Terræque tumentis.
Nunc illum Lunæ immotum confinge, tuaque
Mente ſequens alios circum, quocumque ferantur,
Percipe, quos habeant & ad illum, & mutuà circum
Reſpectus, poſituſque, vices quæ cuique, moduſque.
Jam cum Luna ſilet, coeunt, ut diximus, omnes,
Exinde immoto phœbeius axis ab axe
Disjungi, & procul occiduas ſe ferre ſub oras
Continuo, donec rectà ad latera ipſa ſecentur;
Axis ad occaſum quoque Terræ avulſus abire
Principio; ſed cum diſceſſerit intervallo
Ægre aliquo, verùm haud longo (cum ſcilicet a ſe
Multo phœbejus properans velocius axis
Digreſſus ſit quinque gradus, deciesque quaternos)
Retrorſum ſua facta modo in veſtigia fertur,
Et redit in Lunam, & Lunai jungitur axi
Tum, cum tranſverſi media phœbeius ille
Se poſuit regione loci; qua deinde relicta

Per-

næ, nimirum diametrum Terræ, quæ producta tranſiret per Lunam, axem Solis, & axem maximæ intumeſcentiæ ortæ ex communi actione utriuſque, quem vocat axem Terræ: concipiatur primus immotus, dum ſecundo recedente a primo poſt novilunium, recedit & tertius, ac conſiderentur horum motus, & relatio ad ſe invicem, ac cum illo primo.

Ii axes in novilunio coeunt, uti diximus: poſt Novilunium axis Solis abit in Occidentem reſpectu axis Lunæ, donec in prima quadratura fiat ipſi perpendicularis, abeunte Luna in Orientem reſpectu Solis, donec ab eo diſtet per quadrantem. Axis Terræ initio quidem & ipſe in Occidentem recedit ab axe Lunæ, ſed multo minus, quam axis Solis: maxima ejus elongatio ab axe Lunæ, ſed adhuc exigua habetur, ubi axis Solis diſtet per 45 gradus ab ipſo axe Terræ; tum retro regreditur, & in quadratura iterum congruit cum axe Lunæ: Continuante axe Solis motum ſuum uſque ad plenilunium, quo motu prior ejus vertex pergit ultra quadrantem recedere a vertice axis Lunæ, ſed alter ipſi oppoſitus ſit ipſi propior; axis Terræ pergit moveri ultra axem Lunæ, & abit verſus orientalem plagam, ac ubi ab eo diſceſſerit, quantum deſceſſerat ad Occidentem, retro iterum in plenilunio

nilunio

Pergit ad oppositam quia Solis protinus axis,
Ipse quoque a Luna rursum divulsus in ortum
Progreditur; multùm non longo at tramite; rursus
Namque gradus relegit; cumque oram venerit ille
Prorsus ad oppositam, Lunæ hic componitur axi.
Hæ redeunt quoque deinde vices, phœbejus in orbem
Axis dum procedit, & altera dum loca visit
E latere, atque ex his Lunæ dum transit ad axem.
Adversa idcirco summi duo puncta tumoris
Continuo huc illuc a Lunæ duplice puncto
Subjecto oppositoque abeunt, redeuntque vicissim,
Et citra excurrunt bis toto mense, bis ultra;
Major & excursus tum fit, pollentior extat
Cum Phœbi vis ad Lunæ collata vigorem;
Ocyor atque locis idem est excursus in illis,
Queis adversa meat Soli, conjunctaque Luna,
Nec non & quarta queis orbis parte recedit;
Proinde locis mediis, in parti scilicet orbis
Qualibet octava, motus lentissimus exit.
Jam [1] manifesta vides, quare advolvantur aquarum
Majores cumuli ad portus, longeque propellant
Littoream multo venientes agmine arenam,
Cum Soli conjuncta silet, vel splendida tota
Cynthia nocte micat; fraternis viribus addit

nilunio cum eo congruit; quæ vices redeunt eodem pacto a plenilunio ad alteram quadraturam, & inde ad novilunium.

Hoc pacto habebuntur in singulis lunaribus mensibus binæ oscillationes binorum punctorum maximæ intumescentiæ hinc, & inde a binis punctis altero subjecto Lunæ, altero ipsi opposito: ferentur nimirum puncta maximæ intumescentiæ in Occidentem respectu ipsius circa syzygias, & in Orientem circa quadraturas. Elongatio autem ipsorum eo erit major, quo actio solaris respectu actionis lunaris major fuerit, & motus circa syzygias, & quadraturas erit velocissimus, circa octantes perquam exiguus.

Hanc omnem theoriam, & locum maximæ intumescentiæ exhibuit Daniel Bernoullius, eleganti usus, & expedita analysi in dissertatione, quæ inter præmio donatas ab Acad. Paris. habetur ad an. 1740. Ejusdem solutionem geometricam & sanè simplicem, ac elegantem dedi ego in Romano Litteratorum diario, quam & hic in supplementis exhibebo.

1 Inde ad plurium phœnomenorum explicationem gradum faciens, primo loco ponit illud: patere cur in noviluniis, & pleniluniis æstus sint maximi, & minimi

Ipſa ſuam quia vim validam, & ſitus axibus idem eſt.
At minor æſtus erit, medio cum ſecta nitebit
Corpore, ibi alter enim ſuſtollit, ubi altera fluctus
Deprimit, auget & hæc, ubi decutit ille viciſſim,
Mutuaque adverſis pugnantes viribus obſtant,
Impediuntque; quod eſt diſcrimen, denique ſolum
Apparet, quantum Phœbo pollentior ipſa eſt
Nempe mari Luna in tollendo, æſtuque ciendo.
Sic gemini adverſis venientes partibus arcto
Tramite ſi currus nectuntur, & axibus hærent
Impliciti extremis; ſævi inſonuere flagello
Protinus aurigæ, & ſtimulant clamore jugales,
Verberaque ingeminant, quippe æmulus ardor utrumque,
Et furor exagitat; demum quo fortior urget
Quadrupedum vis, itur; iterque id carpitur unà
Tantùm, quo ſuperans vis fervida raptat equorum.
At [1] quia materies vi prædita ſemper inerti eſt
Omnis, aqua in ſubitam nequeat ſe vertere formam,
Quam poſcunt, rerum quæ ſunt præſentia; motus
Nam remanent prius impreſſi, turbantque recentem;
Pendula virga velut vibrata haud ſiſtitur uno
Deſuper adveniens punctio, ſed ſurgit in arcum
Oppoſitum contra gravitatem, quo prior urget
Impetus; uſque recens gravitas demum addita vincet.
Inde fit, ut motus, quos diximus ante, fluentis
Omnes Oceani contingant ſerius, ipſæ
Quam notæ poſcunt cauſæ, & diſcrimina quædam

Præ-

mi in quadraturis. Nam in illis, congruentibus axibus Solis, & Lunæ eorum actiones conſpirant, in his alterius actio alterius actionem impedit. Patet autem lunarem actionem eſſe majorem ſolari; cum, ubi penitus opponuntur, nimirum in quadraturis, Sole depreſſionem procurante ibi, ubi Luna elevationem imperat, Lunæ, non Soli pareat intumeſcentia, utut minor, quæ nimirum reſpondet ſoli differentiæ actionum.

1 Vim inertiæ hic conſiderat: cum maria non poſſint accipere momento temporis eam poſitionem, quam æquilibrium requirit, ſed motus ante impreſſi perſeverent, aliquo tempore a novis viribus deſtruendi, ut penduli pondus aſcendit velocitate jam concepta, licet gravitas per totum aſcenſum retro ipſum urgeat, donec omnem illam priorem velocitatem extinguat: hinc omnia illa phœnomena, quæ ab æquilibrio exiguntur, ſerius accidunt, quam ſine hac inertiæ vi acciderent. Sic ex: gr: æſtus in ipſis ſyzygiis non advenit etiam in libero Oceano Luna appellente ad meridianum, ſed una, alterave hora poſt.

Præterea irrepant, tibi quæ memorabimus infra.
Denique [1] Terra liquens quamvis, ut finximus ante,
Undique jam non sit; dubitesne, ea fluvida partim
Cum sit, quin poscat librari, & proinde figuram
Induere hanc ipsam, quam circum tota subiret,
Si nihil officeret solidum, restansque superne?
Perfacile [2] evolves jam tutemet, exque plicabis
Omnia rebus ab his memorata effecta, diurna,
Menstruaque, annuaque, his causas aptare repertas
Si tentes. Quid enim? non causis cernis ab istis,
Æstifer ut bis quaque die consurgere motus
Debeat in pelago, bis & idem ponere aperto?
Ut tumor adveniat, postquam orbem Luna diei
Transierit mediæ, mediæ infra noctis & orbem?
Ut mare demittat se contra, inviserit ortus
Postquam, obitusque eadem? momentum hoc pendet utrumq.
A positu Lunæ ad Solem variante; tumentis
Nam quoniam Terræ modo ad ortum flectitur axis,
Et modo ad occasum; maturior accidit idem
Fluctus ad occasum, sed contra fluctus ad ortum
Serior; illud, ubi laterum orà enaverit; ast hoc,
Postquam delituit, vel Cynthia tota refulsit.
Non causis quoque cernis ab his cur debeat esse
Æstuum inæqualis geminorum motus, ab orbis
Finibus æquantis cum distat Luna? diurno
Tunc motu non Luna orbem contundit eundem,

1 Licet Terra non sit tota fluida, affirmat, maria debere inducere eandem formam, quam inducerent, si tota fluida esset. Id quidem verum est, si pars solida sit homogenea in se ipsa, & cum parte fluida, ac nihil, vel fere nihil emergat; nam nexus mutuus partium nihil æquilibrium turbat in partibus solutis. Partes, quæ emergunt, turbant nonnihil vires gravitatis, quas multo plus turbat heterogeneitas internarum partium, siqua sit: sed si adhuc curvatura æquilibrii, quæ haberetur sine hisce actionibus Solis, & Lunæ, non multum differat a figura, quam homogeneitas requirit, differentiæ inductæ ab hisce actionibus in se perquam exiguæ nihil ad sensum different ab iis, quæ inducerentur in casu homogeneitatis: & si ea æquilibrii figura non multum differat a sphærica, tumores erunt iidem, quos sphærica figura requirit. Soliditas partium extantium aliam turbationem inducet impediendo propagationem promptam undarum, de quo inferius.

2 Conglobationem hic explicat plurimorum phœnomenorum incipiens a diurnis: patere, affirmat, ex

Ac ipsi oppositum punctum, quo scilicet errat
Ex ortu occasuque alias trans ætheris oras;
Cunctisque ab Boream regionibus, ipsa Borea
Si per signa meet, supra caput altius ibit,
Oppositum id punctum quam porro scandere possit,
Ipsa ubi se mediæ demisit noctis ad orbem;
Ille tumor debet proin altior esse sequente.
Quid [1] memorem, cur Luna ferat conjunctâve Soli
Majores æstus, oppostave, quam loca pergens
Per laterum hinc illinc? & cur non maximus æstus
Fiat tempore eo, sed qui post advenit, alter
Vel post hunc, porro sive alter? tute quod ipse
Percipias, si vim possis cognoscere inertem,
Quæ vetat, ut subito causis obtemperet unda;
Sic venit a media quæ luce, calentior hora est,
Plusque dies post solstitium infervescere suerunt
Æstivæ, plus post brumam crudescere noctes
Hybernæ: medios prævertit causa tepores.
An doceam, Luna a nobis abeunte remota
In loca, cur æstus longe, longeque minores
Procurrant? Spatio ignores decrescere vires?

At

ex iis, quæ dicta sunt, cur maria singulis diebus bis intumescant, bis detumescant: cur maxima intumescentia haberi debeat aliquanto post appulsum Lunæ ad Meridianum supra, ac infra horizontem, maxima detumescentia aliquanto post ortum, & occasum: cur id ipsum momentum maximæ intumescentiæ pendeat a positione Lunæ ad Solem; ut nimirum a novilunio, & plenilunio usque ad quadraturam proximam, quo tempore axis maximæ intumescentiæ jacet respectu axis Lunæ ad occidentem, celerius res contingat, quam in syzygiis, & quadraturis, contra vero a quadraturis ad syzygiam proximam ob oppositam rationem serius: cur inæquales debeant esse hi bini æstus Luna extra æquatorem sita; cum nimirum in eo casu Luna, & punctum ipsi oppositum non percurrant motu diurno eundem circulum, sed diversos, unde fit, ut Luna habente declinationem boream, magis accedat ad zenith ipsa, cum ad meridianum appellit supra horizontem, quam punctum ipsi oppositum, cum ea appellit ad meridianum infra horizontem; & idcirco prior æstus posteriore in eo casu sit major.

1 Ad menstrua phœnomena transiens innuit tantummodo æstus majores in syzygiis, quam in quadraturis, quod paullo ante expofuerat, ut & illud a vi inertiæ repetit, cur maximi æstus non sint in syzygiis accuratè, sed secundi vel tertii post ipsas: tum & illud innuit, quod per se patet, æstus cæteris paribus majores fore Luna perigea, quam apogea.

At [1] cur progrediens æquantem Luna per orbem
Majores fluctus extollat, & arctet inundans
Littoreas nautis pluſquam ullo tempore arenas,
Protinus haud illo pateat, quo cætera, pacto.
Eſt, ſuper alterutro qui Lunam proinde polorum
Cardine perſtantem fingat, mutarier undas
Et cum percipiat tum non debere, tumorem
Sed conſtare parem, qua Terræ ducitur axis,
Cardine disjungit paulum, parvaſque creare
Tum noſcit debere vices, nam parvus ibidem
Cum Terra ſimul eſt tumidarum gyrus aquarum.
Quapropter quo Luna polo vicinior uni eſt,
Sive æquante magis quo deducetur ab orbe,
Æquoreos æſtus tanto vult eſſe minores.
Verùm quantumvis mutari tum minus æquor
Contingat; tamen eſſe loco haud quocumque minores
Debebunt æſtus. Æquantem quæ loca longe
Proſpiciunt orbem, veluti nos, maximus æſtus
Abluet haud alio nimirum tempore, quam quo
Luna æquante procul tantundem abſceſſerit illo,
Si queat, orbe; tumor nam tum, qui maximus, illinc

[1] Tranſit ad explicandum, cur cæteris paribus æſtus majores ſint Luna exiſtente in æquatore, cujus phœnomeni cauſam affirmat eſſe minus obviam, ac primo loco innuit, & rejicit explicationem datam a Bernoullio in memorata diſſertatione, tum eam exhibet, quam ego, illa rejecta, in mea diſſertatione de maris æſtu exhibui.

Is concipit Lunam primo quidem in æquatore ſitam, deinde abire paullatim ad utrumvis polum. Mutatio, inquit, figuræ terreſtris ex ejus motu debet fieri eo minor, quo ea ad polum ipſum accedit magis; nam ubi in ipſum deſinit, ceſſante penitus omni diurno motu, nulla habebitur figuræ mutatio, & nulla reciprocatio.

Verum quidem eſt, mutationem eo minorem fieri reſpectu totius Terræ, quo Luna magis ad polum accedit, ſed non reſpectu locorum quorundam particularium, in quibus adhuc & oritur, & occidit. Concipiamus Lunam ita recedentem verſus polum boreum: ea accedet ad noſtrum zenith, & ubi declinatio ejus fuerit æqualis noſtræ latitudini geographicæ, tranſibit per ipſum zenith. Quare is æſtus eo erit major reſpectu noſtri, quo ea magis receſſerit ab æquatore uſque ad eum limitem; & quoniam tum quidem adhuc orietur, & occidet, nos eo tempore & maximam altitudinem, & maximam depreſſionem aquarum habebimus, adeoque maximam reciprocationem, quanquam ſequens æſtus reſpondens Lunæ appellenti ad meridianum infra horizontem erit multo minor, puncto Lunæ oppo-

Præterit: at tumor hic certe haud pertinget eodem,
Luna iter æquantis medium cum conteret orbis,
Sed loca conradet ſuppoſta. Ergo incipit orbem
Deſerere æquantem ſi Luna, atque uſque recedit,
Æquoris unda loco debebit major eodem
Surgere perpetuo, dum fiat maxima, Luna
Æque dimota: plus ipſa abeunte, poloque
Accedente uni, decreſcere, diminuique
Paulatim, donec mutari deſinat æquor,
Nec ſubeat perſtante vices in cardine Luna.
Concipe [1] propterea Lunam ſuper orbe vagantem
Æquante; in Terræ tunc oris omnibus æquum
Temporis eſt ſpatium, quo Cynthia tranſit ab ortu
Ad Cæli-culmen medii, & quo volvitur ex hoc
Culmine in occaſum, ſeu ſupra, ſive ſit infra.
Quare inter geminas refluentes, atque fluentes
Undas, tempus item par intercurrat in omnes
Undique Terrarum tractus, & uterque ſub uno
Maximus undarum tumor accidat orbe, neceſſe eſt.
At cum Luna terit dextros, lævoſve meatus
Orbe æquante procul, loca cuncta æquante remota
Orbe procul pariter ſupero non æthere cernunt
Æqua & ſuppoſito ducentem tempora; quare
Æquoris unum inter curſum, geminoſque recurſus
Tempus longius eſt, porro ocyus inter eoſdem,
Atque alium curſum: & qui maximus extat utrinque
Præterea geminus tumor, infra nempe, ſupraque
Conſurgens, æquante æqualiter orbe remotus
Atque hinc atque illinc, non tramite fertur eodem
Qua-

oppoſito diſtante plurimum a noſtro zenith. Progrediente Luna verſus polum perpetuo, etiam reſpectu noſtri æſtus decreſcet itidem perpetuo, & ipſa appellente ad polum, fiet nullus. Quare reciprocatio æſtus reſpectu noſtri in illo motu fictitio Lunæ ab æquatore uſque ad polum non decreſcit perpetuo, ſed debet creſcere, donec Luna poſſit advenire ad noſtrum zenith, tum decreſcere.

1 Hinc aliam hic exhibet explicationem illam meam. Nimirum Luna exiſtente in æquatore, tam ipſa, quam punctum ipſi oppoſitum deſcribunt eundem circulum, & pro quovis Terræ loco ortus, & occaſus æque diſtant ab utroque appulſu ad meridianum. Quare ſecundus tumor maximus eodem advenit, quo advenerat prior, & illi æqualis eſt, ac æquali intervallo temporis adveniunt maximæ depreſſiones poſt maximas elevationes,

Quaque die, ſed diverſos procurrit in orbes,
Et loca continuo mutat; nec qua regione
Fit prior, hac ipſa fieri queat alter in ora.
Jam primum ſi poſt curſum, primumque tumorem
Ex improviſo Lunam ceſſare movere
Confingas maria, illa in ſe ſuſpenſa recumbent,
Atque cadendo ultra procurrent impete cœpto,
Et ſe demittent plus, quam libramina poſcunt,
Atque iterum exſurgent, iterum labentur eiſdem
Uſque locis, & itus æquali tempore fient,
Et reditus, & ubi eſt prior horum, ibi & alter, & alter:
Sic etenim impreſſos conſervat inertia motus.
Porro ſuſpenſas æquante ſub orbe moranti
Redde ſuas Lunæ vires; bene congruat iſtis
Vis, quæ ſervat iners motum, nam tempore, & orbe,
Convenietque ſitu; proin incrementa ſequentes
Uſque ferent primis vires; atque omnia reddent
Majora. Æquantem at contra ſi Luna ſit extra
Orbem, quidquid erit poſt factum a viribus ejus,
Vi pugnabit inerti, ipſi non orbe, locoque,
Tempore non concors; hinc cuncta minora, neceſſe eſt,
Utpote turbata, & ſeſe inter diſſona, fiant.
Summi non aliter pendentia culmine templi
Ærea demiſſo cum pondera fune moventur,
Ut populum feſtis cieant ad ſacra diebus;
Quique ſuo impulſus ſi tempore tranſmittantur,
Nimirum nova vis cumulabitur uſque priori,
Quæ celeret lapſum, quæque altius efferat æra;
Tempore ſin alio, atque alia de parte lacerti

tiones, & viceverſa. Hinc oſcillatio quædam marium inſtituitur, in qua conſpirantibus actionibus cum motu jam impreſſo, quotidie creſcit effectus. At Luna extra æquatorem ſita, nec ſecundus tumor maximus advenit ad eundem locum, ad quem advenit primus, nec æqualibus temporis intervallis ii diſtant ab ortu, & occaſu, adeoque a maximis detumeſcentiis; quamobrem motus undæ poſterioris diverſus admodum a motu prioris, turbatur ab ejus continuatione orta a vi inertiæ, & confunduntur invicem; adeoque decreſcit totalis effectus. Sic in pulſando ære campano, ſi nova per funem impreſſio motus fiat, dum manubrium deſcendit, facile augetur, & conſervatur oſcillatio: ſed ſi quis funem trahat, dum manubrium e contrario aſcendit, oſcillationem perturbat, & ipſe plurimum defatigatur ſine fructu.

Impellant, funemque trahant, licet usque valentes,
Imminuunt motum tamen, excursumque, sonumque
Impediunt; vires adversis viribus obstant.
E laterum [1] cum Luna locis movet æquoris undas,
Tam certa adstricti non æstus lege videntur,
Ut sunt, cum movet ex aliis, sublimibus, imis.
Exlex ipsa etenim ferri illa Luna videtur
Orbis parte sui magis, ulla quam regione.
Quare etiam antiquæ signantes cuncta tabellæ,
Lunai quæ sunt variis in moribus, omnes
Immane errabant, consectarentur in arcu
Dum Lunam gemino hoc; alia regione nec omnes,
Nec nimium, fraus forte illis tum siqua subesset.
Porro plus debent sensum turbantia cuncta
Afficere in parvis rebus, quam grandibus; illis
Nam facile emineat, quod in his vanescat; in æstu
Illa ideo apparent parvo, in majore latescunt.
Tempore [2] quo Phryxi Vector, vel Libra comantem
Fert Solem, motum Luna a latitante fit æquor,
Sive etiam tota a rutilante tumentius, ille
Quam cum per Cancrum, perque Ægocerota vagatur;
Tempore namque illo saltem vicina vagatur
Luna tibi æquanti (ciet unde valentius) orbi;
Ast alio procul excurrit quoque, signaque lustrat
Hyberna, aut æstiva; ideo minus incitat undas.
Attamen haud subito summi, vim propter inertem,
Adveniunt æstus, minimive, ut diximus ante,
Summus erit, minimusque sed alter deinde, vel alter.
Denique cognosces quoque fluctibus augmina reddi
Illis temporibus multo majora, quibus Sol
Aspicit oppositam sibi, conjunctamque sororem,
Ipsi si Soli propior sit Terra; propinquo

Nam

1 Hic exponit, cur extra syzygias æstus sint multo magis irregulares: quia nimirum extra ipsas multo magis irregulares sunt & motus Lunæ, uti diximus, cum de ipsa ageremus.

2 Ad annua phænomena demum delapsus ostendit, cur in noviluniis, & pleniluniis æquinoctialibus majores sint æstus; quia nimirum tum & Luna Soli conjuncta, vel opposita in ipso æquatore versatur: cur maximi æstus non sint æquinoctiales ipsi, sed posteriores, tertii, vel quarti, nimirum ob vim inertiæ conservantem præcedentium impressionum effectum: cur Sole perigeo majores sint æstus syzygiarum, nimirum quia tum vires Solis conspirantis majores sunt.

Nam magis e ſpatio trahit ille, magiſque valenti
Tecum conſpirat vi, Cynthia. Cætera ſolves
His facile exemplis, his cauſis, ſiqua per annum
Præterea ſint, vel menſem ſervata, diemve.
At [1] non a cauſis his cernes, ocyus unda
Cur ſaliat, quam deſiliat; non pondus aquai
Libratæ id peraget; per eoſdem creſcere namque
Temporis ipſa gradus, per quos decreſcere debet.
Proinde maris vas eſt ſpectandum, atque ipſius ora,
Hoc ubi ſervatum eſt (illo nempe æquore, rauco
Quod late Oceani perfundit gurgite Gallos).
Unda fluens totum per Terræ vertitur orbem
Semper in occaſum; ſed quæ pars tendit in Auſtrum
Arentis Libyæ, curſum interrumpit ab Indis
Oceano venienti; ergo novus æſtus, oportet,
Poſt Lunam exoriatur eo, quod nomine dicunt
Atlantis, vaſto in pelago, motumque ſequatur,
Quo rapit illa, ſub occaſum: ſed ſiſtitur æſtus
Finibus objectis Americæ, nec valet ultra
In mare porro aliud diſcluſus ab aggere Terræ
Irruere; at retinetur, & omnia littora circum,
Qua patet, inque tuas effuſus Gallia latè
Objectas oras, ceſſat deſcendere lentus
Tam ſubito, modo quam conſcenderat altus inundans.
Æquora [2] parva quidem, vel quæ ſunt clauſa, lacuſque
Nullos ferre queunt procurſus, atque recurſus;
Namque opus eſt, uno ſeſe unda hic efferat, illic
Tempore deſiliat, ſimul utraque proinde receptet
Longe diverſas agitante a ſidere vires.
Poſcit at hoc tractum vaſtum maris, atque patentem;

Nam-

1 Quod alicubi, ut hic in Europa, obſervatum eſt in Galliæ portubus, maria velocius aſcendere, lentius deſcendere, id reperit a peculiari conſtitutione Continentis turbantis progreſſum undæ; cum nimirum Africa procurrens diu impediat appulſum undæ oceani orientalioris, qua circa ipſam allapſa, dum vires interea maria elevant in occidentaliore oceano interjecto Affricæ, & Americæ, brevi tempore ad maximam intumeſcentiam deveniatur; obſtante vero progreſſui undæ America, diutius perſtet ipſa intumeſcentia, quam perſtaret, ſi unda progreſſum habente ſuum, pars aquarum aliqua in Occidentem exonerari poſſet.

2 Quod exigua maria clauſa, & lacus non habeant æſtum, inde

Namque brevis si sit, gravitas in finibus unis
Decrescens, crescensve, in finibus æquoris æque
Decrescet, crescetve aliis; discrimina nulla
Proin suberunt, ut, aquis quæ sunt, libramina tollant.
Æstuat [1] in cumulum majorem ad littora, & intra
Euripos, lato exsurgens quam gurgite fluctus;
Advenientis enim tum sistitur impetus undæ,
Propterea que prius quam sese victa resolvat,
Accumulatur; ubi sed leni littora clivo
Ascendunt, saliens late distenditur æquor
Per Terræ spatia ampla, & rauco advolvit arenas
Murmure; post labens per jugera multa resorbet
Lævia saxa; novis albescunt littora spumis.
Tum [2] quoque si scopulos circumflectatur oberrans
Hinc atque hinc æstus, procurrunt frontibus undæ
Adversis occursantes, & murmura magna
Edunt impulsu valido, ingeminantque tumores,
Protinus & vasto labuntur pondere deorsum.
Sic plerumque furit, qui te, ampla Britannia, pontus
Distinet a Gallis; nautæ at sua tempora norunt.
Hunc humiles tumidum Belgæ vidistis adire
Vestras sæpe domos, fora reddere vasta, viasque
Undique, sublimes immissum evertere muros,
Naufragioque novo miseros involvere cives,
Et

de id consequi docet, quia ad æstum requiritur inæqualitas virium in diversas fluidi partes impressarum, quod idcirco alibi plus, alibi minus ponderet; id autem requirit ingentem tractum; nam in exiguo tractu semper actio Lunæ æque ad sensum addit, vel demit gravitati omnium fluidi partium, quæ idcirco eodem semper plano horizontali terminantur.

1 Quod ad littora major sit aquarum motus, & ad angusta freta major etiam elevatio, quam in aperto mari, id repetit ab impedimento, quod ibi objicitur procursui aquarum, quæ dum sustinentur, debent elevari magis advenientibus novis cum impetu jam concepto, nec extinguendo, nisi per vim gravitatis agentem in illa majore elevatione; ubi autem inclinatio camporum habeatur exigua ad horizontem, mare paucis etiam pedibus elevatum debet ad ingentem distantiam procurrere, & immani velocitate affluere, dum assurgit, ac item defluere, dum detumescit.

2 Ubi per plures vias allapsa unda quodammodo velut colliditur, sibi invicem occurrens, ibi elevationem, notat, debere haberi multo maximam: Hinc ingentem illam inter Belgium, & Britanniam elevationem marium, quæ in Continenti habente humilem camporum positionem, ubi aggeres aliquando ever-

Et pecora, & timidos fugientes ante colonos
Præripere, & vastas etiam prosternere silvas,
Et prædam omnigenam Neptuno inferre sonanti,
Ac dape squamiferis peregrina occurrere monstris.
  Accidit [1], ut certus Lunæ situs excitet undas,
Sustineatque; brevi cum scilicet altera cursu
Advenit, altera post mage longa ambage vagata,
Cum parat illa prior jamjamque recedere, præsens
Impedit, & retinet, proinde ut compareat undæ
Nullus itus, reditusque. Sed his nova deinde reperta
Est ratio multo solertior, unaque forsan
Vera; etenim rebus servatis congruit una.
Scilicet id pelagus, quod ab orbe æquante sub Arcton
Extensum est, duplo sed plus prope currit in Austrum,
Æstu infervifcit, boreali in margine, nullo,
Tempore nimirum, quo Luna æquante sub orbe est;
Magnus namque tumor qui tollitur, omnis in Austrum
Tunc effunditur; ex alia proin æqua manebunt
Æquora parte: situm sic illum scilicet esse
Tonchini referunt portum, quo tollitur ullus
Vix æstus, certos & norunt littora fines.
  Sunt [2] alii portus, sunt littora multa, sinusque
Trans freta, trans scopulos positi, longeque remoti,
Pertingunt quo quaque die ternique, quaternique
Æstus,

evertit, immanes illas edidit strages protensas ad multa passuum millia, quas vulgo novimus.

1 Ostendit hic, quo pacto fieri possit, ut certa Lunæ positio omnem alicubi æstum summoveat: si nimirum ex alia parte in eum locum mare affluat, & effluat ex alia, adveniat autem æstus diversis viis alia citius, alia tardius ita, ut dum efluit aqua, quæ priore via advenerat, affluat, quæ advenit via posteriore; tum altitudo erit in eo loco semper eadem. Hæc explicatio est Newtoni: ipsi aliam addit, quæ habetur apud Euletum in dissertatione impressa itidem inter donatas præmio anno 1740 deductam ex ipsa generali theoria. Is invenit in mari satis arcto, quod dirigatur a Borea in Austrum, & duplo plus excurrat ab æquatore in Austrum, quam in Boream, Luna existente in æquatore nullum ad borealem marginem debere haberi æstum, sed tumorem, qui habetur in medio, debere effundi totum in Austrum: ejusmodi autem positio est ad sensum illa Tunchinensis portus. De hoc singulari phœnomeno agemus itidem in supplementis.

2 Causam hic profert plurium æstuum, qui in quibusdam locis habentur eodem die. Id provenit ex eo, quod per diversos ductus eo adveniat unda æstus generalis, trans varias extantes insulas, & scopulos, vel per anfractus varios latentes intra ipsum mare.

Æstus, atque etiam septeni; pluribus illuc
Diversis fluit unda viis non tempore eodem
Insinuata; prior quare hinc transcurrit, at illinc
Posterior, sequiturque alia, atque alia ordine certo.
Sunt [1] etiam putei, sunt quædam flumina, constant
Telluris queis secreti trans viscera ductus
Ad mare, sæpe die quæ crescant, & minuantur,
Atque fluant, refluantque; at non stata tempora servant;
Nam varii, per quos ea transit ab æquore causa,
Calles sunt, variæque viæ, incertique meatus.
Æquore [2] verùm aliæ longe prope cardinis oras
Sunt utriusque vices; ibi supra, infrave moratur
Multos Luna dies semper; semel itque, reditque
Proin mare quaque die: communi cætera deduc
A causa, & supra positis rationibus apta.
Ast [3] illo magni fiunt quoque in æquore motus
Propterea; quoniam sive acta sit æstibus unda,
Seu ventis, leviterque polo propulsa propinquet,
Continuo admota ad partes sese applicat illas,
Queis minor in Terra se circa motus eunte est;
Cumque suum servet motum, quem cœperat illo,
Quo fuerat dimota, loco, transcurrit in ortum.
At contra ex ipso venientes cardine fluctus,
Partibus occurrunt quoniam velocius actis,
Destituuntur ab his semper, retroque relicti
Ire sub occasum comparent. Insula monte

A gla-

1 Æstus quidam puteorum, quorundam vel fluminum repetit a communicatione occulta cum mari, qui etiam ob incertas, & maximè irregulares vias, per quas eiusmodi communicatio habetur, incerti sunt, & irregulares.

2 Notat, longè alias debere esse leges æstuum prope polos, ubi cum Luna nec oritur, nec occidit, semel tantum debent maria intumescere, ac detumescere per diem: sic & alia, quæ ibi accidant, deducenda esse, ait, ex communi causa superius exposita, ritè ad singulos casus applicata.

3 Alium aquarum motum, qui prope polos haberi debet, hìc proponit, qui nimirum oritur ex inæqualitate motus diurni in diversis circulis parallelis. Dum enim exiguo etiam æstu, vel alia quavis de causa aquæ, & glaciei ingentia frusta, a mari glaciali avulsa, nonnihil discedunt a polo, delata ad circulos parallelos majores, in quibus velocitas motus diurni est multo major, qua velocitate carent ex aquæ, & ea frusta, antequam acquirant eam majorem velocitatem in Orientem, reliquuntur a reliquis partibus majore illa velocitate

A glaciali avulſa illic dum ſæpe per undas
Innatat, ad Zephyri ſedem, ſeu flectit ad Euros.
Æquoreis [1] in aquis pariter quoque cernere ſæpe eſt
Curſus huc illuc diverſos, flumina vel quod
A Terra impellunt, vel ab imo orientia fundo,
Concitus aut aer in ventos deſuper ortos,
Aut ſub aquis etiam; nam quidam & ventus aquarum eſt,
Ebullit per quem veluti, & verſatur ab imo
Deſpumans pelagus; terræ fit & unda tremore
Ut tremat aſſimili violentis acta procellis,
Externo quas non agitari flamine cernas.
Nunc [2] liquidas undis mecum te transfer ad auras
A liquidis, æſtumque hujus quoque noſce elementi
Inſtabilis, quique a cauſa gignatur eadem
Aerio tumor in pelago circum undique fuſo.
Aer cum fluidus ſit, ut unda, quis, aera, pugnet,
Æſtum percipere ob cauſas gravitatis eaſdem
Ne credas, ſimilique huc illuc more cieri?
Credidit atque aliquis, cum limphis eſſe videret
Multo plus tenues auras, raraſque, tumenti
Deſuper attolli tanto plus gurgite tractas;
Scilicet Oceani pedibus ſi libera denis
Unda fluens ſe ſuſtollit, debere fluentem
Aera ſe pedibus decies attollere mille.
At vera id nequeat ratio ſuadere profecto,
Quæ quanquam longa deducta ambage labori

Sub-

citate tranſlatis, adeoque in Occidentem feruntur motu reſpectivo reſpectu circumjacentis regionis; contra vero ſi ad polum accedant, majore illa præcedenti velocitate procurrunt in Orientem. Is motus prope polum debet eſſe ingens, cum ibi paralleli circuli polum habentes proximum, ſi parum admodum etiam a ſe diſtent, rationem habeant inæqualitatis ingentem, ſecus ac in majore accidit diſtantia a polo.

1 Plures alias marinorum motuum irregulares cauſas congerit, ex quibus ſæpe oriuntur & illæ, quas dicimus *le correnti*, fluvios vel extrorſum allapſos, vel ortos in ipſo maris fundo, ventos vel itidem externos, vel ſub ipſis aquis ortos, ab exhalationibus ſubterraneis, unde etiam aliquando & terræmotus oriuntur, qui marium quoque æſtum inducant, & motus varios.

2 Ab æſtu maris tranſit ad æſtum atmoſphæræ terreſtris. Affirmat æſtum quidem ibi haberi ſimilem æſtui maris, & ab eadem cauſa ortum. Commemorat id, quod Danieli Bernoullio viro plane ſummo, & de ipſa æſtus marini theoria benemerentiſſimo excidit in illa Diſſertatione anni 1740,

quam

Subtrahitur noſtro, ducique in carmina neſcit,
Certa tamen nihilo minus eſſe videbitur, illam
Si bene pernoſcas, & tutemet ipſe revolvas:
Monſtrabit ſiquidem, nihil hic diſcriminis altis
Eſſe locis, tumeat ſublata vel unda, vel aer;
Nam ſi materia conſtaret Terra fluenti,
Aſſimilique ſui, velut aer, tota, & abiret,
Quidquid præterea eſt, ſeſeque reconderet imum
In medium, in ſeſe conducto corpore; corpus
Hoc ipſum conductum in ſe, in medioque receptum
Gignendis faceret nihil æſtibus, & variandis
Aera per liquidum, nuſquam velut eſſet; & illa
Materies, quam tum, ut ſolam, perſtare videbis,
Æſtiferis æque ſe motibus exagitabit,
Quamtumvis denſo conſtet, raroque viciſſim
Corpore, nimirum vel diffluat unda, vel aura.
Huc poſſit ratio, ſi certam evolvere calles,
Ducere te; ſatis eſt regionem oſtendere Veri
Nam mihi, cum noſtris loca ſunt impervia muſis.

Errat [1] præterea, qui hinc ventis conſtruit alas,
Exorietur enim tam parvus in aere motus
Tam late aeriis a parte patentibus omni
In campis, nequeat qui noſtrum impellere ſenſum.
Nimirum ventis Sol cauſa potentior auras
Diſcutiens radiis; ſtabili pater Æolus illinc

Lege

quam ſuperius commemoravimus, ubi deduxit illud, eo majorem debere eſſe elevationem atmoſphæræ ob ejus æſtum, quo ipſa ſit rarior, quam aqua, nimirum proximè millecuplo majorem, adeoque duorum milliariorum. Unde is illi error profluxerit, oſtendi in diſſertatione de æſtu maris anno 1747, rem Noſter affirmat eſſe imperviam verſibus; innuit tantummodo rationem, qua ad deprehendendum errorem deveniri poſſit. Nimirum, ſi totus Terræ globus reducatur ad eandem tenuitatem, quam habet aer, amandata in centrum reliqua omni materia, æſtum fore eundem ad ſenſum, qui debet haberi nunc in atmoſphæra: eundem autem futurum ad ſenſum in ea hypotheſi, qui haberetur, ſi illa materia aggeſta in centro nulla eſſet; in hoc autem caſu fore eundem æſtum fluidi tenuiſſimi, qui eſſet utcumque denſi. Verum de his omnibus plura, & accuratius de more in ſupplementis.

1 Addit & illud, non poſſe ab hoc æſtu aeris deſumi cauſam ventorum, cum ob adeo exiguam elevationem ejus æſtus, nullus ſatis ſenſibilis poſſit oriri motus in aere. Potentiorem cauſam ventorum, eorum nimirum, qui peren-

nes

Lege movet turbam mira levitate valentem;
Quam tibi postremo rationem carmine pandam,
Prætereaque alias, propter quas aeris ingens
Hoc liquidum variis mare curritur undique ventis.
Jam [1] quia inæqualis gravitas ciet æquoris undas,
Et ciet aerias; cur non & pondere vivum
Comprimat argentum diverso, dum salit alte
Longo suspensum in vitro? discrimina nempe
Sunt tenuissima in hoc mutato pondere, totum
Scilicet ad pondus referas si corporis illa.
A Terræ gravitate etenim sic exsuperatur
Hæc Solis, Lunæque trahentum, ut mille minorem
Centenis decies repetitis partibus esse
Dicendum sit; & hinc sursum quo scandere vivum
Debeat argentum, vel quo demittier infra,
Tam parvum constat spatium, ut nec cernere possis,
Ulla nec ratione ullam sentire per artem.
Nec maris æstus item revera perciperetur,
Ni deberet in hanc extrinsecus unda figuram
Verti, quam, si Terra liquesceret omnis, haberet,
Dimidiæque tumor nisi respondere profundæ
Deberet Terræ, & spatii pars tantula magni
Esse, atque idcirco possit quæ magna videri.
In [2] Jove, qui Lunas circumfert quattuor, inque
Saturno, cui quinque adsunt, majoribus illud,

Si

nes sunt in aperto oceano, esse Solis radios aerem calefacientes; sed de hac & aliis ventorum caussis, se inferius acturum pollicetur.

1 Quærit hic, cur inæqualitas illa gravitatis alibi auctæ, alibi imminutæ ab actione inæquali Solis, & Lunæ, quæ gignit æstum maris, & aeris, nullam mutationem pariat in barometris: caussam profert, quia inæqualitas ponderis respectu ponderis totius est nimis exigua, ut idcirco inæqualitas altitudinis mercurii perquam exigua, respectu exiguæ altitudinis pollicum 27 sensum omnem effugiat. Intumescentia in æstu est sensibilis, licet sit itidem perquam exigua respectu semidiametri Terræ, quia ipsa semidiameter est ingens, adeoque id, quod est perquam exiguum respectu ipsius, potest non esse exiguum respectu nostri.

2 Notat hic, quanto majores, & magis complicati esse debeant æstus in Jove, qui habet 4 Lunas, nimirum Satellites, & in Saturno, qui habet 5. Solis quidem actio in iis est multo minor, sed multo major, & multo magis varia in tam varia tot Satellitum positione, ipsorum actio. Quid verò in intimo Jovis Satellite, qui distat minus, quam tribus Jovis diametris a centro Jovis ipsius?

Si quod ſit, vicibus diffuſum exæſtuat æquor.
Languidior multo, quam nobis, Solis erit vis
Longingui; ſed tot Lunarum corpora, ab una
Omnia præſertim fuerint cum parte locata,
Vel partim oppoſita, poſſint ut jungere vires
Viribus, immanes curſus, pariterque recurſus
Undarum parient. Quanto Jovis intimus ille
Deſuper incumbet Comes impete, tranſitus ad quem
Tam brevis eſt, Jovis ædifices ut ſi tria ſurſum
Corpora, tranſcurras! tum quot mutabitur æſtus
Et vicibus, cum ſub Luna mare quaque tumeſcat!
Multa [1] Jovem medium præcingens faſcia ſemper
Apparet: memorent dictæa rupe latentem
Hac cinxiſſe Deum Nymphas, quem lacte capella
Paverat implentem vagitibus aera blandis,
Quos dirus Pater audiſſet, Matrique dediſſet
Æternum vulnus ſub pectore, ni Curetes
Armati in numerum pulſaſſent æribus æra,
Magna & pernices plauſiſſent voce choreas.
Continuo ſpecies mutatur, crebraque ſæpe,
Raraque fit, modo juncta, modo & diviſa videtur
Faſcia; fors ejus quia labens littora fluctus
Integit Oceani, retegitque exinde revertens,
Et colles aperit ſubmerſos, tectaque in auras
Inſula multa redit, ſcopulique cacumina tollunt,
Clauduntur que lacus, & montes continuantur.
Mutari [2] at ſpecies poſſe has Jovis aere verſo
Credibile eſt etiam. Terram velut obſidet aer,

Cur

1 De Jovis faſciis hic agit, quas longioribus teleſcopiis in eo intuemur jam plures, jam pauciores, quæ & formam mutant; ac in iis ſunt partes quædam, quæ jam cum iis conjunguntur, jam ſeparatæ cernuntur, ut quædam inſulæ. Ejuſmodi faſcias docet reperi poſſe cum Aſtronomis pluribus ab ipſo æſtu, qui cum in Jove & major eſſe debeat, & tam varius; poſſunt ingentes ab ejus oceano jam occupari tractus, jam deſeri; unde omnis illa variatio tanta oriri poteſt. Porro & fabella poetica Lectorem feſſum demulcet ad hujuſmodi faſcias pertinente.

2 Facturus gradum ad agendum de atmoſphæris cæleſtium corporum, hic illud affirmat primo loco, poſſe Jovis faſcias provenire a nubibus etiam, quæ noſtris analogæ in ipſa Jovis atmoſphæra jam coaleſcant, jam diſſipentur: analogiam nimirum Naturæ nos ducere a terreſtri atmoſphæra ad atmoſphæ-

Cur non ipſe Jovem, cur non conveſtiat aſtra
Errabunda alia, & ſimilem prætendat amictum?
Scilicet in Mundo Natura haud protulit unam
Uſquam rem, niſi fors portenta informia quædam;
Nulla avis eſt, ſimilis cui non ſit plurima, nullis
Proinde ſuum phœnica vetus conſpexerat ætas
In ſilvis, unum quem finxerat eſſe; nec ulla
Eſt fera, non arbos uſquam, non herba vireſcit
Una genus: Multi genus unum nos ſumus omnes
Inter nos ſimiles, niſi Pyrrhæ ad ſæcula ſcandas.
Noſtrum multiplicant diſtantia ſidera Solem.
Unica cur igitur Tellus ſit, & unicus aer
Noſter hic? aſſimilis non circum errantia fuſus
Cuncta ſit aſtra? licet non inde laceſſere noſtros
Ipſe queat ſenſus, nihilo tamen at minus idem
Indicium dat ſæpe ſui, ſic candida viſæ
Idaliæ Veneris turpantes ora, genaſque
Sunt maculæ quædam; quæſitæ deinde ſed illo
Sidereo in vultu nulla ſunt arte repertæ;
Hinc ortam potuere Viri neque cernere litem;
Alter ob has viſas etenim id ſe volvere ſidus
Pugnabat tribus in ſeſe, deniſque bis horis:
Alter quinque dies, & bis conſumere denos
Uno in circuitu; quoniam huic, quodcumque per unum
Eſſet forte diem mutatum, non niſi gyri
Eſſe videbatur tantùm pars unius, illi
At poſt exactum alterius pars addita gyrum.
Cur [1] non & Lunam quidam circumfluus aer

moſphæras primariorum Planetarum, quæ quamvis ob immanem diſtantiam ſub ſenſus noſtròs immediatè non cadant, indicia tamen ſui exhibeant: atque hìc occaſione arrepta memorat maculas quaſdam, quas in Venere deptehendit Joannes Dominicus Caſſinus, & Blanchinus, ex quibus hìc quidem 25 dierum converſionem eruit Veneris circa próprium axem, ille vero horarum 23, cum motum ab uno die obſervatum uſque ad ſequentem hìc tribuerit toti illi tempori, ille exceſſui ſupra integram converſionem. Videre eſt ejuſmodi controverſiam in Elementis Aſtronomiæ Jacobi Caſſini.

1 De Lunæ atmoſphæra hìc agit, de qua ego fuſiorem ante hos paucos annos diſſertationem edidi & hìc itidem dicam aliquid in ſupplementis: ex ea diſſertatione huc præcipua quædam decerpta Noſter tranſtulit; ac primo quidem innuit argumenta, quæ videantur probare ipſam Lunæ atmoſphæram; nimirum quod aliquando videantur quidam

Obtegat? indicium dare quoddam errantia dicunt
Sidera; visa suam nam sunt mutare figuram
Interdum, pariterque suos mutare colores
Pallida, cum propius Lunæ accessere, latere
Jamque parant; visa & contactum fixa sub illum
Intremuisse etiam turbata sidera luce,
Objecto velut ac tunc aere transpicerentur
Incolumes ad nos radios transire vetante.
Præterea toto Phœbus cum deficit orbe
Luna interjecta, qui tum illam lucidus ambit
Annulus, aeriis progignier illius auris
Creditur. At si vel longe tenuissimus illic
Perpetuo circum amplexu diffunditur aer,
Cur vaga non semper mutent frontemque, coloremque
Astra suum, cum sunt Lunæ propiora, magisque
Multo etiam immutent, quam cum immutasse feruntur?
Sidera cur paulum turbato lumine rarò
Fixa tremant? porro non certo limite, uti nunc,
Finitam, ambiguo paulatim at lumine carpi
Circum oras, sit opus, Lunam tuearis, & illic
Paulatim, quæ sunt discrimina lucis & umbræ,
Confundi, & crepera natura utramque subire,
Cum tamen excipiant nitida umbras lumina densas.

De-

dam Planetæ, antequam a Luna eclipsim patiantur, prope ipsius limbum mutare figuram, & colorem, ac fixæ itidem stellæ in appulsu ad ejus limbum intremiscere, quibus addit annulum quendam lucidum, qui videri solet in solaribus eclipsibus circa Lunam obtegentem ipsum Solem.

Iis argumentis propositis contraria profert, vel quæ ipsorum etiam solutionem continent, vel ad eam sternunt viam: inprimis si aliqua esset perpetua Lunæ atmosphæra, quanquam etiam admodum tenuis, non aliquando tantummodo, sed omnino semper in appulsu ad Lunam Planetæ figuram mutarent, ac pallescerent, & tremeret Fixarum lumen; & tamen habetur immanis observationum numerus sine ulla prorsus mutatione, quæ sensu percipi potuerit.

Addit illud, si habeatur atmosphæra lunaris, in ipsius Lunæ disco a parte lucida ad obscuram debere haberi transitum per intermedium pallorem ortum a crepusculo quodam, cum e contrario intueamur longioribus etiam telescopiis finem inter partem umbrosam, & lucidam terminis distinctum, qui nullam sensibilem amplitudinem habeant; ut & cuspides quædam emergunt e media umbra lucidissimæ.

Ut respondeat contrariis argumentis, affirmat, raram illam figuræ, ac coloris mutationem in Planetis; tremorem in Fixis posse tribui alteri cuipiam causæ, ut at-

mos-

Demum in ſideribus, ſiquæ ſunt forte colorum
Servatæ, luciſque vices, non cauſa valebit
Eduxiſſe alia, ut Telluris protinus aer
Mutatus circum, ut fallentia ſæpe tuborum
Vitrea ſepta? aer Solis quoque nonne nitentem
Concinnet, cum Sol obtecta luce laborat,
Annulum, ut amiſſæ parva in ſolatia formæ?
Et tamen (a vero quantùm deducere poſſunt
Jam præcepta animo, & temere inſinuata volenti
Judicia!) invenies, qui juret in aere Lunæ
Cernere ſe nubes, tempeſtateſque ſonoras,
Fulminaque, albenteſque nives, & grandinis ictus;
Mirum, ſi nequeant, quæ ſunt majora, videre
Idem illic, urbes, claſſes, homineſque, feraſque!
Num [1] tamen idcirco privanda eſt tegmine prorſus
Luna ſuo, careatque fluenti ipſa unica amictu?
Quin mage ſeſe aliis pudibunda involvere quærit.
Funditur haud certe circum illam, noſter ut aer,
At tegit immenſum late velut æquor aquarum,
Paulatim quod non ſurſum tenuetur eundo,
Æque denſata conſurgat at undique mole,
Et non ambiguo, ſed certo limite conſtet.
Scilicet in medio facies eſt aſpera Lunæ,

moſphæræ noſtræ, vel vitio cuipiam teleſcopii. Ego & illud addidi, fieri poſſe aliquando, ut in Lunam decidat pars quæpiam craſſior atmoſphæræ ſolaris illi analoga, quæ apud nos Auroras Boreales parit, uti ſupra diximus, quæ tum maxime in appulſu ad illam limbi partem addenſata raros illos effectus exhibeat. Annulum autem, qui apparet in ſolaribus eclipſibus, tribuit atmoſphæræ Solis.

Demum illos carpit, qui cenſeant ſe in Luna tempore ſolaris eclipſeos, & procellas vidiſſe, ac fulgura, & fulmina, cujuſmodi obſervationes nonnullas & Wolfius profert. Cum iſta tanto minora ſint, quam urbes, & ſilvæ; has prius, & alia ejuſmodi iis teleſcopiis licuiſſet deprehendere, antequam fulgura, & fulmina cerneremus in Luna. Nulla teleſcopiorum vis eo ſanè pertingit, ut fulgura, & fulmina lunaria exhibere poſſit, licet ponantur ea ibidem exiſtere.

1 Innuit hic meam itidem ſententiam de fluido quodam homogeneo, & noſtris aquis analogo, quod totū ambiat lunarem globum: profert autem unum e præcipuis argumentis, quæ pro eo fluido protuli, quod nimirum videamus limitem inter lucem, & umbram in Luna non plena ſemper ſcabrum admodum, & ſinuoſum, quæ limbi inæqualitas uſque ad marginem protendatur; cum tamen Lunæ limbum in eclipſibus Solis videamus ſemper accuratè circularem ſine ulla

Lævis at extremo comparet margine circum.
Credere ſed tantùm non eſſe in margine ſcabram
Difficile eſt; quare dicendum illa æquora denſa
Conſpecta obliqua extremas ratione per oras,
Quidquid inæquale eſt, tegere, æqualique videri
Undique propterea finitam lumine Lunam.
Sic fundi aſperitas, ſi noſtra hæc æquora rectà
Deſpectes, apparet; at aſperitate carere
Creditur extenſum circum undique finibus æquis,
Obliqua pelagus ſi fors ratione tuaris.
  At [l] tollas aliis, crinitis aera certe
Tollere ſideribus non poſſis, aera quorum
Crines conſtituunt ipſi, & coma lucida circum.
Nudis hic oculis etiam dignoſcitur aer,
Corpore qui, circa quod funditur, amplior eſſe
Ter decies ſæpe eſt conſpectus; cernimus ipſum
Quin quod & in medio corpus, nucleumque Cometæ
Dicimus, haud ſolidum eſt, at ut aer craſſior extra
Nec bene finitus, nebularum more, remotis
Inſedere procul quæ vallibus, altaque condunt
Culmina villarum, & frondentes per juga ſilvas.
Quapropter quoniam tam clarus conſpicuuſque eſt
Aer hic, Cælo cum lux eſt orta Cometæ,
Mirantum ut ſoleat convertere mentem oculoſque,
Et terrere Virum, diro velut horribilique
Spectaclo, propius quod nos contingere credant
Mortales, uſus, exortus, & rationes
Edere, queis fiat novus hic, tantuſque paratus,

Et

la ſcabritie. Idem accideret in noſtro mari. Fundi ſcabritiem tranſpiceremus uſque ad marginem velut depictam in ſuperficie ſuprema, ſed marginem maris in diſco Solis ſine ulla ſcabritie intueremur, ſi Tellus nobis extra ipſam poſitis pareret ſolarem eclipſim.

l Delabitur hìc ad atmoſphæras Cometarum, excerpens itidem pleraque ex iis, quæ protuli in mea diſſertatione de Cometis huc pertinentia. Crines, & cauda Cometarum in ipſos oculos incurrunt; ipſe nucleus per teleſcopia conſideratus ita nebuloſus eſt, ut ſtatim appareat id, quod cernimus, non eſſe accuratè ſolidum, ſed eſſe nebuloſum veri nuclei ſolidi tegumentum. Quoniam autem Cometarum crines, & caudæ uſque adeo hominum oculos animoſque percellunt, de iis hìc ſe uberius acturum profitetur: & quidem ipſæ atmoſphæræ affuſæ Planetis, & multo magis ipſæ Cometarum caudæ ſunt quoddam conſectarium gravitatis generalis, de qua huc uſque egerat, & cujus occaſione ad hæc argumenta delapſus eſt.

Et longo par eſt per cuncta excurrere verſu.
Permultis [a] ſuus hic Terræ datus uſibus aer
Scilicet eſt, aliiſque ſuus quoque proficit aſtris
Aer, ſi quis is eſt, errantibus: hæc ſed ab illo
Commoda percipimus noſtræ non ultima vitæ,
Nobis diſtribuit quod lucem, quodque calorem
Undique, tamque bonas Terram res ſpargit in omnem.
Si radios aer, & ſpicula dia reflectens
Abforet, haud aditus, reſerataque ſepta domorum
Vel mediæ lux alma diei tranſgrederetur,
Oppoſitus radios niſi Sol immitteret intro
Directos, nimiumque fugaces; cætera ſemper
Torperemus, uti tenebroſo in carcere clauſi.
Quidquid ſe radiis opponeret, ilicet umbras
Cimmerias inferret, ut alti culmina collis,
Exigua ut nubes, paries, frondoſaque ſilva.
Ex improviſo tenebras offunderet atras
Horrida nox; vix Sol occumberet, ulla nec eſſet
Aurora ante ortus almæ prænuncia lucis;
Sed ſubito foret a tenebris ad lumina clara
Migrandum. Tum quis vibratos luminis ictus
Nulla per aurarum defeſſi obſtacula ferret?
Æſtivos media ferimus vix luce calores,
Nam magis impellunt directius advenientes
Ex alto radii; brevior via namque per auras
Tunc eſt obſtantes, atque undique disjicientes:
At cum longior eſt, ut mane, aut luce cadente,
Aut etiam mediam per brumam, obtunditur illa

Q 3 Vis

[a] Primo loco hic proponit duos e præcipuis officiis, & uſibus noſtri aeris delectos ex aliis innumeris, quos is habet: is nimirum dividit lucem, & calorem; & illam ab uno loco ad alium, hunc & ab uno loco, & ab uno tempore ad alium transfert. Niſi adeſſet noſtra atmoſphæra radios luminis circumquaque reflectens, in omnibus iis locis, quæ non eſſent expoſita directis Solis radiis, adeſſent horribiles tenebræ, ut intra domos, quæ illuſtrantur admiſſis per feneſtras radiis, qui reflectuntur ab atmoſphæra terreſtri. Nubes exigua atram pareret noctem, & in ipſo Solis occaſu nox nigerrima haberetur illico ſine ullo crepuſculo, quæ ſine ulla aurora uſque ad Solis ortum æque tenebroſa perduraret.

Ea ad lucem pertinent, ſed & calor eſſet intolerabilis in ipſa directa luce Solis, ac intolerabile frigus in umbra, ut & frigus intolerabile per noctem; niſi aer radiorum ſolarium directorum vim retunderet, ac idem calefactus, & vici-

Vis acris, longeque venit languentior ad nos.
Quanto percuteret proin impete jacta ſine auris?
Eſſet & in quanto degendum frigore contra,
Quo non lux Solis pertingeret? ipſe calorem
Aer ſervat enim nobis, quo vita fovetur.
Omnis nox igitur gelida magis algida nocte
Brumali foret, atque domus foret omnis ut acri
Condita de glacie. Nimium dum comprimit aer
Luminis ardorem, bibit ipſe, & ſervat eundem,
Inque loca huc illuc, in egentia tempora deſert
Impediens, magno ne magna ad frigora ab æſtu
Migremus ſubito, contraque a frigore ad æſtum
Immodicum nimio, mediis extremaque jungit.
At [1] quanto magis eſt diſtenſa illa aura Cometis
Utilis? immenſo cum tractu a Sole recedunt,
Ut fugiant noſtros oculos, penituſque lateſcant,
Exciperent [2] paucos, qui non diſrumpere poſſent
Noctem, tam longe radios, lumenque profuſum
Pertenue; idcirco ne commoda deficeret lux,
Uſus erat, partes circum diſperſa per omnes
Ut ſit materies ea late vaſta, potenſque
Arripere, & radios deducere prætereuntes
Tam magno in ſpatio, venarique undique lucem,
Et diſtenſa velut captare in retia raram.

Reve-

vicino aeri calorem communicans, eundem a Sole ad umbram, a die ad noctem traduceret. Sol in meridie per æſtatem directo radiorum appulſu ingentem calorem parit, qui per hyemem, ac in ipſa æſtate manè, & veſpere calorem multo minorem gignit. Id diſcrimen inde provenit, quod radii, qui magis obliqui adveniunt, multo longius conficiunt iter per atmoſphæram terreſtrem, quæ idcirco maximam illorum partem reflectens, reliquos, qui tranſmittuntur, plurimum debilitat. Si igitur nulla eſſet atmoſphæra, quanto vehementius urerent directi Solis radii, & nullis reflexionibus attenuati! Loca autem in umbra poſita, & nullo fota calore aeris, torperent immani frigore.

1 Expoſitis hiſce atmoſphæræ uſibus, qui generales ſunt pro omnibus Planetis, oſtendit, quanta in Cometis neceſſitas fuerit tanto majoris atmoſphæræ, quam in Planetis ad eos ipſos uſus; eſt autem in immenſum major; dum enim atmoſphæra terreſtris eſt perquam exigua, & fere inſenſibilis reſpectu diametri Terreſtris; atmoſphæræ Cometarum diametris nuclei multis vicibus majores ſunt.

2 Primum agit de iis, quæ pertinent ad lucem. Cum Cometæ uſque adeo recedant a Sole, & Solis lux in receſſu ab ipſo attenuetur in ratione reciproca duplicata diſtan-

Reveraque illos per tractus aura Cometæ
Ulla a parte premi nullo queat aere Solis;
Debet in immensum proin fundier, & capiendæ
Tenuibus ut maculis fines distendere lucis.
Inde fit, ut cæca pars nunquam nocte prematur
Ulla; sed, ut Terræ, cum nubes lampada Solis
Eripit ex oculis, non deficit ipsa profecto
Alma dies, quam tunc defert circumfitus aer,
Jam non præstet idem longe vastissimus ille
Nunquam luce carens aer? non arceat umbras?
Nam, quanquam solidi pars corporis una Cometæ
Solem habet aversum, lucem latere haurit ab omni
Nimirum immissam late cingentibus auris,
Nullaque propterea noctis discrimina sentit.
Hinc ratio patefit, cur non, ut Luna, Venusque,
Apparent vario pariter sic ore Cometæ:
Non horum faciem nos inspexisse queamus
Intectam densa semper caligine; verùm
Illuc forte oculis nostris via siqua daretur,
Haud equidem partem, quæ Soli obvertitur, esse
Opposita multo mage claram perciperemus.
Qui penetrant in eam recti trans nubila tanta,
Languentes radii nimium sunt, vincere longe
Qui nequeant alios, qui per latera omnia fracti

distantiarum; ii multo magis indigent luce, quam atmosphæræ adeo vastæ contractam, & ad nucleum reflexam augebunt, quæ quidem atmosphæræ in illa majore distantia dilatabuntur adhuc magis liberatæ ab atmosphæra solari, quæ illas ibi non comprimet. Ex ea autem ingenti atmosphæra & illud accidet in Cometis, ut nulla uspiam habeatur nox, ne in parte quidem aversa a Sole. Debet enim vividissimum, & perenne haberi quoddam crepusculum ubique, & quidem admodum exiguum debet esse discrimen inter intensitatem lucis in parte Soli obversa, ac in aversa; quæ ipsa etiam vera est causa, cur nullas in Cometis intueamur phases, ut in Luna, & Venere; non autem quod Cometarum nucleus sit pellucidus, quod senserunt nonnulli, non perpendentes hoc tantum perenne crepusculum.

Ea tamen atmosphæræ commoda pertinentia ad distributionem æquiorem lucis pensari debent ingenti incommodo; quod nimirum Cometarum incolis, si qui sunt, ademptum est spectaculum omne Cæli, & Stellarum, quæ nimirum trans tantam nebulosæ atmosphæræ crassitudinem a Sole perpetuo illustratam transpici nequaquam poterunt: Solem ipsum vix, & quidem admodum pallentem, intuebuntur.

Detorquentur, & oppositæ dant lumina genti.
Illic nulla quidem proin nox; at sidera nusquam
Propterea populi poterunt nocturna tueri,
Clara neque his Mundi tam pulchri scena patebit.
Aspiciant tantùm pallentis lampada Solis
Unica de toto miseri spectacula Cælo.
Solos in Mundo proin sese vivere credant,
Ut Rex oceani divisum forte patentis
Qui scopulum incoleret, quo nunquam accesserit hospes,
Non alias usquam sua classis adiverit oras,
Solum se toto dominari audiret in Orbe.
Cum [1] nimium Phœbo admoti accessere Cometæ,
Deberent lucis violento ardere furore,
Si non densus eos radios infringeret aer.
Nonne vides, quantùm primo Sol debilis ortu est?
Longius illud enim paulo, atque implexius ad nos
Tunc iter aerium est; jam quid foret, hæc via mille
Si spatiis plus, quam nunc est, productior esset?
Et tamen in multis tantundem est sæpe Cometis
Hoc nostro protensior atque implexior aer.
Horrendum ante alios nostri videre Parentes
Usque adeo in Solem demitti, ut abesset ab ejus
Biscentum spatiis minus, ac nos, impete flammæ;

Mille

1 Multo major utilitas, & vero etiam necessitas extitit tantæ Cometarum atmosphæræ pro iis, quæ pertinent ad calorem. Cum ii tanto magis accedant ad Solem in perihelio, & usque adeo recedant in Aphelio, immane esset, & prorsus intolerabile discrimen in ordine ad calorem in hisce oppositis eorum constitutionibus. In Solis vicinia calor esset immanis, nisi tam ampla, & crassa atmosphæra radios ad nucleum delatos debilitaret, & in distantiis illis ingentibus immanis torpor succederet, nisi atmosphæra in perihelio calefacta, calorem conservaret usque ad aphelia ob ipsam tantam suam molem, nam, quo majora sunt corpora, eo diutius calorem conceptum servant.

Quantum debeat conferre ad cohibendum calorem Solis tanta atmosphæra, patet vel ex eo, quod supra diximus, tanto discrimine caloris radiorum Solis per hyemem, & per æstatem, vel manè, & meridie. Si illa longitudo viæ radiorum per atmosphæram tantum debilitat eorum vim; quid præstabit via millecuplo longior, uti habetur in pluribus Cometis. Atque hinc Nostet illud etiam affirmat, quod in illa dissertatione exhibui, celebrem illum Cometam anni 1680, cujus cauda tertiam Cæli conspicui partem occupabat, non debuisse concipere immensum illum calorem, vel potius ardorem, quem ipsi Newtonus tribuit in multa sæcula conservandum. Is Cometa ad Solem ita accessit,

Mille quaterdecies proin partibus acrior illic,
Quam regione hac in nostra, & ferventior esse
Debebat splendor radiorum, quique rubentis
Ferri ad fervorem tam sævas mille caloris
Adjiceret vires, & mille iterumque, iterumque.
Hæc qui pervidit numeris, ratus ipse propinquo est
Revera tantùm Sole incaluisse Cometam,
Exceptumque ideo semel illo in corpore magno
Servari voluit per sæcula longa calorem.
Omnis enim calor in majore tenacior auctu est.
At clypeum aurarum contra ictus luminis acres
Non vidit, partim quæ sistunt lucida tela,
Partim rejiciunt; ideo moderantior ille
Debuit esse calor, neque tantas edere vires.
Hic igitur calor e vicino Sole receptus
Servaturque diu, & defertur ab aere vasto
Avia per loca, quo discedunt quippe Cometæ
Protinus a medio fugientes Sole; sine ista
Namque ope semoti a radiis & lumine amico
Obsepti horribili frigerent denique bruma.
Temperat hinc hyemem reliquus calor aeris illam,
Ut calefactus & hic per lucis tempora noster
Aer egelidam noctem, & facit esse tepentem.

Qua-

cessit, ut ab ejus superficie distiterit sexta parte tantummodo solaris diametri; ac proinde ejus distantia a centro Solis erat circiter biscentum vicibus minor, quam nostra; & proinde radii Solis ibi debuerunt esse quadragies mille vicibus intensiores. Inde Newtonus intulit debuisse ejus Cometæ nucleum concipere calorem bismille vicibus majorem calore ferri candentis. Id accideret fortasse, si nulla adesset, vel exigua atmosphæra; at ea ejusmodi effectum impedire debuit. Partes extimæ ejus atmosphæræ non possunt ita inflammari ob ipsam tenuitatem; nam cæteris paribus, quo tenuiora sunt corpora, eo minorem concipiunt caloris vim, adeoque illæ partes extimæ, licet in tanta radiorum intensitate positæ sint, moderatum quendam calorem concipiunt; interea vero aliquam partem radiorum cohibent, & reflectunt: quo magis descenditur ad nucleum, eo magis crescit densitas, sed decrescit radiorum intensitas, eorum parte jam cohibita, vel reflexa, adeoque adhuc moderatus quidam ubique calor concipitur, donec ad nucleum deveniatur, quo radii jam multo languidiores, multo itidem minorem calorem inferunt.

Hoc pacto potest in tota illa massa ingenti concipi calor ubique moderatus, qui ob ejus immanem tractum diutissimè perseveret usque ad Aphelia, & usque ad reditum, dempta illa ingenti inæqualitate, & il-

lo

Quapropter denſo protenſoque aere, tarde
Qui per vaſta loca excurrunt, opus eſſe Cometis
Nonne vides, ut diſtribui bene luxque calorque
In ſpatia, & longe diſtantia tempora poſſit?
Quodque [r] vices redeundi, iterumque a Sole abeundi
Ingentes peragunt, caudatos eſſe Cometas
Dicemus, vicibuſque carent quod cætera tantis
Aſtra vaga, haud ullis ea Cælum verrere caudis.
Dum loca diſcedens Soli vicina relinquit
Quiſque Cometarum, & Phœbei trajicit auras
Aeris, & tenuem ſemper magis æthera tranat;
Ætheriæ partes, primo queis denſior extat
Natura, atque aliæ porro, queis rarior ipſa eſt,
Et magis atque magis ſuperis ſubtilis in oris,
Propter & incurſum findentis ut æquora proræ,
Et propter gravitatem in magni corporis augmen
Prætereuntis, adhæreſcunt properantibus auris
Circum aſtrum affuſis, facile illabuntur & intro,
Immixtæque novi regni interiora pererrant.
Hoſpes ibi aſſueſcit paulatim moribus illis
Materies; ſemperque magis fugiente Cometa
Ob miteſcentem fit ibidem denſior æſtum.
At diuturna ubi ſe porro fuga magna revolvit
In Solem, & cœptant paulatim cuncta calere,
Perſentiſcit & ipſe novam jam vim radiorum
Aer; ſe partes evolvunt protinus, inque
Antiquam redeunt molem, primaſque figuras.
Quin propiora aliquæ Soli ad loca, quam quibus ante

Intro

lo tanto ardore nuclei. Sic & noſtra atmoſphæra radiorum vim retundit per diem, uti vidimus, & teporem conſervat per noctem.

r Exponit jam juxta meam ea de re ſententiam, unde fiat, ut Cometæ habeant caudas, quas Planetæ non habent. Nimirum id in illis provenire arbitror ex tanta mutatione diſtantiæ a Sole, quam diſtantiam Planetæ mutant admodum parum. Dum Cometa a perihelio tendit ad Aphelium, multæ particulæ pertinentes ad atmoſphæram Solis commiſcentur ipſius atmoſphæræ tam ob attractionem gravitatis in Cometam, quam ob ipſum impulſum anterioris partis ipſius atmoſphæræ Cometicæ proſcindentis inſtar cujuſdam proræ atmoſphæram ſolarem, in qua colliſione omnino debent partes extimæ commiſceri invicem, & multæ particulæ atmoſphæræ ſolaris ita commixtæ particulis atmoſphæræ cometicæ deſcendent etiam intra ipſam,

Intro immigrarant, deveƈtæ, ſe mage raro,
Quam fuerint prius, in latera omnia corpore fundunt.
Propterea Solis longe magis aera denſum
Se circa inveniunt, & vi majore valentem
Ejicere, & longe ſurſum protrudere viƈtas.
Hinc ergo ætheriis facile expelluntur ab auris,
Et celeres ſaliunt ſurſum; velut aere noſtro
Impulſi ſurſum fumi graviore feruntur.
Idcirco oppoſita Solis de parte tuemur
Ducere fumantes traƈtus, caudamque Cometas.
Quo propius Soli accedunt, hoc longior exit
Cauda minax, creſcit quoniam calor, & magis aer
Denſus ibi eſt Solis; quapropter major earum
Eſt numerus Solem fugientum particularum.
Cum porro incipiunt averti, & abire Cometæ,
Ille tamen ſequitur fumus, quia protinus uno
Non poſſunt omnes exire in tempore partes
Inſinuatæ olim; velut igni admota propinquo
Fumant ligna diu, neque tempore jaƈtat in uno
Omnes ex ſeſe, quæ bulliat, unda vapores,
In quos paulatim debet calefaƈta reſolvi.
Verùm illi quanto in ſpatia ulteriora recedunt
Decreſcente calore, & rareſcentibus auris
Phœbeis circum, fumi minus effluet uſque,
Traƈtu & ſe brevior diſtendet cauda minori.
Ergo alia aſtra carent caudis vaga, quod regione
Aeris, in qua ſunt, phœbei ſemper in una
Perſtant ſe circum volventia: materiemque

Illam

ſam, & inſinuabuntur. Cometa progrediente ad Aphelium, hæ ipſæ frigeſcentes magis addenſabuntur etiam. Ubi is redire cœperit, & iterum incaleſcere magis, eædem illæ particulæ iterum ad veterem raritatem redigentur, ut, ubi ventum fuerit infra eam atmoſphæræ ſolaris partem, ad quam pertinebant, effluant, & prævalente ejus gravitate in Solem intra ipſam aſcendant ad partes Soli oppoſitas, ut noſter fumus in noſtro aere aſcendit ad partes oppoſitas Terræ ob prævalentem aeris gravitatem in Terram ipſam. Hinc etiam caudæ in perhielio ipſo excreſcunt plurimum.

In Planetis, qui diſtantiam a Sole parum admodum mutant, ſi quid unquam fuit, quod eo gradu caloris, qui debetur ei diſtantiæ, poſſet attenuari ultra tenuitatem atmoſphæræ ſolaris in ea ipſa diſtantia, id omne debuit jam ab initio effluxiſſe per exhalationes. Hinc Planetæ caudam habebunt nullam, quam Cometæ habent.

Illam exhalantem si primitus insinuatam
Forte recepissent, atque illis rejicere oris
Possent, a primo jamdudum tempore cunctam
Ex se effudissent, prorsusque effœta recentem
Non jam concipere, atque iterum profundere possent,
Ut faciunt moti spatia in diversa Cometæ.
Jam [1] positus repetas caudæ a rationibus istis;
Quippe ejus positus diversos esse videmus,
Diversoque vocamus eam proin nomine; caudam
Præcipuè, insequitur cum caudæ more Cometam,
Dicimus, at barbam, currit cum prima meatùs
Illius in partem, quo tenditur, anteriorem;
Demum est cæsaries, cum circumfunditur, una
Aut nimium est de parte brevis: tamen usque necesse est,
Quo sit cumque loco, quod nomen cumque reposcat,
Illa situ ad Solem, quo dixi, ut semper eodem
Perstet, ut oppositas nimirum pergat in oras.
Barbigerum est igitur sidus, cum a Sole recedit,
Caudatum, cum tendit in ipsum, denique crines
Fundit, ubi aut tenuis curtatur fumus ob auras,
Exiguumq. brevis fit ob æstum, aut nostra Cometam
Versatur Solemque inter cum Terra, vel ille
Solem ultra eductus cum paulum de latere uno
Flectit, ut & nobis fiat contraria cauda,
Ceu Soli, in medioque sit astri a corpore opaco
Obstructa, aut nebulæ densa caligine tecta,
Postremo cum nos inter Solemque Cometa est,

1 Cometæ alii appellantur caudati, alii barbati, alii criniti: caudati dicuntur, cum ille vaporum tractus in longum protenditur ad eam plagam, quam Cometa motu proprio deserit, ipsum nucleum consequens; barbati, cum is tractus præit directus in eam plagam, in quam Cometa tendit; criniti cum circa nucleum vapores æque circumquaque diffunduntur in gyrum. Exponit hic unde proveniat id discrimen. Semper ille vaporum ascendentium tractus dirigitur ad partes Soli oppositas, uti diximus. Quare ubi Cometa ad Solem tendit, is relinquitur post Cometam; & dicitur cauda; cum Cometa a Sole recedit, is præit, & dicitur barba; quod si moretur procul in parte atmosphæræ solaris nimis tenui, ut vapores intra ipsam non ascendant, vel si Cometa jaceat ad partes Soli oppositas, & respectu nostri etiam jaceat cauda ultra Cometæ caput, vel Cometa jaceat inter nos, & Solem, ac in eo situ adhuc videri possit, est crinitus, vel nullum vaporibus efformantibus lucidum longiorem tractum, vel tractu ipso effugiente oculos nostros. cum quibus in directum jacet.

Si tamen inde queat noſtros impellere viſus.
Prorſus [1] at oppoſitas Soli ne rere ſub oras
Directos longe caudam protendere tractus,
Quin paulum declinet in illam pluſve minuſve
Nempe viæ partem, motu quam deſerit aſtrum
Obliquo, partemque itidem curvetur in illam,
Plus, ubi proximior Phœbo via vertitur ejus,
At minus, ut ſeſe in longinqua loca abdere tentat.
Thure age Panchæo fumantem percipe acerram:
Si ſtet, odoratam laquearia fundit ad alta
Surgentem rectà nubem; quæ & recta manebit,
Illam ſi rectà ſurſum deorſumque movebit
Sacrificus; circum ſed ſi celer egerit aram
Obliquans, videas retro ſe extendere fumum;
Nam quævis ſaliens rectà pars, deſuper illi,
Unde emiſſa, loco impendet; locus ipſe ſed omnis
Eſt aliuſque aliuſque; nec ædificata ſuperne eſt
Propterea pars una alii, retroque relinqui
Plus opus eſt, quæ ſit prior, & ſublimior; & ſi
Longior eſt fumi ſpecies, curvabitur alte,
Lentius exſurgunt quia primæ denique partes,
Quam quæ ſunt igni propiores; namque volando
Altius inveniunt obſtacula plura, moraſque.
Propterea remanent humiles magis, inſiluiſſent
Quam ſi æquo ſemper motu. Tum curvus, oportet,
Sit vapor ipſe ferens ſurſum ſe, tergaque vertat
In regionem illam, quo fumans fertur acerra.

Flexu

[1] Deviationem, & curvaturam caudæ hic explicat; ea enim non dirigitur accuratè in partes Soli oppoſitas, ſed deflectit nonnihil verſus partes, quas nucleus relinquit, quæ deflexio prope perhielium eſt maxima, ubi etiam incurvatur ipſa cauda convexitate ſpectante eam plagam, in quam nucleus tendit. Phœnomeni imaginem exhibet in ductu fumi aſcendentis e thuribulo, qui ductus inclinatur, ſi thuribulum ipſum transferatur, & ſi motus etiam ſit celerior aliquanto, incurvatur plurimum.

Phœnomeni cauſa in promptu eſt. Dum vapores aſcendunt recta, nucleus progreditur, adeoque vapores in ſummo ductu exiſtentes non imminent ad perpendiculum illi loco, in quo eſt nucleus, ſed in quo is fuit, quando ex eo egreſſi ſunt. Hinc debet ductus ipſe inclinari in partes relictas. Quod ſi motus ſit celerior, ut inclinatio ſit ingens, debet haberi & illa curvatura; nam nucleus progreditur motu ad ſenſum uniformi, dum vapores ob impedimenta, in quæ incurrunt, & minus ponderantem

auram

Flexu [1] ex hoc ſperes deprendere tempora, fumus
Queis ſalit extremas ſolido de corpore ad oras;
Propterea expendens, quantùm dimoverit illo
Sidus ſe puncto, rectà quod ſubjacet alto
Caudæ apici, quantumque ſit iſta parte ſit viai
Temporis abſumptum, credas aſcenſibus iſtum
Non male fors tempus deberi conficiendis,
Impediat ſi nil nimirum, motus ut auræ
Officere ætheriæ queat inſitus, incitat illam
Qui ferri in gyrum, velut aſtra errantia circum,
Ambire & Solem; quoniam vel flexus ab iſto
Creſcit ut a vento, adverſo qui flamine ſpirat,
Vel decreſcit, ubi puppim velut aura ſecundat.
Illud [2] at hìc falſa ferri ratione videtur,
Quod perhibent, nempe avulſos a ſidere fumos
Impete phœbeæ transferri lucis ad oras
Oppoſitas Solis; tenui lux corpore longe eſt,
Quamlibet atque leves res ullo haud concitet ictu,
Quid? dare perceleres in motus ut queat? illi
Nam celeres conſtant fumi, cum nempe Cometis
Vicini, nec adhuc ſeſe inflexiſſe videntur.
Noſtri ſi tenues volitantes aere fumi
Percuſſi a radiis Sole exoriente profuſis

Impul-

auram ſuperiorem ſolaris atmoſphæræ, aſcendunt motu retardato, ut & noſtros fumos videmus in ipſo egreſſu moveri celerrime, tum ſenſim lentius, ac lentius. Hinc ſuprema pars ejus ductus vaporum remanet minus alta, quam eſſet, ſi motu æquabili aſcendiſſet cum ea velocitate, qua aſcendit prope nucleum, adeoque debet incurvari ita, ut ſit cavus verſu partes relictas, & convexus verſus eas, in quas tenditur.

1 Ex ipſa inclinatione caudæ Newtonus docuit illud, quod hic Noſter commemorat, poſſe definiri tempus, quo fumus ille aſcendit; cum poſſit definiri punctum orbitæ Cometicæ, cui ad perpendiculum inſiſtit, & inde diſtantia puncti, in quo erat nucleus, cum ii vapores e nucleo ipſo egreſſi ſunt, a puncto, in quo tum eſt; adeoque & tempus in eo arcu percurrendo impenſum a nucleo.

Verum illud notat Noſter, quod in eadem illa diſſertatione propoſui, fieri poſſe, ut motus aliquis inteſtinus atmoſphæræ ſolaris, ſimilis noſtræ atmoſphæræ ventis, rem perturbet, dimotis a loco ſuo vaporibus, & ipſe motus atmoſphæræ ſolaris circa Solis axem, vel augeat inclinationem, vel minuat, tranſlatis vaporibus, & ſecum abreptis, prout motus nuclei ipſi opponitur, vel cum eo conſpirat.

2 Sunt, qui cenſeant, oriri Cometarum caudas ab impulſu radiorum Solis in particulas atmoſphæræ

Impulſus nequeunt ullos ſentire, neque ullos,
Quos videas, ire in motus; perniciter ire
Cur poterunt illic, præſertim ubi vincere debent
Oppoſitam quoque vim gravitatis abire vetantem?
Præterea cur non caudas errantibus aſtris
Tunc adnectendum foret omnibus, ipſa vapores
Cum queat illorum quoque lux jactare ſuperne,
Et ſecum abripere, & diſtendere per regiones
Illas, quas cauda viſus majore Cometa
Trajicere inſignis, prælongo & verrere tractu.
Poſtremo neque poſt tergum deflexa vaporum
Illa columna foret, curvataque vertice celſo,
Ut docui; abducti motu celerante volarent
Quandoquidem fumi ſurſum, cum corripientis
Vis lucis non tam ſpatio decreſceret illo,
Quam gravitas contra officiens, caudæque cacumen
Proin, æquo quam ſi motu irent, altius eſſet.
Interdum [1] caudis tractus nigrantior ire
Longis, ſulcus uti tenuis, filumve videtur:
Falleris, hunc ejus projectam corporis umbram
Si credas, quoniam non tam queat illa videri
Longa, ſed a ſpatio ſemper ſubtilior eſſe,
Et demum in puncti extremum finire cacumen;

Tum

phæræ Cometicæ, quas ii avulſas ſecum abripiant, quam cauſam, & Newtonus adjunxit alteri petitæ a præponderantia atmoſphæræ ſolaris: hanc hìc impugnat, ut & ego impugnaveram, a nimia in primis tenuitate luminis, de qua tenuitate ego quidem & ſeparatam diſſertatiouem edidi in Romano Litteratorum diario, cujus occurret uſus in ſupplementis tomi tertii. Secundo loco eam ſententiam impugnat ex eo, quod noſtri fumi percuſſi in noſtro libero aere a radiis ſolaribus, non abripiuntur ne in latus quidem motu horizontali in ortu Solis; quanto enim minus abripiendi erunt fumi Cometici prope nucleum, & protrudendi in partes Soli contrarias, contra ipſam etiam gravitatem, qua in nucleum gravitant! Tertio loco ex eo, quod ea cauſa gigneret caudas etiam in Planetis, quarum atmoſphæras æque impetit ſolaris lux. Quarto demum, ex eo, quod ſi ea eſſet cauſa aſcenſus fumi Cometici in cauda; cauda ipſa deberet habere curvaturam prorſus oppoſitam; nam continuo impulſu novo radiorum, deberet aſcenſus vaporum eſſe acceleratus; cum gravitas, quæ aſcenſui obſtat, multo magis decreſcat in receſſu a nucleo, quam radiorum propellentium intenſitas; a motu autem accelerato curvatura oriri deberet oppoſita illi, quam obſervationibus conformem eruimus e motu retardato.

1 Agit hìc de ſulcis quibuſdam, vel

Tum quoque lucis eo fractæ vis atque reflexæ
Aere, quæ sparso distinguat lumine fumos,
Omnes impediat prorsus, dispellat & umbras.
Præterea vel si non dispellatur, & ejus
Jacta retrorsum illic sit corporis umbra, videri
Attamen a nobis non jam queat, ire per axem
Quæ medium debet fumi, proin condier ipsa
Dispersa in cauda, & sepeliri in lumine circum:
Denique non tractu distincta est simplice semper
Cauda, at multiplici maculantur lumina sulco
Interdum; tractus medio neque semper in axe
Ille oritur: varia vidi regione locorum
Quaque die positus mutantem, tempore parvo
Post etiam gemini conspecti, qui quoque lata
Mutavere situs in cauda; denique Soli
Cum jam vicinum caudam protenderet astrum
Prælongam, quini supera nigrescere visi,
Hoc genus, & multo mage densa extendere fila
Cum cauda flexu sese intorquentia eodem.
Credibile est non hos loca luce carentia sulcos
Esse, queant reliquo nam circum lumine vinci,
Et circumposito claro velamine condi,
Sed plus fumantes, & nigros proinde vapores,

In

vel oblongis nigricantibus tractibus, qui aliquando apparuerunt in caudis. Hosce nonnulli tribuerunt umbræ nuclei. Hanc ipsam sententiam impugnat pariter primo ex eo, quod umbra nuclei, si qua sit, nec debeat esse tam longa, quam longi observari solent hi sulci, nec ejus formæ, nam debet in cuspidem desinere; quod in hisce sulcis non accidit: Secundo, quod ob tot reflexiones radiorum in tanta atmosphæra nulla debet esse umbra, uti nullam ibi noctem debere esse vidimus: Tertio, quia etiam si adsit ea umbra, nobis illa non appareret, nam responderet axi caudæ, quam nos dum conspicimus, haberemus hinc, & inde ab illa tenui umbra ingentem fumi illuminati tractum in ipsa ejus directione, qui eam eliderer, & oculis nostris surriperet: Quarto, quia non unicus apparet aliquando is tractus, sed multiplex, nec in medio nucleo. Plures ego quidem vidi in Cometa anni 1743, & 1744: primo quidem unicum, sed quotidie mutantem positionem suam, tum duos, deinde ubi cauda maxime prope perihelium excrevit, & illuxit, vidimus quinque ejusmodi sulcos nigricantes, quos ego exhibui in schematis dissertationis meæ de Cometis.

Eos ego ibidem repetendos duxi non ab hiatu aliquo, & defectu materiæ reflectentis radios solares, qui nequaquam appareret, ob tantam crassitudinem reliqui fumi in eadem directione positi, & radios reflectentis,

In nos conversa qui caudæ a parte ferantur;
Pinguibus educti fors illi corporis ejus,
Aeris aut crassis surgunt regionibus imi.
Sic cum nostra furunt incendia, depopulantque
Annosas silvas, piceo de cortice fumi
Surgentes, flammas inter lucemque, videntur,
Et nigro clarum conspergunt aera tractu.
Plures sunt, cum plus Solis calor auctior urit.
At mutare situs quod cernimus, indicat esse
Illorum prima impressos in origine motus,
Scilicet ipsos se volvi super axe Cometas,
Ut super axe suo sese vaga sidera volvunt.
Præterea [1] exortam urentis prope lampada Solis
In loca mox caudam longe disjuncta abeuntem,
Quanquam eadem in speciem sit, at iisdem partibus unam
Ne perstare putes; verùm discindier usque,
Ut tractam per humum vestem, & dispergier auris
Percipe phœbeis parte involventibus omni.
Exhalans circumpositis nam rarior auris
Est fumus, proprio proin quem cum sidere motum
Percepit, sejunctus ab illo amittere debet
Protinus; ipse foret quin si quoque densus, ut aura est,
Perderet extemplo: clara ratione repertum

ctentis, sed esse partem ipsius caudæ nigricantiorem, & cum ineptam ad reflectendos radios suos, tum intercipientem radios reflexos a particulis post se positis, sitam prope anteriorem caudæ superficiem nobis obversam, & exhalatam fortasse a crassioribus, pinguioribusque nuclei partibus; hinc eos ego sulcos notavi nigricantiores prope ipsum nucleum, & incurvatos cum reliquo ductu vaporum a nucleo egredientium, & abeuntium ab ipso ad plagas Soli oppositas.

Plures apparuerunt in perhielio, quia ibi vis caloris est major, & fumi sunt copiosiores; motum autem tribui rotationi ipsius nuclei circa proprium axem, quo motu illa nuclei pars, quæ fumos ejusmodi emittat, locum mutet respectu superficiei ejusdem nuclei, adeoque & ille ductus fumi, respectu superficiei caudæ, quod censeo esse unicum indicium conversionis Cometarum circa proprium axem analogæ conversioni, quam in pluribus Planetis observamus, in omnibus passim credimus.

1 Impugnatur hìc Newtoni locus, qui habetur in prop. 41 lib. 3 Princip., in quo posteaquam protulit sententiam ex ascensu vaporum in majore vicinia Solis, ob prævalentem gravitatem atmosphæræ solaris in Solem, & vim centrifugam vaporum Cometicorum a Sole ex motu circa Solem cum nucleo, sic habet: *Hæ sunt causæ ascensus caudarum in vicinia Solis,* ubi

Est siquidem, si forte globus moveatur in æque
Densatis auris, alio aut quocumque liquore,
Obsisti contra tanta vi, decutere omnem
Quæ motum queat hunc breviori tempore, quam quo
Curritur id spatium, quo ter distendier auctus
Ille globi possit. Quare cum tantulus auctus
Fumantum constet nimirum particularum,
Omnem momento debent in temporis uno
Perdere, quem motum per iter tenuere Cometæ,
Et servare alium tantùm, quo scandere pergunt,
Aurarum dum librentur cum pondere eodem.
Vel si nulla forent aurarum obstacula circum,
Et pacto incolumes possent quocumque vapores
Exire, & sursum vacuis illabier oris,
Tum gravitas cadere hos demum compelleret intro,
Et circumlabi, velut aer undique fusus,
Longe & magnificam caudæ dissolvere formam,

Nam

ubi orbes curviores sunt, & Cometa intra densiorem, & ea ratione graviorem Solis atmosphæram consistunt, & caudas quamlongissimas mox emittunt. Nam caudæ, quæ tunc nascuntur, conservando motum suum, & interea versus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipsibus more capitum, & per motum illum capita semper comitabuntur, & iis liberrimè adhærebunt; tum pergit dicendo gravitatem ad sensum æqualem particularum caudæ, & nuclei in Solem effecturas, ut positionem mutuam a se invicem non mutent; ac concludit: *Caudæ igitur, quæ in Cometarum perhieliis nascuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt, & vel inde post longam annorum seriem cum iisdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefactæ paullatim evanescent;* novis nimirum, ut ipse ibi persequitur, breviusculis enatis iterum in regressu.

Hunc ego Newtoni locum semper plurimum miratus sum ob rationes, quas hic exposuit Noster. Particulæ vaporum Cometicorum, ubi ascendunt intra densiorem atmosphæram Solis, debent utique statim amittere omnem tangentialem velocitatem, quam habebant una cum nucleo, ob resistentiam illius atmosphæræ utique densioris se; nam motus globi intra fluidum etiam æque densum amittitur totus ex resistentia tempore, quo is globus percurreret spatium $\frac{8}{3}$ diametri suæ, adeoque spatium minus tribus diametris; nam juxta schol. post prop. 36 lib. 2. ipsius Newtoni in casu resistentiæ omnium minimæ *globus resistentiam patitur, quæ est ad vim, qua totus ejus motus vel tolli possit vel generari, quo tempore motu illo uniformiter continuato partes 8 tertias diametri suæ describat, ut densitas medii ad densitatem globi*. Igitur illa velocitas, quam habebant cum nucleo vapores Cometici, non potest efficere, ut ii describant motu libero orbitas æquales orbitæ ipsius

Nam pollens longe gravitas per inane Cometæ est.
Dicendum est igitur mutare, novosque Cometam
Induere ornatus caudæ, veteremque per auras
Spargere phœbeas, nullam perstare, nec unquam
Desinere esse aliquam. Non Solis in aere debet
Materies ideo concrescere major, & isti
Non aliis fumi accedent errantibus astris,
Molem ut paulatim majorem ea ducere possint,
Namque ea materies est aere Solis ab ipso
Hausta, atque ex una quantum ejus parte Cometæ
Emittunt, alia tantundem a parte receptant;
Perpetuoque ita circuitu Natura gerit rem;
Haud secus ac alias gyro res cernimus isto
Versari, atque illinc reparari damna, profusæ
Sunt ubi opes; recipit, quos reddit Terra, vapores,
Æquora fluminibus non exsaturata redundant,
Illinc his quoniam vis suppetit omnis aquarum,

sius Cometæ, & ob eam causam ii vapores non possunt comitari Cometam ad Aphelium. Deinde omisit hic Newtonus considerationem gravitatis vaporum in Cometam. Fingamus caudam abiisse cum nucleo procul extra omnem solarem atmosphæram, & motu illo libero comitari nucleum: gravitas mutua nuclei, & vaporum libertatem tollet ejus motus, & positionem mutuam turbabit, ac efficiet, ut fluidum cadat in nucleum, & ipsi circum affundatur. Unietur igitur reliquæ atmosphæræ Cometicæ illa pars, quæ caudam efformabat, nec conservabit caudæ formam. Non igitur abire possunt caudæ cum nucleis ad Aphelia servata mutua positione, & multo minus inde redire possunt.

Accedit autem & illud: dum ii vapores ascendunt in Apheliis, etiam si retineant velocitatem, quam habebant cum nucleo, utique ipsam componunt cum velocitate ascensus in partes Soli contrarias, & ex iis fit nova directio motus admodum diversa a directione motus nuclei. Quare si seclusa omni resistentia illæ particulæ vaporum Cometicorum debeant vi gravitatis in Solem describere orbitam ellipticam; describent utique orbitam diversissimam & longitudine, & positione ab orbita nuclei, nec servabunt positionem, quam habent ad ipsum. Aut ego prorsus cæcutio, aut Newtonus hic, re levissime inspecta, humani aliquid est passus.

Quamobrem omnino dicendum illud, vapores, qui Cometæ caudam efformant ascensu suo, ibi dissipari, & manere intra atmosphæram solarem, ubi emissi sunt, & sursum protrusi ab hujus gravitate majore, ac a novis semper vaporibus oriri semper novam in regressu: haberi autem reciprocationem quandam fluidi emissi, & absorpti, qua reparetur id, quod fuerat emissum, similem illi, quam videmus ubique in Natura, ut vaporum, qui in pluvias decidunt, & rursum in nubes ascendunt, fluviorum, qui aquam in mare ingerunt, quæ inde iterum vel per pluvias, vel etiam per filtrationem redeat quampiam ad fluvios efformandos.

Quapropter [1] quid erit, cur credas, quod fuit olim
Vastam cooperiens, & mergens undique Terram
Diluvium, ex propiore ortus traxisse Cometa,
Qui dum transiret propter nos, liquerit unam
Abreptam caudæ partem, bos linquit ademptam
Interdum in spinis velut, aut in rupe capella,
Atque illam in magnos sese vertisse liquores
Protinus, & Cælo Terram texisse cadente?
Tantula res tantos possit progignere motus?
Vel parva apparent trans magnam sidera caudam;
Est opus, ut constet tenuissima proinde, nec ingens
Possit diluvium, fuit illud quale, creare.
Sic quoque ne credas, ingens cum machina Mundi
Debeat extremo flammas perferre furentes
Exitio, ex aliquo id propius veniente Cometa,
Qualis ab igne rubens Solis redit, exoriturum;
Quandoquidem nimios radios arcere Cometam
Diximus, ingenti quia circum est aere septus.
Denique ne credas in dulcia pabula Soli
Ob lucem effusam exhausto se ferre Cometas;
Tam tenuis lux est, immensos ista per annos
Effusa ut lato minuat vix pollice Solem
(Rem porro a veris repetam rationibus omnem),
Proinde Cometarum quid opus tam corpore magno,

Tam

1 Plures hic congerit, & refellit opiniones pertinentes ad Cometarum caudas, & Cometas ipsos: Primo eorum, qui repetunt Noemicum diluvium a transitu caudæ Cometæ cujuspiam prope Terram, quæ in eam decidens, inundationem illam ingentem pepererit: hanc rejicit ob immanem tenuitatem materiæ caudas efformantis, per quam tanta crassitudine præditam transparent Fixæ sine ulla sensibili refractione. Utique oportet tam raram esse eam materiam; ut id, quod in transitu vicino ita sentire possit gravitatem in Terram, ut in eam decidat, illud horrendum, ac mirum phœnomenum parere omnino non possit, quod præterea e sacris litteris novimus longe alio modo accidisse.

Deinde refellit opinionem, vel commentum eorum, qui censent transitum Cometæ inflammati in vicinia Solis, combusturum olim Terram incendio illo, quod itidem futurum novimus e sacris litteris; nam supra ostensum est Cometas non excandescere in Solis vicinia ob atmosphæram ingentem, quæ calorem distribuit.

Præterea rejicit & Newtoni opinionem censentis, Cometas esse Soli pro pabulo ad reparandam jacturam factam emissione continua luminis; Resistentia, quam patiuntur intra atmosphæram solarem, exigua quidem, sed tamen aliqua,

minui

Tam lautis epulis, quid tanto denique sumptu?
Vastus præterea suus aer undique lucem
Colligit a stellis jactantibus æthere in omni,
Abraditque vagis idem quoque plurima ab astris,
Ipsum quæ recidunt in Solem, non secus ac quæ
Sunt in eo maculæ, sorbentur ab illius æstu.
Hac ratione tibi rerum stat summa perennis
Partibus in magnis, nec eget, quæ corrigat, ulla
Auxiliante manu, & deformia multa reformet:
Nil ibi culpandum, nil est deforme, nec errans,
Ut solet in multis, quæ nos compingimus, esse
Molibus, atque ideo quæ poscunt sæpe refingi.
Transitus [1] at propior nobis cum forte Cometæ
Accidere interdum possit, quoque multa venire
Inde mala in Terras interdum posse videntur.
Fumantis caudæ pars ejus in aera nostrum
Insinuata, venenifero nos lædere possit
Contractu, pestemque feram, atque immittere clades,
Et sata conficere, & campos vastare feraces;
Possit item contra succis vitalibus auras
Replere, & longe mortis differre furores
In viventia sæcla, atque herbis addere vires.
Possit & hoc fieri, ut vicinus calle Cometa
Deflectat proprio, & faciat deflectere Terram,

minui eorum vim projectilem ita, ut, orbita semper magis arctata, debeant demum incurrere in ipsum solare corpus. At Noster affirmat, non indigere Solem ejusmodi pabulo ob illam tantam luminis tenuitatem, quam ejusmodi esse ait, quod ego proposui in memorata dissertatione de luminis tenuitate, ac ipse alibi, nimirum sequenti tomo, se expositurum, ac demonstraturum pollicetur, ut quidquid luminis huc usque emisit Sol, longè minus materiæ contineat, quam unicus aquæ nostræ digitus: addit aliquid etiam ex lumine Fixarum incidere in immanem Solis atmosphæram, & per eam in Solem recidere, ac multa Planetarum effluvia immixta atmosphæræ solari recidere itidem in ipsum Solem, ut ejus maculæ in ipsum recidunt, ac alias ejusmodi compensationes haberi debere, sine corporum primariorum destructione ejusmodi, quæ manum reformatricem requirat operis a tanto Artifice fabrefacti.

1 Persequitur hic ea, quæ a Cometis in nos derivari possint. Si Cometa nimis prope Tellurem transeat, potest pars aliqua ejus caudæ in Terram decidens, & insinuata intra atmosphæram nostram esse nobis vel venenifica, vel vitalis: fieri potest, ut Cometa transiens prope Terram ita mutua gravitate & suum, & ipsius motum perturbet, ut vel ipse fiat Satelles Tel-

Mutuà namque trahunt inter ſeſe, atque trahuntur,
Et faciat, Tellus ut ſe, vel ut ipſe ſequatur
Tellurem Comes; & mutato protinus orbe
Diverſi procul abſcedamus, circuituſque
Æthera per magnum diuturnos conficiamus.
Proinde Cometarum credunt de ſtirpe fuiſſe
Nunc aliqui Lunam; & Saturnum quinque, Jovemque
Quattuor obſervant famulo quæ ſidera ritu,
Et temere excurriſſe illac, pœnaſque dediſſe
Protinus, ærata religata ut compede circum.
Quin ex impulſu valido (& ſi vaſtior ipſe
Sit multo Terra, percuſſaque Terra reſultet,
Haud ſecus ac vitrum, vel ebur) ſic creſcere Terræ
Poſſit mobilitas, atque impetus exſilientis,
Sidera fixa queat procul ire inviſere ut hoſpes,
Et contundat iter coni de ſegmine forma
In prima nimium gracili, ſeu forte ſecunda
Semper hiante, magis vel ea, quæ tertia, hiante,
Ut nunquam ex illo redeat poſt exul hiatu
In Solem, lucemque ſuam, neque nota reviſat.
Jam ſi in nos curſu directo impingeret alte
Adveniens celeri, & prægrandi mole Cometa,
Omnia conquaſſari in puncto tempore prorſus
Deberent, vaſto tremere omnia viſta fragore,
Omnia confringi, in montes maria inſiluiſſe,

Cam-

Telluris, vel Terra ipſius Satelles, ac mutata orbita, longe alius ſit nobis annus, longe alia omnia ab annuo, & vero etiam diurno motu pendentia phœnomena. Sic ſunt, qui cenſeant Saturnum 5, & Jovem 4 Cometas lucratum ſuos effeciſſe Satellites, Terram minorem lucratam eſſe ſuam Lunam, quod poſtremum ſacris litteris manifeſtè adverſatur: poſſe ingenti impactu Cometæ cujuſpiam in ipſam Terram mutari directionem ejus motus tangentialis ita, ut ex ea, & gravitate in Solem non debeat deſcribi in poſterum ellipſis circulo proxima, ſed maximè oblonga, vel etiam parabola, vel hyperbola, abeunte Terra ad Fixas, ſine ullo regreſſu ad Solem: poſſe valido directo incurſu Cometæ tremorem oriri ingentem totius Terræ: conquaſſari omnia momento temporis, & confringi, ac confractis, & in cumulos temere congeſtis ſtratis ipſius Terræ, mutari poſitionem marium, & continentis, ac inſularum; cujus rei ſpecimen cenſent multi ſe videre in ipſis noſtris montibus, in quibus apparent ſtratorum perfractorum fruſta ſibi invicem aggeſta permixtis maris, ac Terræ productionibus admodum diverſis ita temere, ut Telluris facies appareat alterius cujuſpiam mundi confracti veſtigium, non

primi-

Campique in putres sese solvisse ruinas;
Fragmina deciderent huc illuc undique multos
Dispersa in cumulos temere; atque agnoscere multi
Nunc, genus hoc, rentur cumulos, latera ardua montis
Cum videre, superque aliis consurgere stratis
Strata alia aut lapidum, aut variantis plurima terræ
Multis interrupta locis, productave flexu
Incerto; non artis opus, sed sortis id esse
Ut videatur, & antiqui vestigia Mundi
Diruta, & ingentes projectæ forte ruinæ.
Posset ab impulsu Tellus super axe revolvi
Tunc alio incipere, atque aliis infigere punctis
Sorte polos, alia & converti mobilitate.
Fors ideo ad partes Americæ visitur illas,
Quæ non plus Austro, quam Galli, sive Britanni
Accedunt Boreæ, queis non rigidissimus aer,
Horribili glacie cumulata, adstrictaque multa
Insula; & ipsa ideo per regna Japonia, dicunt,
A torrente plaga quanquam distantia paulum,
Frigora crudescunt scythicas imitantia brumas.
Nempe putant Terram per sæcula longa propinquis
Se vertisse polis; proin sic induruit olim
Nixque geluque illic, mutato ut cardine porro
Ponere naturam nondum gelida ora priorem
Quiverit, & magnos nivium demittere montes.

primigenius textus: posse & axem rotationis diurnæ ex eo impactu mutari, mutato polorum situ, quo pacto, quæ loca nunc in Zona temperata sunt, posse abire in Torridam, vel Frigidam, & viceversa, mutata omni rerum, & locorum constitutione, quod, sunt, qui & olim accidisse suspicentur, & perpetuis nivibus, ac glacialibus massis ad veteres polos aggestis, ac nondum solutis tribuant illud, quod propè Australem Americam occurrant in mari in ipsa temperata Zona glaciales insulæ, & frigora in immensum intensiora ibi sint in locis pluribus, quam ipsa constitutio locorum petat; sic autem e contraria Telluris parte in Japonia, & proximis locis frigora multo intensiora sunt, quam ferat exigua eorum distantia a Zona torrida: posse demum eo impulsu dirigi motum nostrum in Solem, in quem si recideremus, horribili incendio periret momento fere temporis tota Tellus.

Porro illud addit, si ab ullo alio Cometa ejusmodi quidpiam timeri possit, id posse ab eo, qui anno 1680 tantus apparuit; qui quidem nodum habet orbitæ Telluris satis proximum, in quo ipso nodo si fuisset tum, cum ex ea parte erat Tellus, multo propius ad eandem accessisset; at ea metuere insaniæ redar-

Poſſit item fieri, ut dimoti præcipitemus
Directa regione viæ, Solemque petamus,
Abſumatque ſua nos flamma voragine volvens.
Si cladis, genus hoc, ærumnarumque timendum
Nobis eſt; aliis plus omnibus ille minari
Viſus erat, ſpeciem horribilem qui protulit olim
Terris (bis ſeptem prope luſtra abiere) Cometa;
Nam Terræ prope iter non tum illa parte vagantis
Contigerat; quanto ſubitò turbata tumultu
Tellus, iſſet ea ſi tum regione, fuiſſet!
Credere verùm illinc Terris veniſſe ruinas,
Aut inſtare novas, venturaque fingere corde
Sollicito, nimis & tam rara timere pericla,
Deſipere eſt, inſtent cum tot propiora, premantque
Undique Mortales. Novit, cum condidit orbem,
Ille Opifex rerum, Mundi ſuprema Poteſtas,
Facto quid ſit opus, bene uti partita viciſſim
Maxima ſint, quæ ſeſe huc illuc corpora volvunt;
Quodque ſua, alterius ſine noxa, ut lege teneri,
Atque loco poſſit, tantoſque innectere motus.
Hinc videas, quare cum ſex errantia circum
Sidera deproperent, orbem prope quodque per æquum,
Una & planitie pariter prope cuncta locentur,
In ſpatia errantes adeo diverſa Cometæ
Diſperſi varium percurrant undique Cælum;
Nam cum circuitu bis in omni ſemper ad æquos
Perveniant tractus ſpatiorum a Sole, profecto
Difficile eſſet, uti ſemper vitare valerent
Incur-

redarguit, & Auctorem Naturæ, affirmat, ea omnia prævidiſſe, adeoque potuiſſe ita curſum ſingulorum corporum dirigere, ut nihil eorum accidat, quod & credibile ſit, providentiſſimum, ac noſtri amantiſſimum Conditorem Mundi præſtitiſſe. Hinc cum Planetæ primarii, qui ob orbitas fere circulares ad ſe invicem ita accedere non poſſunt, ut ſe plus æquo perturbent, motus ſuos perficiant in planis ad ſe invicem parum admodum inclinatis, nam eodem continentur Zodiaco; Cometarum orbitæ habent plana in omnes Mundi plagas directa, alia alias, ut nimirum ubi Cometæ ipſi in Apheliis plurimum a Sole recedentes, imminuta gravitate in eum, poſſent plurimum ſe invicem turbare gravitate mutua, recedant a ſe invicem in immenſum, nec in ſe poſſint incurrere, nec ad ſe invicem accedere, quod in tanto Cometarum numero difficilius præſtari potuiſſet, ſi eorum omnium orbitæ in eodem jacerent plano; nam orbes ipſi, quo-
rum

Incurſum inter ſe gemini, cujuſque niſi eſſet
Orbis planities alia regione locata,
Atque alii inclinata nimis cuicumque; per æquor
Unum nam ſi omnes irent (niſi forſitan orbis
Orbem alium cingens prorſus concluderet intra),
In geminis punctis orbis quicumque ſecaret
Orbem alium; quare toties totieſque ſecando
Multiplices per circuitus occurreret aſtro
Perfacile aſtrum aliud, perturbaretque, viciſſim
Turbaretur item, atque illata incommoda ferret.
Quapropter tantùm cum diſtent avia longe
Per loca dimoti, diſperſique undique Cælo,
Scire licet ſic Naturam vitare tumultus
Horrendos, atque inſontes voluiſſe Cometas
Labi, & civili non aſtra involvere bello.
Poſtquam [1] per Cælum ſumus, & per multa vagati
Sidera, nec multas non Terræ & adivimus oras,
Cunctaque diffuſam gravitatem in corpora vulgo,
Queis ſint cumque locis, invenimus, & ſua jura
Fiximus, & mores, & qua quid lege geratur,
Quod ſupereſt, quamvis luſtrantem talia mecum
Te reor ambigua non jam conſiſtere mente,
Certa ſolo ſtabili tua ſed veſtigia figi;
Attamen haud operæ pretium non eſſe putarim
Multa refellere, quæ poſitis rationibus ante,
Et noſtræ poſſint gravitati obſtare videri;
Deque via veluti ſpinas exſcindere cunctas,
Vel paulum ne te properantem forte morentur.

Illa

rum alter in altero non penitus incluſi eſſent, ut ſanè non eſſent orbes adeo oblongi, ſe invicem bini quique in binis ſecarent nodis, & aliquis ſimultaneus appulſus binorum ad nodum ſuum haberi deberet demum poſt ingentem ſeriem converſionum, cum colliſione, & confractione, ac horrendis illis effectibus, quos vidimus.

1 Poſteaquam omnia gravitatis conſectaria perſecutus eſt Noſter tam fuſe per libros fere integros quinque, & per eam tot cæleſtia, ac terreſtria phœnomena explicavit, demum hic ſolutionem aggreditur eorum, quæ ſolent objici contra ipſam Newtonianam gravitatem. Horum aliqua jam a ſe diſſoluta eſſe affirmat, ubi ſe occaſio opportuna præbuit, ut illud, cur Planetæ licet in perihelio majorem habeant vim gravitatis, quam in Aphelio; tamen non pergant accedere ad Solem, ut ibi, ſed recedant, quod quidem expoſuit lib. 1 a verſ. 1933 & lib. 4 a verſ. 851 cur licet lapides etiam in parietem gravitent;

Illa quidem magicis velut artibus edita constant
Omnia; namq. procul prospecta, haud vana videntur,
Et terrent animos simulacris grandibus; at, si
Accedat propius ratio, evanescere debent.
Jamque horum quædam ante mihi dimota profecto
Sunt, ubi visa fuit res poscere, nempe ubi dixi;
Ad loca cur Soli veniens vicina trahenti
Astrum, vi quamvis illic majore trahatur,
Debeat incipere in regiones ire remotas;
Corpora cur gravia, a vicino parjete quamvis,
Cum prope lapsa cadunt, raptentur, non tamen imam
Terram non feriant, ut, non raptata, ferirent;
Atque alia e genere hoc, quæ sunt permulta, videbis
Esse suis prolata locis, penitusque repulsa:
Porro quæ superant, imbellia multa videntur
Partim tela, neque hoc certamine digna retundi;
Id [1] genus est, audis sæpe harum vociferari
Quod rerum ignaros, Lunam, dum transmeat inter
Tellurem Solemque, ubi plus raptatur in istum,
Quam contra in Terras, in eum debere trahentem
Aut cadere, aut ibi plus a Terra abscedere multo,
Quam cum se prorsus loca per contraria volvit,
Ducit ubi simul ad Terram Sol, Terraque raptans.
Hoc fiat, nisi se cum Terra Luna quotannis
Convertat circa Solem, proin vim fugientem
Ipsa habeat, qua vi Terram non deserit, atque

Non

virent; tamen in Terram decidant, non in ipsum, quod exposuit lib. 4 a versu 1638, atque alia ejusmodi. Addit esse alia multa, quæ ab imperitis hominibus objiciantur tanquam validissima argumenta, quæ tamen omni vi ita destituta sunt, ut longa, & peculiari confutatione non indigeant.

1 Hujusmodi esse affirmar illud, quod ajunr, ubi Luna versatur inter Solem, & Terram in Novilu niis, inito calculo gravirare plus in ipsum Solem, quam in Terram; ac proinde debere vel in Solem cadere, vel magis removeri a Terra, quam in Plenilunio, ubi ejus gravitas in Solem conspirat cum gravitare in Terram. Id quidem, affirmat, futurum omnino, nisi Luna gyraret simul cum Terra circa Solem motu annuo, ex quo motu concipit vim centrifugam a Sole, quæ elidit ejus gravitatem in ipsum Solem ita, ut remaneat inæqualitas illa rantummodo actionum, quæ perturbat motum respectivum Lunæ respectu Terræ, est enim in Novilunio vis centrifuga a Sole paullo minor, quam gravitas in ipsum, in plenilunio ipsa paullo major, quam gravitas in Solem,

Non ruit in Solem. Tantùm, cum prima vagatur
Per loca Luna, fugam gravitas ea vincere paulum
In Solem debet, fuga vincere sed gravitatem
Paulum, ex opposita cum fertur parte; fit ergo,
Quod supera docui, gravitas ut utroque locorum
Sit paulo minor in Terram, quam debeat esse.
Id [1] genus est etiam, quod jactant, nostra trahentem
Si maria in Lunam tollantur, cum ciet æstus,
Attolli debere magis, magis usque, trahenti
Accedunt quoniam Lunæ sublata, suasque
Percipiunt vires majores, donec in ipsam
Demum abeant: id fiat item, nisi Terra trahendi
Prædita majori sit vi, quam Luna, nec unquam
Attolli possint maria, a gravitate nisi illa
In Terram valida, vi raptans Luna minori,
Demat in his, aliisque aliquid regionibus addat,
Ut proin librari non æquo pondere possint;
Idcirco tollantur & hìc, labantur & illìc,
Ponderis haud æqui donec discrimina pensent.
Partim [2] at sunt potiora alia, & rem credita totam
Conficere, & magnam valida vi vertere molem:
Quippe putant, gravitas si sit per corpora late
Diffusa, atque ad se pellantur cuncta vicissim
Undique, perpetuisque accedere nisibus instent,
Omnia conjungi, & confundi fixa trahendo
Debere inter se, & cum nostro sidera Sole.

Verùm

Solem, adeoque in utroque casu ejusmodi differentia tendit ad distrahendum Lunam a Terra, & imminuit gravitatem in Terram.

1 Eodem prorsus redire, affirmat, & illud, quod objiciunt ex elevatione nostrorum marium in Lunam, in quam putant debere demum ipsa recidere, si gravitas in accessu ad ipsam, quæ fit per intumescentiam, semper crescat in ratione nimirum reciproca duplicata distantiarum. Id quidem accideret, nisi gravitas in Terram prævaleret. Cum trahantur maria obversa Lunæ magis, quam centrum Terræ, & aversa minus; differentia virium sola agit ad mutandum statum respectivum, & minuit nonnihil gravitatem in Terram, quæ augetur ad latera ob directionem obliquam gravitatis in Lunam; & sublato æquilibrio elevantur ibi maria, hic deprimuntur, non nisi, quantum est satis ad compensandam majore elevatione gravitatem minorem in Terram, & minore majorem.

2 Proponit jam, & dissolvit objectionem aliam, quam graviorem esse dicit, seu solidiorem; neque enim profluit e sola ignoratione theo-

Verùm hac absistant ratione, immania quam sint
Si videant spatia illa, a se queis fixa recedunt
Sidera, & a nostro queis absunt edita Sole.
Sunt ideo forsan vasta in regione locata,
Ne gravitas facile arripere, atque adducere possit.
Per spatia hæc gravitas nam cum decrescat, uti lux,
Par si forte habeant ea pondus sidera Soli,
Vis inter Solem, quodvis & mutua sidus
Vi tanto Terræ in Solem minor esset (at ista
Quam longe constat tenuissima præ gravitate,
Scilicet in Terram, qua nostra hìc corpora aguntur!),
Quanto phœbea lux tenuior illius extat
Sideris. Immensum nonne hinc discrimen habebis?
Quandoquidem gravitas si cuncta hìc corpora cogit
Per ter quinque pedes labi, quo tempore vibrat
Vivida sese agitans nostra uno arteria pulsu,
Jam quot erunt anni, quot sæcula, mutua queis nos
Hæc cum sideribus gravitas compelleret ire
Per ter quinque pedes? Et si contracta fuissent
Jam spatia hæc per tot, quot constant millia Solem
Inter nosque, tamen non percepisse queamus;
Ingens nam Terræ, quo magnum obit annua Solem,
Circuitus quid jam est ad sidera fixa relatus,
Cum nequeant positu illa suo mutata videri?
Adjice, sublato quod vultu, nocte serena,
Igni-

theoriæ; est autem hujusmodi. Si gravitas esset generalis, omnes Fixæ ad se invicem, & ad nostrum solare systema perpetuo accederent in unicam aliquando massam coituræ.

Respondet primo, motum ejusmodi fore prorsus insensibilem, ob immanem Fixarum distantiam. Gravitas cum decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum, decrescit eodem modo, quo lux. Quare uti est lux cujuspiam Fixæ ad lucem Solis hìc apud nos; ita est vis illius in nos & Solem ad vim nostræ gravitatis in Solem, quæ est multo minor nostra gravitate in Terram: ea ratio est in immensum exigua. Porro nostræ gravitatis vi descendunt corpora uno secundo horario per pedes 15; quam longo igitur tempore opus erit ad hoc, ut illa adeo exigua vi percurrantur pedes 15? Quid vero, ut percurratur spatium, quod possit in tanta distantia cadere sub nostros sensus? Nam tota diameter orbis annui Terræ circa Solem 40 millium semidiametrorum terrestrium, eoque major, est instar puncti respectu distantiæ a nobis Fixarum etiam proximarum.

Accedit, quod tam multas stellas videmus in cælo circumquaque, & per telescopia immensum earum numerum, eoque majorem, quo longiora telescopia sunt; unde pa-
tet

Ignibus innumeris tibi Cæli fulgurat ardens
Scena; sed excrescit numerus, si vitrea septa
In longo conclusa tubo obvertamus; & ille est
Major adhuc numerus, si moles vitrea multo
Apta magis; quin innumeras superare necesse est,
Quæ nullis oculis valeant, nulla arte videri,
Per Cælum stellas spatio majore remotas.
Quare conspicimus quæ jam nos sidera cumque,
His alia ulteriora putes consurgere, rursus
Ulteriora aliis alia, & sic ordine longo
Præterea spatiis majoribus usque remota.
Idcirco oppositas hinc illinc cuncta trahentur
In partes; vires ideo elidantur, oportet,
Oppositæ inter se gravitatum; immotaque prorsus
Sidera sint. Tantùm quæ Mundi in finibus ardent
Extremis, paulum medio accessisse necesse est;
Sed neque sidera nos datur hæc, neque cernere motum.
Cum [1] nequeant multi gravitatem in corpora fusam
Omnia percipere, & quid constet, cum fateantur
A se non penitus cognosci posse, neque unde
Adveniat, rerum a numero secludere certant;
Præsertim quoniam spatio discurrere inani,
Nulla & re media, distantia nectere cuncta
Corpora non possit, nisuque agitare valenti;
Cum, nisi permultis rerum contactibus, ullæ
Trans-

ret adhuc majorem latere numerum innumerabilem remotiorum stellarum per telescopia adhuc longiora videndarum. Quare singulæ earum, quas cernimus, habent ingentem numerum earundem circumquaque, quarum vires oppositæ se mutuo elidunt, & motus aliquis haberi deberet tantummodo in marginalibus illis, quæ sub nostros oculos non cadunt, & de quibus ignoramus illud ipsum, an habeant motus quospiam, qui mutuæ gravitatis effectus elidant.

Hæc quidem in communi Newtonianorum sententia, quibus gravitas decrescit accuratè in ratione reciproca duplicata distantiarum: at in mea theoria ejusmodi gravitas in distantiis Planetarum, & Cometarum eam rationem sequitur tantum proximè, a qua in minimis distantiis recedit plurimum. Fieri sanè posset, ut & in maximis Fixarum distantiis ab ea recederet, & migraret alicubi etiam iterum in repulsivam, quo casu fieri posset, ut Fixæ omnes inter se essent in limitibus quibusdam attractionum, vel repulsionum, & positionem, quam habent, tenacissimè conservarent, qua de re iterum aliquid in tomo 4.

1 Aliam hic difficultatem dissolvit eorum, qui invehuntur in gravitatis theoriam, quod ejus causam, & ori-

Transmitti nequeant disjuncta in corpora vires.
Ergo qua tot res peragi, tantasque per omnem
Undique materiam clara ratione probatum est,
Ipsa tamen gravitas nobis erit inficianda
Propterea, quoniam ejusdem natura latescit,
Ac si res extent ideo, quia novimus ipsi?
Num bene naturæ ratio non reddita rerum
Idcirco, quia cum gravitatem denique ventum
Est ad communem, gravitatis reddita non sit
Ipsius ratio? Nili fons invius olim,
Ignotusque fuit; Nilo quis proinde feraces
Non retulit terras Ægypti, ipsumque fluentem
Ullis ire locis, ulloque subire negavit,
Qui subit obstantem septeno gurgite pontum?
Tempora signantem molem noctuque diuque
Cum quis nosse cupit, quæ sese ob pondera versat
Suspensa, aut chalybem contortum, ubi noverit intus
Volventum gyros numerumque, modumque rotarum,
Si non præterea naturam ponderis ipsam
Aut evolventis se vires exque plicantis
Pertingat chalybis, se cætera scire, movetur
Dædala queis moles, aut inficiabitur artem?
Etsi non videas medios in corpora funes
Distendi a gravitate, quibus disjuncta trahantur,
At non propterea nequeat tamen insinuari
Per-

& originem ignorent: dicunt nimirum necessarios esse funes quospiam, quibus se trahant mutuo corpora, & cum actio in distans exerceri non possit, non debere admitti remotorum corporum attractionem mutuam sine ullo intermedio quodam actionis tanquam vehiculo.

Respondet, debere admitti, quidquid positivis rationibus, vel immediatis argumentis probatur existere; licet ejus intrinseca natura, & causa ignoretur. Stultum futurum fuisse, qui negasset Nilum existere, Nilum esse causam immediatam tantæ fœcunditatis Ægypti, atque id idcirco, quod ipsius Nili fons nondum esset detectus: ubi reddenda est ratio motuum horologii, benè ipsorum rationem reddi deveniendo ad pondus, vel elasticam laminam, a quibus primæ rotæ motum accipiant, quem certa lege trasferant ad reliquas; nec eum redargui posse idcirco, quod ipsius ponderis, seu gravitatis, vel quod elasticitatis naturam non explicet, & causam non assignet.

Hæc indirecta est responsio; deinde directè respondet dicendo, nihil esse opus actione in distans: posse hanc ipsam esse naturam materiæ, & unam ex essentialibus ejus proprietatibus, ut binæ quævis ejus particulæ ad se invicem tendant vi pendente a distantiis, adeoque non
per

Perfacile hoc animo, jamdudum ad prodita nobis
Munera corporeæ naturæ accedere munus
Poſſe modo inventum hoc, ut tendat in altera quodque
Corpora corpus, iners quanquam, atque his jungier uſque
Nitatur, ſed non ingratis, vique coactum;
Ut faceret, ſi vel funes, vel ſentiat ictus;
At veluti ſponte, atque illectum ut amore, volenſque;
Sponte quoque extendi veluti vult, nec penetrari,
Motibus & nullis, nulli pugnare figuræ.
Sin gravitatem & adhuc tamen ipſe hoc ordine perſtas
Velle movere, locoque jubes decedere primo;
At ſaltem gradibus conſiſtere poſſe ſecundis
Quis vetet, hiſque pares quis cenſus abnuat olli?
Nempe illam proprium ſi corporis eſſe repugnes
Munus; at eſſe putes in res extrinſecus omnes
Inductam ſummi arbitrio, imperioque potenti
Artificis, talem voluit qui cudere Mundum,
Qualis is eſt, & non alia ratione ciere
Auctificos motus, quam qua vis illa repoſcit.
An pudeat diam hic pro cauſa adſciſcere legem?
At quocumque velis alio diſſolvere pacto
Naturam, venies ad quoſdam denique fines
Extremos, queis conſiſtas, ut reddier ulla
Non queat ulterius ratio, niſi ſola voluntas.
Sic & ab impulſu peragi qui ſingula rentur,

Si

per vim attractæ, ſed ſponte quodammodo in ſe ipſas agendo ſingulæ, accedant ad ſe invicem. Quod ſi hæc ſententia non placeat, poſſe rem repeti a libera lege Conditoris Naturæ juxta ſententiam cauſarum occaſionalium. Potuit is eam ſancire legem, & motum deinde producere ex occaſione tantæ diſtantiæ proportionalem reciprocè quadrato ipſius; nec illi ſanè facilius fuit aſſumere pro occaſione producendi motus, quod in ea ſententia admittitur, in colliſione corporum diſtantiam nullam, quam in theoria gravitatis in quavis diſtantia determinata aſſumere diſtantiam illam ipſam quamcumque.

Et quidem rem illuſtrat exemplo petito ab ipſa colliſione facta juxta communem ſententiam per immediatum impactum. Cur motus quieſcenti globo communicatur ab alio globo incurrente? Nihil ſanè reſponderi poterit, niſi impenetrabilitatem in cauſa eſſe, cur eorum corporum ſtatus immutari debeat, cum ſine immutatione neceſſario debeant compenetrari. Si ulterius progrediamur interrogando, quid ſit impenetrabilitas ipſa, & unde ortum ducat; dicetur profecto, vel eam eſſe ipſam corporum naturam, vel eſſe liberam legem Conditoris Naturæ. Idem igitur de gravitate dicendum erit: vel eſt ſita in ipſa

natu-

Si caufas iterumque roges, iterumque priores,
Tandem pervenient, ut non penetrabile corpus
Dicant effe, unoque fimul non poffe teneri
Bina loco; fed & hujus item fi exordia quæras
Officii, quo confugient? ad corporis ipfam
Naturam nempe, ad Domini vel juffa potentis.
At [1] cur aftra, obeunt quæ Cælo errantia Solem,
Perpetuos glomerent fua per veftigia gyros,
Nec fluidus, per quem nant, æther denique longos
Carpendo motus paulatim extinguere poffit?
Nimirum fpatii nihil ufquam prorfus inanis
Si foret in rebus, ftipata fed undique in æquis
Materies fpatiis confifteret omnibus æque,
Æquaque iners itidem vis omni in corpore ineffet,
Quis tum vel gigni motus, vel, fi editus, idem
Non cito compefci, penitufque perire valebit?
Ejaculata cavo vix glans erumperet ære,
Protinus effufo loca per circumfita motu
Imbellis caderet; longoque ex tempore gyros
Sic etiam, incœptos vix primitus, aftra fuiffent,
Quæ vaga funt, oblita; fed & gignuntur, & orti
Perftant fæpe diu motus, feque æthere volvunt
Præfertim vafto incolumes, nihil inde videre
Scilicet ut longa decerptum ætate queamus;
Corporibus debes proin mixtum agnofcere inane
Effe

natura corporum, vel pendet a libera Conditoris fupremi lege, Atque hæc ego quidem omnia perfecutus fum & in Differtatione de Viribus Vivis, & in recenti opere de Philofophiæ Naturalis Theoria.

1 Poteft & illud, de quo hic agit Nofter, reduci ad claffem eorum, quæ contra theoriam Newtonianam objici folent; quod nimirum medii ætherei refiftentia deberet motum paullatim minuere, ac demum etiam elidere totum, ac extinguere. Refpondet, id quidem debere accidere, & breviffimo tempore, fi totum fpatium effet plenum materia; quo cafu & Planetarum, & multo magis noftrorum projectilium motus ceffaret omnis breviffimo tempore. At fi ingens fit vacui fpatii quantitas immixta ita, ut medii denfitas refpectu denfitatis corporum, quibus motus imprimitur, fit ad fenfum nulla; nulla itidem ad fenfum erit & refiftentia. Cum vero refiftentiam per multa fæcula vel nullam experiamur, vel fere nullam, fieri utique debet id ipfum, ut nimirum tenuiffimum fit, ingenti copia vacui fpatii immixta, æthereum fluidum, in quo Cometarum motus peraguntur.

Sunt e noftri ævi Aftronomis, qui comparando vetuftiffimas obfervationes cum recentiffimis cenfeant, deprehendi aliquem refiftentiæ effectum

Eſſe, atque ætheriis magna vi fundier oris,
Aſtra pati offenſus ubi non deprendimus ullos;
Alma licet lux, & phœbeius imbuat aer
Illa loca; uſque adeo tenuis natura utrinſque eſt,
Diſtare a ſpatio nihil ut videatur inani.
Sed [1] qui corporibus late ſpatia omnia complent,
Et ſpatii rentur naturam, & corporis unam,
Idem multiplici cunctas res vortice volvunt,
Et cauſam gravitatis in his, motùſque vagantum
Turbinibus ſtatuunt aſtrorum, & quidquid ubique eſt.
Sed, genus hoc, vortex nec jam queat eſſe, nec, eſſe
Si poſſit, longos valeat durare per annos,
Nec, ſi duret, erit, notis ut deferat aſtra
Legibus. En bellum transfertur in hoſtica caſtra,
Dum procul a noſtris inimica avertimus arma
Finibus. In rebus primò [2] locus eſſe videtur
Nullus vorticibus, circum quibus aſtra ferantur
Errabunda; etenim non poſſint ire Cometæ
In partes, ut eunt, omnes, latera omnia Mundi,
Nec minus & contra, quam Cæli ſigna ſecundùm,
Trans & utrumque polum: in regiones ſæpe vagantum
Aſtrorum veniunt, tranſcurrunt ſæpe vel infra;
Proin ſi turbineis vaga motibus aſtra ferantur,
Hi quoque turbineo motu raptentur, oportet;
Non igitur poſſint concepto pergere curſu;

ctum quamvis perquam exiguum; qua de re nihil arbitror ſatis certo conſtare. Sed & hic fortaſſe haberi poſſet compenſatio aliqua, qua ejuſdem reſiſtentiæ effectus impediretur, ut Mundus ſuis legibus, quibus eſt conditus, ſine manu reparatrice diutiſſime durare poſſit, quarum compenſationum plures indicari etiam hic poſſent, niſi nimis in longum res abiret.

1 De gravitate agens delabitur ad vortices Carteſianos, a quibus ipſe Carteſius gravitatis cauſam repetebat, in quorum impugnatione habet multa ex iis, quæ propoſui in mea diſquiſitione in Univerſam Aſtronomiam. Affirmat autem hæc tria, quæ deinde probat: vortices, quales Carteſiani voluerunt, non poſſe exiſtere; ſi exiſtant, non poſſe durare diu; ſi durent, non poſſe ſatisfacere legibus motuum cæleſtium.

2 Probat vortices exiſtere non poſſe ex libero Cometarum motu in omnem plagam. Ii quidem etiam in Planetarum regionem deſcendunt, & eorum multi feruntur etiam contra ordinem ſignorum; ii utique abriperentur cum Planetis, & in ſuis motibus perturbarentur ab iiſdem vorticibus, ſi ii vortices exiſterent, & Planetas circumferrent

Raptatosque illos cogi, quo turbinis urget
Vis ea, deducique suo de tramite cernas;
Cum tamen usque suo properent impune meatu.
Quod si quemque velis penetrari vorticis æstum
Vorticibus variis, & turbine semper in uno
Pluribus esse locum: proin turbine quemque Cometam
Ire suo; tam diversos involvere motus
In spatiis isdem atque una regione quis ausit,
Tantùm nempe sua fretus ratione? quis omnes
Certos in cæco versari posse tumultu
Asserat, atque uno pariter debere, suoque
De tot vorticibus pulsari quemque Cometam,
Deduci & proprio nusquam, & deflectere cursu?
Nonne hoc a vera demum ratione remotum est
Haud minus, in nostro pariter quam si aere fingas
Flumina materiæ totidem procurrere, quot sunt
Diversi rerum projectarum aere motus?
Cumque lubet lapidem varianti emittere nisu
E funda, magis ut procurrat sæpe, minusve,
Præsto materiem tibi protinus esse ferentem,
Partitis velut officiis, non quamlibet, at quæ
Id peragat tantùm, quod ea ratione jubetur
Non alia, solumque illum quæ deferat ictum?
Sed [1] jam, si libeat, constantem concipe summam
Vorticibus totidem, quot toto sidera Cælo
Fixa micant, proprio & dominari in vortice Solem.
Cur sibi non fuerint damno, exitioque vicissim
Tam varii motus? turbarier, inque pediri

De-

ferrent in gyrum. Quod si quis dicat vortices esse plures, quorum alii alios penetrent, & per ipsos ferantur, ac singuli Planetas singulos, & Cometas circumferant; id, affirmat, fore æque ridiculum, ac si quis in aere sibi confingat tot parabolicos vortices, quot sunt projecta, quæ gravitatis vi parabolas describunt.

1 Existant jam, inquit Noster, ii vortices ita, ut Fixa quævis habeat suum, & suum itidem Sol: ii deberent se invicem turbare ibi, ubi se contingunt, & in unicum demum generalem abire vorticem: is autem ipse deberet paullarim semper magis de suo motu deperdere aliquid, ob ipsum aliquem incursum mutuum suarum partium, & aliquam materiæ tenacitatem, cujus actione ea semper ad quietem vergit. Accedit multo major difficultas persistendi pro minoribus vorticibus in majore conclusis, ut vortice Saturni, Jovis, Terræ, in vortice Solis. In his minoribus vorticibus cum partes e diametro oppo-

Debebant occursantes in finibus altis
Paulatim, multique a multis vincier, atque
Confundi, fieri junctis & ab omnibus unus?
Ultimus hic perstare diu tamen haud potuisset;
Nam per se confusus, & in sua concitus isset
Pernix exitia: adversis offensibus inter
Sê partes aliquid de motu amittere primo,
Et detorqueri varie, & confligere semper;
Crescere pernicies paulatim, & in intima labi,
Demum magna quies, & iners stipata jacere
Materies. Porro quam non diuturna fuisset
Vorticibus parvis in magno vortice clausis
Ætas, ut Jovis, & Saturni creditur esse,
Et Terræ vortex in magno vortice Solis!
Nam cum in circuitus alienos ire necesse
Sit, retro quæ sunt partes, subterque locatæ,
Inveniunt propriis obstacula motibus extra;
Ergo aut sistuntur, vel quo non convenit ire,
Concitæ eunt, aliasque suo immiscere tumultu
Gaudent, & varia pellunt regione, feruntque:
Sic in fluminibus quoque reddi his parva secundis
Tempora vorticibus, præsertim ubi flectitur alveus,
Cernimus; intereunt vix orti, impletque cavatos
Protinus unda sinus, quos fecerat ante retorta.
Præterea vortex aliquod consistere tempus
Possit, si libeat, qui se æquos flectit in orbes;
At compressus ab hac, & ab illa parte tumescens
Quid dubites, quin se cito per se destruat ipsum
Nectens ipse moras, & miscens cuncta tumultu?

oppositæ, nimirum quæ interiores Solem spectant, & quæ exteriores ab eo avertuntur, debeant moveri directione contraria, debet earum motus in altero locorum esse contrarius motui vorticis solaris, adeoque ibi debet haberi collisio quædam, & impedimentum progressui motus illius; quæ brevi vorticem ipsum minorem extinguant. Sic in fluviis, præsertim ubi alveus inflectitur, videmus ejusmodi vorticulos, qui pariter intereunt vix exorti. Demum utcumque aliquandiu durare possit vortex circularis; is, qui pluribus in locis comprimatur, quemadmodum suos vortices Cartesiani volunt comprimi, ut Planetarum ellipticos inducant motus, durare omnino non poterit, ea vi destruente vorticem, quæ creditur ipsum comprimere.

Demum [1] turbineos ut jam & consistere motus
Largiar, & longos convolvi posse per annos;
Num tibi propterea his peragetur, quidquid ubique
Conspicimus fieri Terram Cælumque per omne?
Ut diversa forent, quam nunc sunt, omnia vulgo?
Principio vortex si deorsum corpora cogit
Delabi gravia in Terram, & subtilis eodem
Pellit materies, quæ circa vertitur axem,
Cur sunt in punctum medium directa, nec ipsum
Terræ pulsa petunt axem propiore meatu
Omnia? Cur pelagi se flectunt æquora in orbem,
Æque obeunt axem nec circum quasque per oras,
Ex una planam faciunt neque parte figuram,
Scilicet in Boream Tellus qua tendit ab Austro?
Quandoquidem corpus, quod circumfertur, ab orbis
Quodque sui medio tentat fugere, atque repellit
Introrsum, quæ sunt conatu versa minori.
Hoc videas, hæc structa tibi si machina constet.
Vitreus aptatur globus, ut super axe revolvi
Te versante queat, lympha tamen ante repletus;
Frustaque, quæ possint extare natantia, rerum
Clauduntur, fucata tamen, ne mersa latescant.
Immoto hoc vitro super undam educta natabunt;
Non ita, si celeres cœptes agitare per orbes;
Descendentia paulatim coguntur in axem

Nam

1 Demum probat illud, vortices ipsos, etiamsi existant, & durent, non esse pares præstandis iis motibus, qui in Planetis observantur.

Atque hic primo loco ostendit a vorticibus non posse repeti caussam gravitatis corporum terrestrium in Terram, uti Cartesiani voluerunt. Vis centrifuga orta ex conversione materiæ vorticis debet ea, quæ minore sunt prædita motu centrifugo, urgere versus centrum motus circularis; at centrum motus circularis particularum vorticis, non est unicum aliquod totius vorticis centrum, sed sunt omnia puncta axis. Hinc gravia extra æquatorem sita non deberent niti versus centrum Terræ, sed versus axem, & figura marium non deberet esse sphærica, sed cylindrica. Et quidem id ipsum experimento confirmatur subjiciente rem ipsis oculis. Impleatur aqua globus vitreus, in qua innatent frustula levioris materiæ, sed colorata, ut videri possint. Dum vas quiescit, ea colliguntur in summo vase ob minorem illam gravitatem suam; si autem ipsum vas motu veloci agatur in gyrum, tum illa frusta a prævalente vi centrifuga particularum aquæ truduntur versus axem,

& ibi

Nam medium, non in formam stipata pilaí,
Sed ducentia se in longam, teretemque figuram.
Præterea [1] hic mirus, qui Terram circuit æther,
Unde venit rebus gravitas, ut corpora deorsum
Possit trudere agens, debet majore profecto
Mobilitate rapi, quam qua se Terra revolvit
Axe super; super & Terra volvente locatum
Corpus de medio conatum profugiendi
Concipit, exiguum præ nisibus at gravitatis,
Nam prope tercentum decedit partibus ille.
Ergo hic ut fugiens gravitatem exæquet eandem
Conatus, sese convertere corpus in orbem
Debebit circum Tellurem mobilitate,
Quæ bis ob octonum velocior incrementum
Scilicet est illa, qua sese corpora volvunt
Illic in Terra, quo latior ambitus extat.
Proin & adhuc æther majori mobilitate
Se convertere debet; at his conatibus ipse,
Dum fugit a medio, si corpora deprimat intro,
Et cadere in Terram cogat, quanto magis illa
Trudat agens secum, directoque impete raptet?
Impete quo silvas, turres, & celsa domorum
Culmina humi, totas etiam prosternat & urbes:
Omnia quin avulsa fero tum flamine secum
Corripiat. Fors propterea sed flamine ab isto

& ibi non quidem in sphæram, sed in cylindrum conformantur. Quæcumque contra hanc rationem proposita sunt a Cartesianis, nullam sanè vim habent, quorum aliqua proponemus in supplementis.

1 Alium hic validissimum proponit argumentum petitum a velocitate materiæ vorticis necessaria ad generandam gravitatis vim. Ea velocitas, quam habent ex motu diurno corpora terrestria in ipso æquatore, generat vim centrifugam multo minorem vi gravitatis; est enim vis gravitatis, quam experimur, excessus gravitatis, ut vocant, primitivæ supra vim centrifugam ipsam, qui quidem excessus ad eam vim centrifugam juxta Newtonum propos. 13 lib. 3 Principiorum est proximè, ut 288 ad 1, adeoque tota gravitas ad eam vim, ut 289 ad 1, sive, ut Noster exprimit, prope tercentum partibus major. Hinc in materia vorticis ad generandam eam vim requireretur velocitas multo major; sunt enim juxta num. 265. supplem. romi 1 vires, ut quadrata velocitatum divisa per radios, adeoque velocitas illa deberet esse 17 vicibus major, quam velocitas motus diurni, & excessus velocitatis, sive velocitas respectiva fluidi res-

Interius prorſum penetrari corpora dicant,
Sentiri ætherius ne impulſus poſſit, & ingens
Plaga, nec avelli quidquam, raptumque moveri.
Verùm quæ projecta cadunt, deorſumque revertunt,
Cur ea non penetret quoque tunc, adeatque ſine ictu?
Cur latere hoc tantùm, cur hac regione reſiſtat
Materies? Mireris aquam, quæ pondera ligni
Vi depreſſa vomit ſurſum, levioraque rerum
Cætera, ni videas prono quoque flumine ferre,
Aſt ea, præcipiti quanquam amne, immota natare.
Utque hæc materies cogit deflectere Lunam
Circum, cur etiam non circum hæc corpora pellat?
Vel cur non Lunam deorſum deturbet, ut illa?
Demum [1], quod ſupereſt, totus cum vorticis æſtus,
In quo verſatur medius Sol, & vaga circum
Sidera, converti ſuper uno debeat axe
Illo ipſo, Solem qui trajicit, omnia certe
Sex vaga debebunt quoque circa hunc ſidera volvi;
Cur igitur vario declinant omnia flexu?
De mediique abeunt, quo vis properantior, orbis
Æquore, & huc illuc tentant diverſa meatus?
Præterea qua tum poterit ratione figuram
Aſtrum unumquodvis de coni ſegmine primam
Signare, & facere, ut reſpondeat area ſemper

Tem-

pectu velocitatis motus diurni 16 vicibus major ipſo diurno motu, qua reſpectiva velocitate id fluidum incurreret in noſtras turres, & corpora reliqua extantia in ſuperficie Terræ. Ea tam immanis eſt, ut debeat momento temporis evertere omnia, & abripere; mirum enim, quam in immenſum ſuperat velocitatem venti cujuſvis validiſſimi.

Nec reponi poteſt id non accidere, quia materia vorticis penetrans intimos quoſque poros reſiſtentiam non patitur, nec tantum impulſum gignit: ſi enim id ita ſit, multo minus per ſimplicem preſſionem ageret, adeoque nec tantam gravitatis vim gigneret, quæ immanem labentium ex alto rupium velocitatem parit, nec Lunam abriperet in gyrum motu ſuo. Quæ ad ea præſtanda tantum poteſt, everteret utique & turres, ac motu præcipiti, quæcunque in ſuperficie Terræ ſunt ſita, ſecum abrepta longiſſimè aſportaret. Idem eſt ſanè tantam tribuere ei materiæ vim ad premendum deorſum, & nullam ad impellendum vehementiſſimo incurſu, ac dicere, poſſe lignum aquarum gravitate prævalente ſurſum protrudi, ſed deinde in medio præcipiti curſu fluvii cujuſpiam poſſe immotum & quietum innatare.

1 Proponit hic demum Noſter ea, quæ ex Planetarum motu contraria ſunt theoriæ vorticum. Primo quidem illud. Vortex ſolaris

uni-

Temporibus? Qui propterea vult ire fluentem
Sic in vorticibus stipatam materiæ vim,
Scilicet, ut, quidquid clausum quocumque sub arcu est,
Directosque inter geminis a finibus arcuum
Ad Solem, & medio coeuntes Sole meatus,
Par & semper idem sit, porro quamlibet arcus
Mutetur, siquidem si fiat hic amplior, atque
Ad Solem flexus tanto diductior, unà
Curtari laterum debebit semita duplex,
Quantum opus est; contra his protensis longius, arcus
Fit brevior, flexusque adstrictior, area semper
Constet uti sibi par; procul a ratione vagatur,
Talia qui fieri putat, inquam, posse: quis æquo,
Materiæ dedit, ut partiri limite campos
Inter se valeat? Se, quo monstrante, peritam,
Mentis inops cum sit, tam doctæ reddidit artis?
Scilicet impulsu id solo, plagaque geratur?
Tum, si vicini sic possit motus & orbis
Mercurii, qui non turbatur ab interjecto
Astro alio, constare, queant consistere motus
Astrorum, quæ sunt porro superedita, & orbes?
Materies defert quæ Martem, extenditur ipsum
Non usque ad Solem, sed Terræ clauditur inter
Atque Jovis fines; jam si par area Martis

S 4 In

unicum axem deberet habere totus, adeoque Planetæ non possent constanter deferri in planis se mutuo intersecantibus, sed in eodem plano æquatoris solaris, in quo motus vorticis est velocissimus.

Tum illud, non posse conciliari vortices cum forma elliptica, & areis tempori proportionalibus, ubi impugnat illud, quod Jacobus Cassinus ad vortices tuendos olim proposuerat, quod nimirum cum materia vorticis ex uno sectore in alium translata eadem sit, idem etiam spatium continere debeat; unde æqualitas arearum proficiscatur. Nam in primis unde fit id ipsum, ut quæ materia quodam tempore in uno sectore simul fuit, eadem simul sit deinde in alio? Id est contra naturam vorticis; nam requireret, ut quæ fluidi particulæ in una recta tendente ad Solem sint semel, semper itidem sint in una pariter recta ad Solem tendente, dum e contrario in vortice eæ, quæ remotiores sunt, minorem habent angularem motum. Deinde utcumque id pro Mercurio inservire possit, non potest sanè pro aliis superioribus Planetis; nam materia, quæ Martem ex. gr. defert, non extenditur usque ad Solem, sed clauditur inter orbes Terræ, & Jovis, & arearum frusta hisce orbibus finita, non sunt æqualia, sed totæ areæ usque ad Solem. Hinc motus vorticis aptatus uni Plane-

tæ

In Solem protensa sibi sit semper in æquo
Tempore, non poterit Terræ par esse, neque almæ
Quæ teritur Veneris curru, aut pernicibus alis
Mercurii: aptatum sic astrum cætera ob unum
Turbentur; properent plus, quam properare videmus
Sæpe ea, vel cunctentur, ubi est mora nulla citatis.
At [1] quidam in pelago voluit primùm esse locatum
Astrum ibi turbineo, gravitas ubi particularum
Extiterit minor; illud enim conscendere sursum
Debuit, atque suos celerans transcurrere fines,
Seque in particulas graviores mergere porro;
Tum cogetur ab his, advenerat unde, reverti
Compulsum; rursum salit, & descendit, ut ante,
Post etiam rursum; sic pausa est nulla meandi,
Has sine fine vias relegit, semperque revolvit.
Interea in gyros circumvolventibus ibit
Flexum a particulis; tum si, quo tempore gyrum
Conficit, hoc & itus etiam persolvat, & illos
Reflexum reditus, signare videbitur ovi
Ductum iter in speciem, per idem & se volvere semper.
Tempus at id gyri brevius si constat, idipsum
Ire iter antrorsum spectabitur, ire retrorsum,
Si contra gyri tempus diuturnius exit.
Tanto sed quid agit rerum molimine? semper
Labendique vices, saliendique esse necesse est,
Nec minui, neque postremo finire fluenti

Illa

tæ non respondet aliorum motibus, & eorum areas constantes evertit, ac eam, quam in iis observamus, velocitatem penitus tollit.

1 Hic aliam impugnat Bernoullianam conciliationem vorticum cum forma orbis elliptici. Is in dissertatione, quæ habetur inter præmio donatas ab Academia Parisiensi anno 1738, sic rem expedit. Concipiatur Planeta positus in superiore parte vorticis, in qua non æquilibretur cum ipsa materia vorticis, sed debeat descendere, dum in gyrum abripitur ab ea ipsa materia: is descendet infra locum æquilibrii, tum ascendet, & oscillabit; ac si una oscillatio absolvatur eo tempore, quo absolvitur unus circuitus, habebitur motus ellipticus.

At in primis ille oscillatorius motus ascendendi, ac descendendi intra illud fluidum deberet utique ob resistentiam ipsius fluidi paullatim minui, ac demum extingui, ut extinguitur motus oscillatorius penduli in aere, & multo citius in aqua: deinde quam multas oportebit arbitrarias hypotheses excogitare, & confingere, & quam varias sine ulla certa lege densitates, ac in-

Illa in materie, quæ quiddam e motibus aufert
Continuo obſiſtens? veluti vibrata per auras
Virga ſuos demum procurſus pendula ſiſtit.
Accidet & porro, ſurſum deorſumque meantis,
Propter denſatas non æque in vortice partes,
Aſtri ut non aliter varientur mobilitates,
Quam res poſcat, uti reſpondeat area ſemper
Temporibus, conique e ſegmine conficiantur
Tantùm orbes primo? neque quidquam motibus ulla
Obſtet parte ratis, aut exeat ordine certo?
Nonne vides quantas fingendo cudere leges
Mens debet, varie queis denſæ ſint celereſque
Pro ſpatiis partes, aſtro & pro quoque novatæ
Diverſo? varie commutat quodlibet aſtrum
Nam ſpatia, a Solis quibus imo limite diſtat.
Aſtrorum [1] inter ſe varios jam confer & orbes,
Scilicet efficies nunquam hìc, ut tempora conſtent,
Et ſpatia inter ſe, ut debent conſtare viciſſim,
In ſeſe repetita ut tempora nempe referri
Poſſint in ſe itidem ſpatia ad repetita bis, ante
Ut docui; quoniam ut quævis diverſa fluentis
Cruſta velut, quæ ſe circumfert, materiai
Tali lege queat flexos finire meatus,
Eſt opus, in ſeſe repetitæ mobilitates
Pro ſpatiis ut decreſcant creſcentibus ipſis.
At cum particulæ conſtent in vortice quæque
Natura ſimili, quam longe mobilitates

Ordi-

ac inter ſe pugnantes velocitates fluidi illius ad hoc, ut motus oſcillatorius combinetur cum circulari ita, ut pro ſingulis Planetis illa ſua determinata obveniat Ellipſis, & quidem cum areis æqualibus?

1 Addit hìc tertiam Kepleri regulam, quæ cum vorticum ſyſtemate conciliari non poteſt. Quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum requirunt velocitates medias Planetarum tales, ut earum quadrata ſint eo majora, quo minores ſunt diſtantiæ, nimirum ſint in harum ratione reciproca. Porro in vortice ejuſmodi conſtante materia homogenea celeritates debent eſſe in longe alia ratione. Noſter hìc innuit tantummodo methodum, qua in ejuſmodi velocitatum rationem inquiritur, concipiendo nimirum quemvis orbem ſphæricum tenuiſſimum, & conſiderando illud ipſum ab inferiore magis veloci debere accelerari tantum, quantum a ſuperiore minus veloci retardatur. Porro quæ huc pertinent, & Noſter affirmat tantum, exponemus, & demonſtrabimus in ſupplementis de more.

Ordine pro ſpatiis diverſo progredientur !
Progreſſus erit hos reperire, ubi quamque fluentis
Materiæ cruſtam ſubtilem finxeris eſſe,
Interior celerans tantùm quam cruſta propellet,
Quantùm a contigua tardabitur ipſa ſuperna.
Ut [1] Faber occurrit lapſuris ædibus, atque
Teсta novat, mutatque trabes, lapideſque revulſos
Inſerit, & ferri nectit laxa omnia nodis;
Sic fabrefactum opus hoc, qua parte eſt rima reperta,
Cura Virum reficit, ſed inanis; plurima mutant
Nequidquam, quoniam faciendos omnis inepta eſt
Materies prorſum auctificos ad vorticis æſtus.
Jam cum conſimili a natura particularum
Vortex confieri non poſſit, qualis egemus,
Diſſimiles ad particulas tum protinus itur,
Quæ nequeant æque denſarier, & celerare.
Denſior in ſpatio eſt Soli propiore locanda
Materies; quod qui poſſit? cum denſior omnis
Majores medio fugiendi a vortice niſus
Concipiat, raraſque loco deturbet ab alto,
Et ſeſe ſtatuat per ſe in regione ſuperna.
Præterea loca cuncta vacant quia prorſus inani,
Turbineo primus quod ab æſtu Fictor abegit,
Jam quid denſius eſſe poteſt, quid rarius illic?
Omnia ſunt ſtipata æque, majorque minorque
Particula eſſe poteſt, at non quæ denſior extet
Materies alia, neque contra rarior ulla.

Sic

1 Poſteaquam innotuit vortices, ut a Carteſio fuerant propoſiti, pugnare cum hac tertiâ lege Kepleri, alii alias reformationes ejus hypotheſeos adhibuerunt, quos hic Noſter reſpicit. Inter hos Bernoullius ad diverſam confugit denſitatem fluidi in vorticem abrepti. Is tamen, ut in ſupplementis videbimus, invenit ejuſmodi progreſſionem denſitatis neceſſariam eſſe ad habenda quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum; ut ipſa denſitas major ſit in minore diſtantia a Sole. Id ipſum jam repugnat; nam denſior materia ob majorem centrifugam vim ſemper ab axe vorticis recedit magis, rariore ad ipſum detruſa, uti & experimento ſuperius memorato fit manifeſtum. Præterea cum per Carteſianos nullum ſit vacuum, nullum in vorticoſo fluido denſitatis diſcrimen eſſe poteſt.

Hæc Noſter: accedit autem & illud, quod, quæ ratio velocitatum angularium in motu fluidi eſt neceſſaria ad quadrata temporum proportionalia cubis diſtantiarum, eadem eſt contraria æqualitati arearum, & viceverſa, quæ omnia itidem in ſupplementis videbimus.

Sic [1] male compacti primùm, licet ipsa favere
Visa fuit fortuna novis, post sæpe recusi,
Primùm & tentati leviter, sed deinde inimica
Sæpe lacessiti, & quassati vi rationis,
Denique turbinei prorsus cecidere tumultus.
Jam quid materia est subtilis, & ætheris aura
Illa levis, quæ trans impervia cuncta meabat,
Impulsuque potens cuncta omniparente struebat?
Quid tria sunt elementa illa, unde exorta putatum est
Omnia, scobs, agilesque globi, molesque striata?
Scilicet in putres resoluta abiere ruinas,
Et speciem præbent magnam, ut Cartaginis altæ
Illa diu per humum vestigia visa; vigentis
Urbis enim motus, populique ferocia bella,
Et vires, & opes repetebat mente viator,
Orbis & imperium jam totius affectatum.
Successit Gravitas, submisit & omnia victrix
Protinus, atque alte Cælo sublata refulsit
Sola potens ima, & media, & conjungere summa,
Iam quibus ipsa ratis immensum temperat orbem
Legibus, exterius nobis non invida claram
Extulit in lucem, communia fœdera pandens;
Nec levia inducit nos per vestigia tantùm,
Magnarum defert sed prorsus in intima rerum,
Et, quæ nativa sunt obsita nocte, recludit
Funditus, & tenui dat quæque evolvere filo,

Con-

1 Hisce argumentis impetitam vorticum theoriam, affirmat, demum penitus concidisse, licet hæc hypothesis cum tanto plausu excepta fuerit in ipso primo exortu suo: cum vorticibus autem concidisse simul totum Cartesianum systema trium elementorum, quod videbatur esse quædam veluti clavis ad omnes Naturæ aditus reserandos: ei systemati collapso gravitatem successisse, quæ tot phœnomenorum rationem reddat non vagam illam quidem, & indefinitam, ac confusam, sed distinctam, sed singularia quæque per accuratos calculos exhibentem. Hic autem occasione arrepta episodium finale adornat poetico lepore, ac venustate summa exponens, ac celebrans aliam quandam vim analogam illi generaliori, cujus gravitas, juxta ea, quæ dicentur libro 10, est quidam veluti ramus, sed analogam tantummodo, non ejusdem generis, non materialem, quæ agat in Brutorum animas, & illum pariat, quem dicimus instinctum, quin etiam in animos nostros, quos inclinet, & pertrahat, quamvis arbitrii libertatem, & potestatem obsistendi relinquat.

Contemptimque finit nil jam tranfcurrere, fidens
Scilicet ipfa fibi, & rerum fecura fuarum.
Humanæ non hæc fimulacrum, ut plurima, mentis,
Ingenioque refert fua non exordia noftro,
Inventa eft nobis, non edita, rebus ab ipfis,
Quas agitat, verfatque, educta eft fcilicet, atque
Prodita, & hinc cupidas in mentes infinuata.
Procedit velata caput, vultùfque nitorem
Obtegit, & noftris animorum obtutibus arcet;
Vim tamen effe fuam monftrat, propriumque vigorem,
Quo procul inter fe diftantia corpora nectit.
Sed [1] num cuncta fibi fubdat, dominetur & una
In rebus? cieat, quotquot funt, undique motus
Sola omnes, nihil ut conftet jam denique quovis
Vel tenui in fpatio mutatum, in corpore quovis,
Quod non ipfa fua moderatrix conficiat vi?
An potius vires diverfa a ftirpe receptans
Sit veluti quidam diffufus in ardua ramus
Sidera, præterea tamen ut fe multa propagent
Radice hinc illinc ramorum brachia ab una?
Quæque fuas referant vires, disjunctaque præftent
Officia, unde in res varii fint germina motùs,
Et varii pariter nexùs, ut denique poffit
Multiplex adeo confurgere, certus & ordo
In magnis, minimifque, & grandia, parvaque prendat.
Stipite nimirum vis diffundatur ab uno
Irorans veluti vitalibus omnia fuccis,
Rebus & auctificos motus dans, exagitanfque,
Adducens, removenfque, ligans, folvenfque viciffim,

Non

1 Newtoniani gravitatis legem extendunt plerumque ad omnes diftantias tam ingentes, quam exiguas, ubique decrefcentem in ratione reciproca duplicata diftantiarum. Juxta meam theoriam, quam Nofter exponet lib. 10, lex virium in majoribus diftantiis accedit quamproximè ad rationem reciprocam duplicatam diftantiarum, fed in minimis ab eadem recedit in immenfum, ac exponitur per curvam quandam, cujus poftremum crus accedit ad curvam gravitatis Newtonianæ quamproximè, in minoribus autem diftantiis contorquetur circa axem, & in minimis exhibet repulfiones auctas in infinitum, ubi in infinitum diftantiæ decrefcant. Hinc in ea fententia gravitas eft tantummodo quidam ramus legis generalis virium, a qua unica generali lege ego repeto omnia Naturæ phœnomena, & omnes motus. Huc refpicit hic Noftri locus.

Non temere, at legum ratio velut ipſa repoſcit
In paucis nota, in cunctis certiſſima rebus.
Jam tu, quæcumque es, quæ vires úna profundis
Tam varias, tanquam fœtus, Vis alma, feraces,
Salve mira opifex Mundi, o communis origo
Fœderis, omniparens & amor, rerumque voluptas,
O elementorum Venus, o Natura capaci
Cuncta ſinu capiens, vel quo tu nomine dici
Cumque velis alio, non grandibus impare factis.
Nos [1] tibi ſubjicimus ſed inertia corpora tantùm,
Et Mundum hunc ſpatiis diſtenſum, diſpoſitumque,
Tu ne te Mundo longe meliore regendo
Immiſcere velis; mentes contingere noſtras
Interius nequeas, animi tua juſſa recuſant.
Attamen eſt aliquis quoque mentibus impetus, & vis
Indita, non qualis late per corpora fuſa eſt,
At certa tamen inflectens ratione, agitanſque
Interius noſtros animos, ut protinus inde
Poſſint tam varii gigni ſub pectore motus:
Sed penetrare animis animorum impervia nondum
Contigit, & ſeriem arcanam cognoſcere morum,
Excutere & latebras omnes, motuſque repoſtos.
Tempora forte manent noſtros ea fauſta Nepotes.
Se produnt aliqua, at longe modo tenuia nobis
Indicia; iſta ſequi, quæſiſſe & proderit olim
Plurima; nunc ſat erunt faciendo in poſtera ſæcla
Augurio, & tanta ſpe mentibus alliciendis.
Principio [2] ſi mens animantum bruta videtur

Eſſe

1 Hìc eidem vi ſuos deſignat limites: ea eſt mutua inter omnia materiæ puncta, & ad ſenſibilem Mundum pertinet, nam ab ea pendet in mea theoria impenetrabilitas, cohæſio, gravitas, quin immo omnis ſenſibilitas ipſâ, nullum autem in animas jus habet, ſive eæ Brutorum animæ ſint minus perfectæ, ſive noſtræ ſpirituales, ac perfectiores animi. Addit tamen eſſe & aliam vim alterius generis, nimirum non materialem, quæ in animos quoque poſſit; ac certis quibuſdam legibus agens, eos inflectar, & varios motus excitet, eos nimirum, quos in nobis ipſis indeliberatos experimur quamplurimos. Eas leges, ait nunc quidem incognitas eſſe nobis, quas olim fortaſſe poſteritas deteget, uti nimirum & gravitatis lex uſque ad Newtonum fuit prorſus incognita.

2 Primo quidem hìc a Brutis exordium ducit, quæ animam habere innuit a materia diſtinctam, & ipſa materia nobiliorem. De ea egi ego quidem in adnotationibus, & ſup-

Esse aliquid majus, quam quod de corpore ducit
Exortum, vires sentire ad multa trahentes
Quis dubitat? propriæ quærunt cur commoda stirpis?
Quid teneram matris compellit ad ubera prolem?
Implumes avium quid hiare coegit ad escam
In nidis fœtus, quid matrem ferre labores,
Inque fovere diu, blandirier, atque tueri?
Verna parat fieri cum primùm mater hirundo,
Fictile sub trabibus sibi par sobolique ferendæ
Condit opus; condunt de spinis undique lectis
Alcyones, scopulisque infigunt tecta sub altis
Usque adeo mira compagine nexa, resolvi
Ut nequeant undis, nec adiri; condit & altis
In ramis Philomela suos de cespite nidos.
Has artes sub quo primùm didicere magistro?
Unde & inexpertæ norunt, quid postulat usus?
Cur similes faciunt, quas jam fecere parentes,
Atque pares operas? non hæc vis insita quædam est,
Ultro quæ trahat huc indocta atque inscia corda?
Mutat avis peregrina plagas, quæritque tepentes
E gelidis oras regionibus, æque tepore
Immodico fugit in desertos ante recessus.

Dum

& supplementis lib. I: eam Scholastici omnes per tot sæcula censuerunt nec materiam esse, nec spiritum, sed substantiam incompletam materialem, quæ posset cognoscere, & spontaneas etiam operationes exercere, dependenter tamen a materia ita, ut pereunte corpore perirent & ipsæ, nec sine illa determinata materiæ conformatione, quæ ad corpus organicum requiritur, ejusmodi operationes animales exercere posset, posset autem cum ea; alii autem e Recentioribus plerique eandem appellat spiritualem substantiam, sed nostra imperfectiorem; nec præter Cartesianos solos ulla alia, quod sciam, Philosophorum secta aliquod animæ genus denegavit Brutis a materia distinctum.

Hic autem illud tantummodo monendum censeo, ineptum sanè fore illum, qui censeat confundi posse hæc duo: esse materiam, & esse substantiam in operando, ac existendo dependentem a materia: ut & hæc duo: agere dependenter a materia, & actionem esse puram combinationem materiæ. Omnis fere Scholasticorum Catholicorum multitudo, inter quos tam multi primæ notæ, & summæ auctoritatis Theologi, admiserunt in Brutis animam in hoc sensu materialem, & admiserunt illud, Bruta exercere operationes suas, ac determinate hoc ipsum, cognoscere, & sponte agere, dependenter a materia, quin iidem admiserint quoque, cognitionem esse puram materiæ combinationem, qui quidem mul-

to mi-

Dum migrat, pulchrum liquido deducitur agmen
Aere, ne nimium venti, nubesque morentur.
Quis docuit Mensor pulchras aptasque figuras,
Excepisse quibus ventos & nubila possent?
Quis Terræ faciem in tabula depinxit, ut illinc
Opportuna sibi legerent loca tramite certo?
Quidam quo raptat vigor intus, pergitur illuc
Scilicet, & varios tentant exinde volatus.
Inspice pulvereos per campos ordine longo
Formicarum acies; segetem sectantur in arvis,
Atque onera important scrobibus, prædamque cavatis;
Fervet opus, releguntque viam, repetuntque laborem.
Sed tanto fera parva quid efficit utile nisu?
Prospicit illa hyemi, longùm qua languida torpet,
Plurima cum nullas hyemes, neque viderit ulla
Frigora? Nimirum sibi longo accommoda somno
Tecta parat, segetemque locat, quam corpora possit
Sternere parva inter, brumam & defendere membris.
Neu tumeat faciles terra seges abdita in herbas
Eruptura, illa corrodit parte, futuræ
Prodiret species qua parvo a semine aristæ.
Hæc tu scire putes animantem, & noscere cuncta

Mensi-

to minus aut metuerunt, aut etiam censuerunt metui posse, ne inde deduceretur, cogitationes animæ nostræ tanto perfectioris, & independentis a materia in existendo nihil esse aliud, nisi puras materiæ combinationes, quæ est impia Materialistarum opinio.

Porro hic Noster ostendit illam vim, quam suscepit celebrandam, agere in hasce Brutorum animas, & eum in iis parere, quem appellamus instinctum. Hujus generis operationes hic plures congerit sane miras, & ad probandum id, quod sibi proposuit, perquam idoneas; nimirum eas, quæ pertinent ad speciei propagationem, ubi admirabilem nidorum texturn commemorat, nullo magistro fabricatorum: eas, quæ pertinent ad avium transmigrationes in plagas diversis anni tempestatibus accommodatas, nulla duce Geographia, & in hisce ipsis transmigrationibus ordines in volatu ad aerem proscindendum aptissimos: tum formicarum providentiam, & æstivos labores pro frumento in hyemem præparando, quo se foveant tum, cum maximè torpent, & diutissimè quodam veluti somno obruuntur; quæ quidem præstant etiam ante, quam ullam hyemem viderint; si enim recens exortæ formicæ a senioribus separentur; adhuc tamen eidem labori dant operam; ubi illud mirum, quod frumenti punctum germinans arrodunt, ne sepultum granulum fœcundetur, & radices agat.

Hæc omnia, cum non sit, unde ea formicæ possint addiscere, fiant, oportet, instinctu quodam, nimirum quadam interna vi, quæ eo impellat ipsas earum animas.

Menſibus aut paucis prognatam, aut forte diebus?
Nempe rapit quidam has, &, quo rapit impetus, itur.
Quæ [1] vomit e parvo, net aranea, corpore fila.
Retiaque intexit liquidis pendentia in auris.
Hinc illinc videas affixo ut fune teneri
Saxa inter ramoſque leves, velut alta tenetur
Ad ſcopulos puppis circum religata manentes;
Artis opus miræ; circumplicat orbibus orbes,
Alligat &, radiis ex omni parte profuſis
Ante, tenax filum, extremis rareſcit in oris
Denſior in medio, pellucida quæ plaga conſit,
Sed duri mage ſunt in ſummo fine rudentes.
Expectat ſic denſa leves in retia muſcas.
Piſcibus exemplum capiendis unde, feriſque
Silvicolis, avibuſque homines nos hauſimus ipſi.
Illa ſed unde hauſit? proprio talem extudit artem
Ingenio? an potius quidam ingens impetus intus,
Quod facit, id cogit facere, impellitque ſequentem?
Non ego præteream, qui nobis ſerica fila
Donant, & pulchra faciunt in veſte nitere,
Innocuos vermes, teneris qui cura puellis
Præcipua, inde ſibi ut peplum, pallamque receptent.
Tempus ut advenit, cibus & maturuit aptum
In ſuccum interius, ſplendentia corpora denſis
Attollunt ramis; illuc namque impetus ire eſt;

Ora-

1 Multo magis me quidem ſemper in admirationem rapuit illa ſanè admirabilis velut architectura, quam hic exponit, qua araneæ ſuas telas contexunt. Nam eſt quidem in iis quædam conſtans ſtructura; ſed & ingens obſervatur varietas reſpondens loco, cui tela affigitur, ductis tranſverſis velut funibus ad ſuſtinendam, ac a ventorum impetu tuendam molem, ubi omnino notatu digna & varia filorum craſſitudo pro loco, in quo adhibentur, & eorum ordo, ac diſpoſitio omnis admodum mira, ac ad muſcas capiendas ita idonea, ut inde homines videantur didiciſſe retium uſum in aucupio, & in piſcatu. Acutiſſimam ea quidem ingenii vim quandam requirerent, & mentis aciem perſpicaciſſimam, niſi a cæco inſtinctu, nimirum interna quadam impellente, ac determinante vi provenirent; nam quævis aranea ſtatim etiam poſt exortum ſuum ab aliis ſegregata eaſdem eodem ordine telas contexit ad eundem uſum.

Porro illud appoſuit: *Quæ vomit a parvo, net aranea, corpore fila*; nimirum per minutiſſima quædam foraminula, quorum immanis eſt in quibuſdam veluti pilis numerus, emittit ſuccum quendam aranea, qui

Oraque multiplici convertere ut ebria gyro
Incipiunt; quaque ora feruntur, ſuccus in auris
Fila in tenuia flaveſcens deducitur; ultro
Paulatim in tereti concluditur ipſe ſepulchro,
Et clauſus quoque pergit opus, dum ſcilicet omnem
Evomuit ſuccum, atque exanguia membra relinquit
Acceptura novam porro rediviva figuram.
Quæ [1] facitis ceras, & mella liquentia, parvæ,
Vos ego, apes, ſileam? quando divinius eſſe
Ingenium, & rerum fato prudentia major
Creditur in vobis. Plebs duro nata labori eſt
Atque operis, ſexuque caret; ſtirps maſcula, fuci,
Rarior eſt, multo ſed fœmina rarior, una
Sæpe genus magno in populo: Rex credita priſcis
Hæc fuit agricolis; Reginæ nomine verùm
Dignanda eſt mater; regnum hoc muliebre feratur.
Nullum fervet opus ſine matre, aut publica tangunt
Commoda; projiciunt ingratam tum quoque vitam:
Ipſa movet, regit ipſa & pacis & arbitra belli.
Mel de flore legunt, ſcrutari florea norunt
Septa, ubi congeſti ſucci, dulcemque liquorem
Protinus educunt ſugentes, oraque complent;
Cereus, & norunt, quo florum ſtamine pulvis
Hæreat, his ergo ſe deſuper applicat ales
Staminibus, circum & ſe pulvere tingit odoro,

qui in filum concreſcit tenuiorem, vel craſſiorem, prout e paucioribus, vel pluribus tenuiſſimis filis ad ſingula foraminula pertinentibus coaleſcit.

Araneæ autem addit bombyces, quorum itidem admirabilis eſt inſtinctus ille, quo fila ſua e ſimili educunt ſucco, ut ſibi ſepulchrum ſimul conſtruant, & cunas ſub nova inde forma redituris ad vitam.

1 Quod in apibus obſervatur, & hic commemorat Noſter, id quidem reliqua omnia huc uſque expoſita longiſſimè ſuperat: tota enim illius cujuſdam ordinatiſſimæ veluti Reipublicæ forma, atque omnis induſtria, & ædificationis ratio in ſummam Naturæ Contemplatores admirationem rapit. Potiora, quæ huc pertinent, decerpſit ex immortali opere Reaumurii de Inſectis: primo quidem tres apum ſpecies commemorat, plebem operi deſtinatam, & omni carentem ſexu, cujus maxima eſt multitudo: mares pauciores numero, laboris expertes, & ſoli generationi deſtinatos, quos, ubi rem ſuam peregerint, ſingulis annis plebs mactet omnes, atque hos, corpore nimirum grandiores, & inertes, Fucos appellat Noſter: fœminas demum omnium mole maximas, ac pauciſſimas, quarum

Accumulatque, impletque ſinus per crura cavatos.
Sæpe init & bellum pugnax genus; aſpera retro
Pro cauda eſt acies, jacit unde in vulnera virus.
Hanc etiam in fucos vertunt, ut inutile cœptant
Hi genus eſſe ſuo genitali munere functi,
Fundendoque petunt fraterno a ſanguine laudem.
Jura vetant nil proficere, atque labore alieno
Paſci, & non partis per ſeſe accumbere menſis.
Arte favus mira compingitur, & licet ollis
Haud ulla artifici tractetur regula dextra,
Appoſitos tamen & flexus novere, modoſque
Senorum laterum; ſpatia implent cuncta, caventque,
Nuſquam ne conſtet ceræ parciſſimus uſus.
Tum quoque pro vario cunabula ſemine condunt;
Plurima, parva tamen, queis ſexùs neſcia multa
Excludatur apes; magis ampla & rara virili
Pro ſtirpe; auguſta ſurgunt rariſſima mole,
Parvula queis mulier, ſoboles regalis, alatur.
Scit mater, nunquam confundit provida cunas.
Vere novo incipiet ſedes animantibus arcta
Eſſe, neque immenſas capiet domus; ergo colonos
Decernunt alias quæſitum emittere ſedes.
Tunc ſubito poſſis magnum exaudire tumultum
Exortum; erumpunt denſæ plaudentibus alis

Unam

rum ſæpe unicam totum alveare habet, eamque ut Reginam obſervat. Mira celebrat ſub ejus muliebri velut regimine plebis opera, miram induſtriam in colligenda e floribus, ac ſeorſum ſeponenda, & deportanda domum mellis, ac ceræ materia: tum bella, quæ quidem potiſſimum pro Regina inter plures fœminas deligenda, ac toti alveari deſtinanda fieri ſolent, ex hujus regiminis occaſione commemorat, atque illam ipſam totius maſculini inertiſſimi generis cædem: deinde mirum exponit in cellulis conſtruendis artificium, in quo quidem duo ſunt notatu digna, alterum, quod exagona figura utantur, quæ pari perimetro eſt omnium capaciſſima, quod & Veteres novere, & idcirco apes geometras appellarunt; alterum hoc noſtro ſæculo obſervatum, quod ſuarum cellularum cuſpides tribus terminent rhombis in angulum ſolidum coeuntibus, ea exiſtente ipſorum rhomborum figura, ſive iis eorum planis angulis, ut cum eadem cellularum capacitate minima, quæ poſſit, omnium impendatur quantitas ceræ, cui maximè parcunt, cum eandem multo majore labore e pulvere diſſoluto ad tenacitatem, & ductilitatem perducant. Hoſce angulos, qui tam appoſiti ſunt ad illud minimum obti-

Unam observantes, quæ fœcundissima, matrem;
Non odio huc, vel amore, sed utilitate trahuntur.
Omnia quæ peragi si docta mente fateris,
Et populo quæcumque alia admiramur in illo,
Falleris; impellunt constanti lege valentes
Interius vires, quas nobis noscere non est,
Impulsus illæ excipiunt, ultroque sequuntur.
Quid [1] jam aliud vulpis dolus, insidiæque luporum,
Quidve canum furor in cervos, cervique timores,
In teneram accipitris quid mens inimica columbam?
In nemora ire mihi nec jam vacat, inque profunda
Oceani, &, quæ vos agitis, spectare leones,
Ursique, tigresque, & corpora vasta elephantùm,
Et mutæ Protei pecudes & squamea sæcla,
Vos rhombi, vos delphines, vos grandia cete;
Quam varias vires in vobis, quam simulantes
Optima consilia, & rationes esse viderem!
Exuere ast omni non vos tamen hic ratione
Consilioque ausim, dum pelli viribus istis
Suspicor ignotis; quoniam cum viribus istis
Et ratio queat esse aliqua, & mens sponte receptans
Impulsus, ferrique videns, quo fertur, & optans.
Quis [2] neget igniculos nobis rationis inesse?
Et tamen impulsu trahimur persæpe valenti,

obtinendum innuit Noster per illud *Appositos tamen & flexus novere*, ac pro hexagonis addit, *modosque senorum laterum*. De his uberius in supplementis.

Addit destinationem cellularum diversæ magnitudinis pro diversis speciebus, respondentem singularum multitudini, vel paucitati, in quibus Regina, tanquam ovi pariendi conscia, sine ullo errore singulis debita deponat ova: ac demum coloniarum deductionem adjicit crescente plus æquo novis fœtibus multitudine.

Hæc, inquit, videntur mente peragi, atque consilio; at multo est verosimilius, rem pendere ab internis quibusdam, & nobis adhuc incognitis viribus, quæ eorum animas certa lege ad hæc opera ipsa determinent.

1 Congerit hic alia multa pertinentia ad alia animalia, quæ, ne in infinitum res abeat, vix innuit: mira autem sunt, & fere incredibilia, quæ ipse quidem longiore carmine fuerat persecutus, sed cum in immensum res abiret, contraxit, & paucis adumbravit solum, omissis etiam prorsus quamplurimis. Hæc autem omnia itidem non consilio quodam peragi, affirmat, sed interna illa nobis incognita determinante vi.

2 Jam ad homines gradum facit,

Dum, bona quæ remur, sequimur; cum scilicet illuc
Experiamur agi ut naturæ a pondere quodam.
Has primum ingenitas in nostris mentibus intus
Sentimus vires; inde esse, & vivere quemque
Allicit; & miseram quanquam, duramque trahamus
In luctu vitam, tamen esse, & vivere dulce est.
Notitiis trahimur rerum quoque, veraque nostri
Exoptant animi, & dulcedine tangimur horum
Mira, nescio qua; de veris exoriuntur
Vera alia, & cupido se nexu in pectore jungunt.
Excolere in tacita res longùm, & volvere mente
Ignotas, non sit propius propiusque locare,
Ut possint a mente rapi, junctæque teneri?
Porro ob conjunctas majorem extendere nisum
Possumus, atque alias adducere longius, atque
Porro alias, semperque novas adjungere vires.

Quæ

cit, in quibus negari omnino non potest esse rationem, esse animum a materia prorsus distinctum, & idcirco a materialibus viribus, ac materiali agendi modo immunem. Et tamen nos etiam homines experimur internæ cujusdam vis impulsus admodum validos, & indeliberatos motus in nobis ipsis; quod inculcat, ut probet illud, quod assumpserat, esse quoddam aliud virium genus a viribus illis inter materiæ puncta mutuis longe diversum, & nobilius, quod certis quibusdam legibus agat in nobiliorem substantiam.

Hujusmodi impulsuum ejus internæ vis commemorat plura genera. In primis, bonum appetimus in genere, & voluntas nostra interna vi, quodam velut pondere, fertur in bonum sub ratione boni: ex hac generali inclinatione ad id, quod nobis apparet sub ratione boni, deducit appetitus omnes ejus, quod nobis censemus utile, quod nimirum respicimus, ut bonum nobis: hinc nimirum nos, utilissimam nobis amaro vitæ nostræ conservationem, utut laboriosam, & miseram; & is vitæ conservandæ appetitus in nobis ab intima quadam vi oritur, ac naturæ nostræ determinatione penitus indeliberata.

Bonum ad voluntatem pertinet, at verum, de quo deinde agit Noster, ad intellectum, qui non nisi ad veritatem tendit, nec assentitur, nisi illi, quod ipsi apparet verum, ubi & nexus est admirabilis verorum cum aliis veris, ex quo nexu omnis ratiocinatio, deductionis vis, & syllogizzandi ars consequitur. Nec intellectus tantummodo in verum tendit, sed & voluntas; nam ea veri assequendi cupiditatem innatam sentit, & ipsius notitiam consecuta voluptate percellitur. Hic autem analogiam quandam attingit inter hasce vires, & materiales illas. Ut ibi gravitas in minore distantia majorem exercet nisum; ita hic videmur quodammodo, dum mente sistimus tanquam præsentes veritates quasdam, id agere, ut majorem exerant vim, & alterius veri, nimirum conclusionis, notitiam post se trahant;

noti-

Quæ [1] semel arripuere animi, retinere tenaces
Contendunt; exin fiunt constantia quædam
Rerum judicia, & fluxerunt protinus usus,
Et varii mores: ea si quis vellere tentat
Ex animis, vitam prorsum ipsam evertere ab imo,
Naturamque aliò convertere velle videtur.
Ordinis hinc animis, Pulchrique, Bonique cupido est
Indita, justitiæ vel corda injusta leporem
Agnoscunt; Virtus fert laudem, & honesta probantur.
Ipsæ [2] etiam mentes inter se nonne trahuntur
Mutua? Cur igitur solas tam tædeat esse?
Cur sociale genus sumus haud deserta per arva
Dispersum, vel per silvas, vacuosque recessus?
Unde tot in populos, tantasque coivimus urbes?
Unica non homines junxerunt mutua vitæ
Subsidia inter se, neque magni commoda cœtùs;
At quoque posse loqui, atque aliis exponere sensa,

notitiis autem aliis adjectis post alias, ad ulteriora detegenda majore vi progredimur, ut in gravitate vis ipsa respondet massæ, & adjectis materiæ particulis, una cum iisdem augetur.

1 Pergit in deducendis consectariis ejus intimæ vis, & inclinationis animorum: inde nimirum consequi certum consensum in illis, quæ prima principia dicimus, quod pertinet ad intellectum, & amorem pulchri, ac boni, quod pertinet ad voluntatem, quæ ita sunt omnibus communia, ut de axiomatis dubitare, virtutis amorem non sentire homines, ne inviti quidem, possint; quod si facerent, humanam exuisse naturam dicerentur.

2 Hic jam in ea vi mutuam quandam animorum attractionem agnoscit; ex qua nimirum una ille oritur innatus in nobis amor vitæ socialis, qui homines in populos coadunavit. Sunt quidem & silvestrium hominum genera quædam inter barbaros, verum & ibi minus frequentes utique, sed tamen habentur societates aliquæ, saltem familiarum; & silvestres ipsi Americani barbari suas habent respublicas, & fœderatos ab hostibus discernunt. Societatem autem inter homines, jure affirmat, non oriri tantummodo ab utilitate, quam inde trahunt, sed etiam ab instinctu quodam, & impulsu interno Naturæ, quo fit, ut amemus communicationem internorum animi sensuum, & utcunque omnibus affluentes commodis, ac deliciis ad perpetuam solitudinem condemnati, angi debeamus, & vera, ac stabili voluptate carere.

Commemorat autem ea, quæ in sociali vita maximè appetimus, ut solatia, quæ ab amicis recipimus, dum ea, quibus angimur, enarramus, & in eorum sinus effundimus curas internas: addit amorem laudis, & ambitionem, quibus usque adeo ducuntur homines, quæ sine societate nulla essent, cum nec regni, nec primatus, & prælationis idea haberi possit sine idea multitudinis, vel plurium.

Atque aliorum etiam cognoscere, & inde moveri.
Finge aliquem solam placidi inter veris honores,
Et melicos inter cantus producere vitam,
Mollibus in stratis jucundos carpere somnos,
Auratamque domum, laxosque habitare penates,
Affluere atque esca regali, deliciisque;
Num minus exagitet quædam vis insita mentem,
Et faciat, vitam socialem ut protinus istis
Præferat? haud ulla est sociis sine pura voluptas;
Crescunt, cum sociis partimur gaudia nostra,
Curaque dividitur narrata, minusque dolores
Sævire, inque animos incumbere mœror & angor.
Præterea & laudem, & famam captare, decusque
Unde sit? ex ipso vitæ socialis amore
Non fluat? ambitio non vires exerat illinc,
Qua primi in rebus contendimus omnibus esse,
Et præferri aliis, regnare, atque esse potentes,
Quod solis petere haud unquam, neque nosse liceret.
Postremo [1] nexus inter corpusque animamque
Cernimus esse aliquos, & mutua fœdera quædam.
Ulla neque apparet, potuit quæ jungere causa
Naturas tam dissimiles; id præstet utrinque
Inditus, hinc animis in consona corpora quidam,
Illinc corporibus quidam conatus in illas,
Ut vita, atque omnis quoque vitæ hinc prodeat usus.
Jam quid opus tam distantes contingere sese
Naturas? per vim sine tactu mutua possunt
Officia exercere suam, & communia quæque
Efficere. At [2], genus id, multas cognoscere vires,

Quot-

1 Postremo loco innuit corporis unionem cum anima, quod quidem tam admirabile inter adeo dissimiles naturas commercium vi quadam fit, non utique per pressionem aliquam ex contactu, vel per contactum ipsum, per quæ plures Philosophi cohæsionem materiæ corporeæ explicare conati sunt, sed alio aliquo modo admodum diverso, per miram quandam, & nobis incognitam vim, quæ in animos ipsos agere possit, & reipsa agat. Ego quidem nec corporum cohæsionem desumo a pressione, & contactu: at in quo eam reponam, & quantum ea distet ab unione inter animam, & corpus, ut & quam variæ sint hujusce unionis leges, quæ præcipuæ earum classes, luculenter exposui in mea recenti theoria Physicæ Generalis, de qua hic etiam aliquid in supplementis.

2 Has vires, quæ in animos nostros

Quotquot sunt, ullas & earum prendere leges
Non opis est nostræ forsan, præsentia quamvis
Omnia sint, atque intra nos peragantur, & ipsum
Afficiant sensum; neque jam deprendere motus,
Id quoque si liceat, sat erit, qui scilicet omnes
Interius varia in nobis ratione geruntur,
Cum volumus, cupimus, gaudemus, percipimusque;
Compositi nimium motus sunt; proinde necesse
Hos foret in motus alios iterumque, iterumque,
Inque alios motus dissolvere, donec ad ipsa
Prima retexendo sit ventum elementa; vicissim
Tum conferre elementa inter se, quoque geratur
Ordine quid rerum, qua quid quoque lege, videre;

strος agant, quanquam in nobis ipsis insint, nobis, ait, esse incognitas ita, ut earum numerum, si non ad unicam omnes rami, velut arborem, reducantur, & singularum leges ignoremus: atque id in primis, quod, nec omnes motus, qui ex iis in nobis ipsis consequuntur, deprehendimus, multi enim fiunt sine reflexione ulla; nec, si omnes etiam ejusmodi motus deprehendamus, qui fiunt, *Cum volumus, cupimus, gaudemus, percipimusque*, adhuc ita facilis inde ad legem virium deprehendendam est transitus. Nimis enim compositi sunt ii motus ipsi, & nimis multi. Oporteret uti resolutione quadam motuum, ac virium in alia simpliciora; donec demum ad prima, & simplicissima elementa deveniretur.

Eodem sanè pacto & Astrorum motus per tot sæcula fuerunt cogniti, incognita penitus illa lege, qua eos unica gravitas efficit, quam Newtonus deprehendit; & quidem in eam Newtonus ipse incidit idcirco, quod Primarii Planetæ Solis fere unius adeo majoris viribus parent: si planetarium systema constitisset corporibus fere æqualibus, ita implexi fuissent illorum motus, ut nulla ingenii vi eos licuisset dissolvere, & ad gravitatis principium devenire agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut nec cum sublimioris Geometriæ & infinitesimalis calculi tanto præsidio, adhuc motus definivimus, qui ex gravitatis nota lege debeant consequi in massis etiam tribus tantummodo inter se parum inæqualibus, & quacumque data directione, & velocitate undecumque projectis. Multitudo elementorum materiæ, & mutuarum relationum, quæ inde oriuntur, ac virium, quæ singulis relationibus respondent, in causa est, cur, licet ego arbitrer, ab unica, & generali lege, & omnibus punctis communi pendere omnes omnium materiæ punctorum motus, adhuc tamen omnino mihi persuadeam, in immensum supra nostræ mentis vim positam esse evolutionem singulorum motuum, ac omnium virium resolutionem, vel e contrario compositionem, per quam nec ad unius frondis constructionem intelligendam devenire unquam possimus. Idem accidat, oportet, & in tam multis, tam variis animorum no-

Nec [1] tamen interea noſtræ, quæ libera, mentis
Vim ſecludere ab his, dominam aſt adſciſcere talem,
Arbitrio mens ipſa ſuo ut quaſcumque movere
Se queat in partes, & quoſlibet edere motus;
Texere poſt contra, ad motuſque redire priores
Eſſet opus, quales nos intra percipiuntur.
Ipſe ſequens at ſe ſenſus fugit, undique nodos
Nectens difficiles, magnoque volumine rerum
Implicat, ut proprias nequeat cognoſcere vires.
Nobis.[2] hunc tenuem noſtrum luſtrare profecto
Difficile eſt mundum, &, quid ſimus, ſcire; videmus
Cætera, ſunt oculis at noſtra impervia noſtris.
Non ideo tamen eſt, ut vitæ debeat omnis
Curſus ſorte regi, &, quocumque impellimur, ire.
Vis

noſtrorum motibus, in tam varia, & multiplici relatione noſtra ad tot externa objecta tot generum inter ſe diſcrepantium; ut nimirum neque a datis motibus per tam multiplicem reſolutionem ad vires, neque a datis viribus ad motus adeo complicatos per tam implexam compoſitionem humana uſque adeo imbecilla mens poſſit pervadere.

1 Inculcat hic illud: quod in toto hoc epiſodio apprime notandum eſt, & ſanam, ac ſobriam, & revelatis principiis conformiſſimam ſimul, ac ſolidiſſimam philoſophandi rationem commendat plurimum; inter vires illas, quæ in nobis agunt, & quæ internos noſtros motus determinant, arbitrii libertatem numerandam eſſe, quæ nos ſupra inertem, & ſuis ſemper penitus determinatam viribus ad certos motus Brutorum animam altiſſimè attollat; quin etiam, quæ ipſa nos juxta præcedentem theoriam a brutis animantibus diſcriminet, a ſuo illo interno inſtinctu ad illas operationes individuas ſine mente, & conſilio determinatis.

Hanc ſanè in nobis ipſis experimur ita, & ita videmus intimo ſenſu, ac conſcientia, eam in nobis ineſſe, nec in eo nos falli, ut de eo dubitare nulli mortalium liceat; nec vero quiſquam contrarium ſibi ita perſuadere poteſt, ut ſerio rem credat. Eam etiam nobis indicat tanto major, & principiis liberæ determinationis conformior varietas in noſtris operibus, circumſtantiis parum admodum commutatis, quam quæ in Brutis ipſis animantibus appareat.

Verùm hæc ipſa liberi arbitrii facultas inveſtigationes illarum virium impedit plurimum, ac perturbat. Nam cum ea non agat ſemper, & neceſſario certo quodam modo; ſed ubi etiam indeliberatorum impulſuum æquilibrium habetur quoddam, vel etiam prævalens vis, poſſit pro libera ſua voluntate utrumvis terminum eligere, fieri poteſt, ut quandoque eligat illud, ad quod æquè, vel etiam minus inclinatur viribus, quas ſentit; unde fit, ut a motibus, qui conſequuntur, virium impellentium niſum, & certam illam, ac ſtabilem legem deducere non poſſimus.

2 Ex hiſce omnibus concludit, noſtrum internum hunc Mundum, quam-

Vis etiam in nobis (Rationem dicere suemus)
Quædam se prodit moderandæ aptissima vitæ;
Humani hæc veluti currùs Auriga videtur
Fræna regens, &, recta, movens, qua semita ducit.
Illius impulsus aliis secernere oportet
Motibus, atque sequi solos; properare secundis
Scilicet his liceat, spatioque excurrere jusso
Securos; aliter transverso obstacula calle
Grassantur, longæque moræ, certisque periclis
Obsita sunt loca; quam triste & quam lugubre nostri
Spectaclum tum fiat, ubi, cum maximus Orbis
Consonet, hic tenuis discors, exlexque feratur!

SUP-

quamvis hoc exteriore usque adeo magis præsentem nobismetipsis, multo adhuc magis incognitum nobis esse; ubi illud accidit nostræ menti, quod oculo, ut externa videat, se ipsum intueri non possit.

Addit tamen, quod & in præcedenti tomo inculcaverat, qui verus esse debet, & solidus sanæ Philosophiæ fructus, habere nos inter tot ambiguos, & cæcos animorum nostrorum impulsus, ac nisus ducem satis certam, & opportunam Rationem nobis inditam, qua verum a falso, bonum, & honestum a malo, & inhonesto discernamus, quam unam ut infallibilem regulam sequi debemus, cui si fiderimus uni, recto incedemus itinere, nunquam ab æstuante cupiditatum inordinatarum turba, & pravæ voluptatis vi multiplici in transversum acti. Id vero nobis præstandum accuratissimè etiam idcirco, ne, dum hic materialis Mundus exterior motus omnes suos tam ordinatè peragat, & leges a summo sibi Conditore impressas exactè servet, noster hic interior, & tanto nobilior Mundus, præscriptum sibi ad eodem Divino Opifice modulum negligat, & violatis sanctissimis ejus legibus, abjectis rectæ rationis monitis, humana omnia, ac divina jura commisceat, & non ordinato operi, sed implicatissimo cuidam, ac confuso, & penitus inordinato chaos respondeat.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUARTUM

§. I. Ad notas in verſ. 100 &c.

DE MUNDI SYSTEMATE ASTRONOMICO.

1 A Verſu 100 ad 672 ea Noſter vel pertractat, vel attingit, quæ pertinent ad Aſtronomicum Mundi ſyſtema, quæ ſunt quædam veluti baſis, & fundamentum totius Newtonianæ cæleſtis Phyſicæ. Multa eodem pertinentia innui in adnotationibus pluribus, & in hac in verſum 100 attigi ordinem, quo a determinationibus terreſtrium intervallorum Aſtronomi ad cæleſtium corporum diſtantias, magnitudines, motus progreſſi ſunt; in adnotatione autem ad verſ. 115, & 307 promiſi uberiorem notitiam totius Mundani ſyſtematis, de quo in ſequentibus Noſter agit ſingillatim.

2 Si hoc argumentum pro dignitate pertractari deberet, plura juſtæ molis volumina requirerentur. Quamobrem hic ſumma tantummodo quædam capita percurram, & ea illuſtrabo potiſſimum, quæ ad Noſtrum rite intelligendum neceſſaria ſunt. Longe autem alio ordine progrediar, ut brevitati ſtudeam, quantum licuerit: proponam nimirum primo loco, qualem Aſtronomiam habeamus nunc ab omnibus Aſtronomis paſſim admiſſam, & cum obſervationibus demum conſentientem vel accuratè, vel ſatis proximè, ad quam non niſi per longas ambages, & poſt longos tot ſæculorum errores, ac correctiones poſitionibus aſſumptis ſenſim adhibitas deventum eſt. Nulla enim adeſt, ne nunc quidem, directa methodus, qua ſatis tuto, & accurate per obſervationes, ac directa earum conſectaria eruta ope Geometriæ, & calculi poſſimus immediate deprehendere cæleſtium corporum diſtantias, magnitudines, motus, ſine ulla ſuppoſitione phyſica, & ſine craſſioribus theoriis ſenſim, & per gradus corrigendis, perpoliendiſque: ubi illud prorſus accidit, quod de univerſa evolutione Naturæ diximus tomo 1 in adnotatione ad verſ. 1232, hanc rem peragi eodem modo, quo in enucleatione epiſtolæ arcanis notis conſcriptæ; ut nimirum per crebras poſitiones, & poſitionum factarum correctiones deveniatur demum ad eum conſenſum, qui evincat veram clavim deſectam eſſe. Acceſſit autem & inſtrumentorum ratio, quæ ſero tandem, nec niſi diu poſt inventa teleſcopia, & horologia oſcillatoria eo deducta eſt, unde progredi vix poſſit; & Geometriæ vis, quæ poſt infiniteſimales methodos excultas eo devenit, quo nemo Mortalium eam olim deventuram crediidiſſet.

3 Ponam igitur primo loco Mundi ſyſtema, ut in ſe eſt: tum ut e Tellure ſpectantibus apparet, ubi, quæcunque de motu Telluris dixero, intelligenda ſunt juxta ea, quæ propoſui in ſupplementis ad tomum 1 §. 13.

4 Duo ſunt cæleſtium corporum claſſes: Stellæ fixæ, & errantes, quarum priores dicimus abſolutè Fixas, poſteriores dividimus in Planetas, & Cometas.

5 Fixæ ſunt numero innumerabili, & quotcunque teleſcopia in Cælum dirigi-

rigimus, ubique immanem earum vim cernimus, eo autem plures videmus, quo longiora, & perfectiora sunt telescopia. Cailiius incredibili labore, & diligentia, dum ante hos aliquot annos esset ad promontorium Bonæ Spei, definivit loca decem millium Fixarum, quæ bipedali telescopio videri facile possint, conclusarum tropico Capricorni. Longioribus telescopiis in immensum plures apparent ubique, potissimum in ea, quam Galaxiam, seu Viam Lacteam appellant.

6 Ex positæ sunt ad distantiam a nobis adeo immanem, ut quæcunque mensuræ nobis cognitæ sint impares eidem definiendæ. Ipsa distantia Terræ a Sole respectu ejus distantiæ est instar puncti. Hinc veri earum motus, vel nulli sunt, vel respectu distantiæ a nobis fere nulli: & idcirco hinc a nobis visæ positionem ad se invicem saltem ad sensum eandem servant nunc, quam ante duo annorum millia habuerant. Habent illæ quidem quosdam motus nobis apparentes, de quibus infra, quorum leges demum ita detectæ sunt, ut jam intra unum, vel alterum secundum Fixæ cujusvis locum apparentem ad datum tempus definire liceat: habent itidem earum nonnullæ & veros motus aliæ alios, sed perquam exiguos, & qui nonnisi longioribus telescopiis deprehendantur. Censentur autem in immenso spatio ad sensum vacuo dispersæ in immanibus itidem a se invicem distantiis.

7 Luce propria omnino fulgent, ut Sol, qui censetur ex earum numero esse ita, ut eæ idcirco tantummodo adeo minores, & minus lucidæ appareant, quod a nobis in immensum magis distent. De vera earum magnitudine nihil omnino novimus. Admodum probabile censeo, alias ex iis esse Sole nostro majores, alias minores, & quidem nullo certo nexu inter veram magnitudinem, distantiam, intensitatem luminis partium superficiei æqualium, & magnitudinem nobis apparentem. Et quoniam inde consequitur, aliquas ex iis, quæ minutissimæ apparent, esse Sole ipso majores, & lucidiores, major erit ratio distantiæ ipsarum a nobis ad distantiam a Sole, quam sit subduplicata luminis Solis ad ipsarum lumen; lumen enim dum propagatur, minuit intensitatem suam in ratione reciproca duplicata distantiarum. Porro, quam immensa sit ea ratio, satis patet.

8 Inter Fixas sunt aliquæ, quæ dicuntur nebulosæ, quod tenuem quandam lucem, ut nebulam circa se habeant: sunt nonnullæ, quæ vel apparent, & evanescunt statis temporibus, vel lumen suum minuunt, & augent per vices; aliæ, quæ de novo apparuerunt per exiguum tempus, & deinde evanuerunt, ut illa celeberrima, quæ Tychonis tempore in cathedra Cassiopeæ per aliquot menses reliquas omnes Fixas fulgore suo superavit, tum paullatim evanuit; quæ mutationes esse possunt non tantummodo apparentes nobis, sed etiam reales. Neque enim credibile mihi est id provenire ex accessu ad Terram, & recessu; cum enim nullus fere sensibilis habeatur inter Fixas motus in latus, qui apparentem ipsarum distantiam mutet a se invicem, deberent fieri tantummodo in recta, quæ huc tendit, mutationes distantiarum, quæ ad totas distantias tantam rationem habeant. Quare huc eæ mutationes pertinent, veræ nimirum, non tantummodo apparentes, quæ quidem provenire possunt etiam a maculis, quæ analogæ sint maculis solaribus, sed multo majores, plures, ac diuturniores, & fortasse conjunctæ cum aliquo

aliquo ipſarum motu circa proprium axem, quæ quidem innuiſſe ſit ſatis.

9 Planetæ alii dicuntur Primarii, alii Secundarii. Primarii præter Solem, qui etiam Fixis adſcribitur, numerantur ſex. Mercurius, Venus, Terra, Mars, Jupiter, Saturnus, qui quidem circa Solem gyrant, hoc eodem ordine ab eo diſtantes, priores minus, poſteriores vero magis. Secundarii ſunt 10. Luna ſatelles, ſeu comes Terræ, quatuor Jovis ſatellites, & quinque Saturni, gyrantes circa ipſos. Accedit annulus circa Saturni globum tenuis, & latus ab eodem circumquaque disjunctus.

10 Cometæ, huc uſque rite ab Aſtronomis obſervati, ſunt 45, vel revera 41, nam 4 ex iis ſunt idem Cometa, quorum poſtremus, dum hæc ſcribimus Junio menſe anni 1759 nuper videri deſiit. Eos diſtinguit a Planetis immanis atmoſphæra, quæ ut quidam fumus nucleum ad diſtantiam multis vicibus majorem ejus diametro ambit, ac in quendam longiorem ductum protenditur ad partes Soli oppoſitas, qui ubi e Tellure cernitur ita productus, appellatur barba, vel cauda, prout ad eam partem protenditur, ad quam Cometa tendit, vel ad oppoſitam, qui ſi lateat cum ipſo & oculo in directum jacens, crinitus dicitur Cometa.

11 Planetæ omnes, & Cometæ a Sole lumen accipiunt, & reflectunt. Admodum probabile eſt eoſdem habere figuram proximè ſphæricam, quod de Planetis fere omnibus eſt omnino certum. Jupiter tamen, uti dictum eſt in adnotatione ad verſum 1962, habet figuram ſphæroidis non ita parum compreſſæ, nam axis ad diametrum æquatoris eſt in eo proximè ut 12 ad 13.

Diametri veræ Planetarum poſita diametro Solis partium 10000, ſunt proximè Saturni 792, Jovis 1060, Martis 95, Telluris, & Veneris 109, Mercurii 41. Et quidem reliquæ intra limites ſatis proximos certæ; ſed Telluris diameter adhuc ſubdubia, ut infra patebit. Eſt autem diameter Lunæ ad diametrum Terræ proxime ut 21 ad 78.

12 Convertuntur Planetæ circa proprium axem, quæ converſio per obſervationes definita eſt in Sole dierum $25\frac{1}{2}$ in Jove hor. 10. 56', in Marte hor. 24. 40', in Terra hor. 23. 56'. 4'', in Venere hor. 23. 20', Luna autem menſtruo motu circa ſuum axem convertitur.

13 Motus Planetarum Primariorum fiunt omnes in Orientem circa Solem, in planis proximè immobilibus, ad ſe invicem nonnihil inclinatis in ſpatio nihil, vel fere nihil reſiſtente. Illud, in quo movetur Tellus vel potius centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ, dicitur planum Eclipticæ: reliquorum plana inclinantur ad hoc planum in ſequentibus angulis: planum orbitæ Saturni gr. 2. 30'. 36''; Jovis 1. 19'. 30''; Martis 1. 50'. 54''; Veneris 3. 23'. 20''; Mercurii 7. 0'. 0''. Illa puncta, in quibus eæ orbitæ ſecant planum Eclipticæ, dicuntur nodi: nodus aſcendens is, in quo tranſitur ab hemiſphærio auſtrali ad boreale, alter vero nodus deſcendens.

14 Orbitæ eorum motuum habent formam proximè ellipticam ita, ut alterum ſingularum ellipſium focum Sol occupet. Ea eſt una e tribus conicis ſectionibus, de quibus egimus tomo 1 in ſupplem. ad lib. 2 §. 6. Illuſtranda ſunt hic ſchematis, quæ Noſter de illa & reliquis binis exhibet a verſu 443.

15 Exhibet in fig. 1 *ABPD* perimetrum ellipſeos, *C* centrum, *AP* axem [illegible] tranſverſum longiorem, *BD* axem conjugatum breviorem. In axe longiore

aP

AP sunt bina puncta *S*, *F* æque distantia hinc, & inde a centro, quæ dicuntur foci, & habent hasce duas admodum insignes proprietates. Si ex iis ducantur ad quodvis perimetri punctum binæ rectæ *SE*, *FE*; ambæ simul æquantur axi transverso *AP*; eædem autem ad ipsam perimetrum ita æque inclinantur, ut si per *E* ducatur recta perimetrum contingens, eadem hinc cum altera ex iis angulum contineat æqualem illi, quem inde continet cum altera.

16 Posterior ex iis proprietatibus dedit nomen ipsis focis: cum enim radii luminis reflectantur ad angulos æquales; omnes radii profecti ex altero foco *S*, & incurrentes in quodvis punctum *E* perimetri ellipticæ reflectentis debent abire in *F*, & ibi colligi, ac ignem etiam excitare, si satis vivida sit radiorum origo in *S*. Prior autem proprietas exhibet constructionem ellipseos admodum expeditam. Sumatur filum ejusdem longitudinis, cujus est axis *AP*, quod traducatur per foramen acus cujuspiam, & ejus bina capita defigantur in binis punctis *S*, *F* æque remotis hinc, & inde a medio *C*; tum circumducatur acus ex *P* per *E* in *A* ita, ut distentum teneat filum, & describetur perimeter ellipseos: nam semper binæ rectæ *ES*, *EF* simul æquales erunt longitudini fili, adeoque axi *AP*. Patet autem ex hac ipsa constructione, si foci *S*, *F* coeant in *C*, haberi circulum; iis autem a se invicem recedentibus attenuari ellipsim perpetuo, cum datâ *SB* debeat eo minor esse *CB*, quo major est *CS*. Quod si dentur bini axes *AP*, *DB* cujuscumque magnitudinis, facile invenientur foci ad eam describendam idonei, cum satis sit, facto centro in vertice *B* axis conjugati, intervallo *CP* invenire bina puncta *S*, *F* in axe transverso *AP*.

17 Ellipsis, producta prius in immensum, abit in Parabolam habentem unicum ramum infinitum, tum in Hyperbolam habentem binos ramos itidem infinitos. Id expositum est tomo 1 in supplem. ad lib 2 §.6, ubi ostensum est id accidere conversione continua plani secantis conum, & ellipses in immensum productas nihil ad sensum differre in sua origine ab arcu Parabolæ. Hic addendum id, quod pertinet ad earum focos, quod quidem hic Noster proposuit.

F.2. 18 Arcum Parabolæ *QPR* exhibet fig. 2, cujus axis *PSM* in infinitum
3. producitur. Ea habet unicum focum *S*, cujus ea inter cæteras est proprietas, ut radii omnes *NE*, qui adveniant paralleli axi *MP*, debeant post reflexionem abire in ipsum focum *S*. Binos hyperbolæ ramos *QPR*, *qAr* exhibet fig.3. In ea axis transversus est *AP*, centrum *C*, bini foci in ipso axe producto *S*, *F*, quorum prior solus *S* continetur intra ramum *QPR*, alter vero *F* extra ipsum, sed intra ramum oppositum *qAr*. Porro ea est focorum proprietas in hyperbola, ut differentia rectarum *FE*, *SE* sit constanter æqualis axi *AP*; radii autem *NE*, qui incurrant in perimetrum cavam in *E* directionibus convergentibus ad focum ulteriorem *F*, debeant post reflexionem convergere ad citeriorem *S*.

F.1. 19 Jam vero orbitæ Planetarum Primariorum habent formam fig.1, occupante Sole focum alterum *S*. Punctum *P*, in quo habetur distantia minima a Sole, dicitur Perihelium, vel Apsis ima; punctum *A*, in quo habetur distantia maxima, Aphelium, vel Apsis summa; unde etiam axis major dicitur linea Apsidum, quas quidem Apsides etiam Auges appellare solent. *CP* est

est distantia media, quæ nimirum æquatur semiaxi transverso: *CS* distantia foci a centro dicitur Eccentricitas. Quando autem Terra respectu Solis est in Perihelio, vel Aphelio, Sol dicitur esse in Perigeo, vel Apogeo.

20 Et hæc quidem pertinent ad primam e tribus Kepleri legibus, de quibus egimus in adnotationibus ad vers. 415, 443, 514. Pertinet autem ad secundam motus ipse per ejusmodi orbitam, qui non est æquabilis, sed ita attemperatus, ut area *PSE* clausa arcu *PE* percurso quopiam tempore, & binis rectis *PS*, *ES* ab ejus extremo utroque ductis ad focum *S*, sit proportionalis ipsi tempori, ut nimirum sit sector ellipticus *PSE* ad totius ellipseos aream, uti est tempus, quo percurritur arcus *PE*, ad tempus integræ conversionis. De hac proportionalitate arearum egimus tomo 1 in supplem. ad lib. 1. §. 18. Dicitur autem ea a Keplero area, quam verrit radius vector; nam ipse concipiebat Planetas tanquam vectos circa Solem a Solis radio, & radius is recta pertingens a Sole ad Planetam, si concipiatur ut rigida quædam virga, perradit, & quodammodo everrit illam aream.

21 Porro ex hac motus lege facile patet, nec celeritatem linearem veri motus, nec conversionem angularem circa punctum *S* centrum arearum æqualium, fore æquabilem. Ad hoc ut sector ellipticus tempusculis æqualibus sit ejusdem semper magnitudinis, debet celeritas esse major, ubi distantia est minor, & accuratam rationem ejus celeritatis exposuimus in supplem. tom. 1. a num. 249. Quod autem pertinet ad motum angularem, id facile definitur, ac demonstratur. Nimirum celeritas motus angularis circa centrum arearum æqualium est in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso foco. Nam sectores elliptici infinitesimi possunt considerari, ut exigui sectores circulares. Sectores autem circulares habent aream proportionalem angulo, & quadrato radii conjunctim, ut facile demonstratur; unde fit, ut si area sit constans, debeat esse angulus in ratione reciproca quadrati radii.

22 Motus igitur spectatus ex ipso etiam foco *S*, qui æstimatur ab angulo, quem continent directiones inde tendentes ad bina loca Mobilis, non erit æquabilis, sed eo celerior, quo quadratum distantiæ est minus. Nimirum ubi Planeta discedet ab Aphelio *A* per *ABEP*, accelerabitur perpetuo motus ejus angularis, tum a Perihelio ad Aphelium retardabitur tantundem, & inæqualitatis quantitas pendebit a distantia Planetæ ab Aphelio. Hinc apud Astronomos angulus *ASE*, quem continet recta ducta ad Planetam cum recta ducta ad Aphelium, dicitur *Anomalia*. Porro concipitur alius Planeta, qui circa ipsum punctum *S* moveatur motu angulari æquabili, eodem autem tempore integram conversionem absolvat, cujus motus dicitur respectu prioris *motus medius*. Angulus, quem efficit recta ducta a foco *S* ad eum Planetam fictum cum recta *SA* tendente ad Aphelium computatus ab hac recta usque ad illam secundum directionem motus ipsius Planetæ, dicitur *Anomalia media*: angulus autem ille, quem efficit recta *SE* tendens ad verum Planetam cum eadem recta *SA*, dicitur *Anomalia vera*: differentia autem eorum angulorum dicitur *Æquatio*. Porro data specie ellipseos, sive data ratione semiaxis transversi ad eccentricitatem, invenitur ope Geometriæ, & calculi pro quavis anomalia media anomalia vera, & viceversa; invenitur locus, in quo

in quo æquatio est maxima, & data æquatione maxima invenitur species ellipseos, sive eccentricitas, quæ quidem conducunt ad computandos veros Planetarum motus, & invenienda eorundem loca *Heliocentrica*, nimirum loca, in quibus apparent spectati e Sole, ac ad eruendas ex observationibus species orbitarum.

23 Hæc pertinent ad motum cujusvis Planetæ in orbita sua circa Solem; at tertia Kepleri lex confert motum unius Planetæ in orbita sua, cum motu cujusvis alterius in sua. Sunt nimirum quadrata temporum periodicorum, ut cubi distantiarum mediarum. Hanc legem exposuimus satis luculenter hic in adnotatione ad versum 514, ubi etiam crassioribus numeris usi proposuimus exemplum Martis cum Mercurio comparati. Accuratiores numeros hic proponam decerptos ex Lectionibus Astronomicis Caillii num. 176, unde & superiora decerpsi plura, & alia decerptam inferius. Hosce numeros ipse calculo eruit e Cassinianis tabulis, quanquam & hi correctiunculis adhuc indigent, sed exiguis. Ponam autem primo loco tempus periodicum pro quovis Planeta, tum axem majorem, cujus dimidium est distantia media, addito axe minore, & eccentricitate, ut forma orbitæ, ac distantia maxima, & minima inde facile eruantur. Ut autem formæ orbium unico intuitu melius inter se comparentur, ponam postremo loco eccentricitatem in iis partibus, quarum semiaxis major continet 1000000. Ea continentur in sequenti tabella.

Pro	Tempus periodicum	Axis major	Axis minor	Eccentricitas in iisd. parti.	Eccentric. in diversis
	dies horæ				
Saturno	10579. 8	190758	190448	5430	56982
Jove	4332.12	100420	103899	2505	48188
Marte	686.23.30. $\frac{1}{2}$	30474	30342	1415	93134
Terra	365. 6. 9. $\frac{1}{4}$	20000	19997	168	16881
Venere	224.16.48. $\frac{1}{3}$	14466	14465	52	7141
Mercurio	87.23.15. $\frac{1}{2}$	7742	7570	810	211165

24 In hac tabella si assumantur duo Planetæ quicunque, & reducantur ad unicam mensuram duo eorum tempora, ut ad minuta, ac fiat, ut cubus axis majoris primi Planetæ ad cubum axis majoris secundi Planetæ, ita quadratum temporis primi Planetæ, ad numerum quendam, tum extrahatur ex hoc numero invento radix quadrata, invenietur ea radix quamproximè æqualis tempori secundi Planetæ.

25 Ad hoc, ut ex hisce elementis inveniri posset locus heliocentricus cujusvis Planetæ, oporteret addere & positionem aphelii, & positionem nodi, & tempus aliquod transitus per aphelium, vel anomaliam pro aliquo tempore dato; sed ea non sunt hujus loci. Hic tantummodo illud addendum est, ipsa aphelia, & nodos non penitus quiescere, sed moveri motu lentissimo, qui nondum apud Astronomos satis certo constat: apponam ex ipso Cail-

Caillio tabellam horum motuum juxta Caſſini, & Hallei opinionem, ubi ſignum + ſignificat motum fieri in Orientem, ſignum — in Occidentem.

Pro	Motus Aphelii		Motus nodi	
	ex Caſſino	ex Halleyo	ex Caſſino	ex Halleyo
Saturno	+ 2''	+ 30''	+ 6''	— 32
Jove	+ 6	+ 22	— 27	0
Marte	+ 21	+ 20	— 17	— 12
Venere	+ 35	+ 6	— 17	— 59
Mercurio	+ 29	+ 2	0	0

26 Terra nodos non habet, motus autem ejus aphelii eſt + 18''. Porro ex hoc apheliorum, & nodorum motu profluxit diſcrimen inter tria genera converſionum, quas in Planetis Aſtronomi conſiderant. Converſio periodica eſt ea, qua Planeta regreditur ad eandem poſitionem reſpectu Fixarum; converſio anomaliſtica, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu aphelii, ſive ad eandem anomaliam, & converſio ſynodica, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu nodi aſcendentis; quanquam in Luna ſynodicam converſionem communius appellant eam, qua regreditur ad eandem poſitionem reſpectu Solis, ut a Novilunio ad Novilunium.

27 Utcumque autem his etiam motibus adhibitis ad calculum reducantur Planetarum loca, adhuc exiguæ quædam differentiæ inveniuntur inter loca calculo eruta, & obſervata, quarum nonnullæ ad certas leges deductæ ſunt poſtremis hiſce annis, ſed nondum penitus omnes, nec ex obſervationibus, nec ex theoria ad certas leges deduci potuerunt.

28 Hæc de Primariis Planetis: jam vero Luna, & Terra circa commune illatum gravitatis centrum convertuntur pariter in ellipſibus inclinatis itidem ad eclipticam in angulo per 18 minuta variato, cujas medium eſt graduum 5, min. 9. Ejus diſtantia a Terra eſt ſemidiametrorum terreſtrium ex Caillio maxima 64 $\frac{2}{3}$, media 60 $\frac{1}{5}$ minima 55 $\frac{1}{4}$. Sed forma ipſius orbitæ, & magnitudo mutatur perpetuo, ut & apogeum ipſius, & nodi moventur motu ingenti: tempora converſionum integrarum, & vetus motus in orbita, & inclinatio orbitæ ad eclipticam patiuntur inæqualitates plurimas; quæ quidem in ſyzygiis, ſive novilunio, & plenilunio ſunt multo minores, quam alibi. Linea apſidum facit revolutionem integram mediam reſpectu Fixarum in orientem intra annos 8, dies 310, horas 10, minuta 58; linea nodorum in occidentem intra annos 18, dies 219, horas 8, min. 48. Lunæ autem converſio media reſpectu Fixarum fit diebus 27 horis 7, 43', 12'', reſpectu nodi utriuſlibet diebus 27, horis 5, 5', 35'', reſpectu apogei diebus 27, horis 13, 18', 34''.

29 Satellites Jovis circa Jovem, & Saturni circa Saturnum, vel potius circa commune centrum gravitatis ipſorum, & ſui Primarii, moventur motu quamproximè æquabili in orbibus quamproximè circularibus inclinatis ad planum orbitæ ſui Primarii. Eorum tempora periodica, & evagationes maximæ hinc & inde a centro ſui Primarii reſpondentes diſtantiæ mediæ a

Sole

Sole (quarum evagationum dimidia exhibent etiam distantias ipsorum ab eodem Primarii centro) continentur in sequenti tabella, in cujus numeris sunt quamproximè quadrata temporum, ut cubi distantiarum.

			Tempora periodica		Evagationes
Satellites	Saturni	1	di. 1 hor.	21, 17', 58''	1', 27''
		2	2	17, 40, 20	1, 52
		3	4	12, 22, 23	2, 36
		4	15	22, 7, 16	6, 0
		5	78	17, 52, 4	17, 25
	Jovis	1	1	18, 27, 33	3, 55
		2	3	13, 14, 41	6, 14
		3	7	3, 42, 37	9, 58
		4	16	16, 32, 10	17, 30

30 Cometæ feruntur circa Solem in foco positum in orbibus ellipticis ita oblongis, ut pro parabolicis assumi possint arcus perihelio proximi. Eam orbium formam exhibet fig. 1. Areas describunt terminatas ad S tempori proportionales: quadrata temporum, quibus ab iis describuntur areæ similes PSE, sunt, ut cubi distantiarum homologarum, ut SP, & sive comparetur celeritas ejusdem Cometæ in uno loco cum celeritate in alio, sive celeritas unius in uno loco cum celeritate cujusvis alterius in quovis alio, in quo adhuc sit conspicuus, velocitates sunt in ratione reciproca subduplicata distantiarum.

31 Ipsorum orbitæ ad planum eclipticæ inclinantur in angulis admodum diversis, quorum alii sunt multo minores, alii multo majores semirecto ita, ut non solum in 24 orbitis ab Halleyo definitis, sed in omnibus 45 huc usque observatis media inclinatio est graduum 45; unde constat ab inclinatione o ad inclinationem perpendicularem temere, & sine ullo certo vinculo dispersas jacere ejusmodi orbitas. Nodi, & Aphelia sine ulla itidem certa lege in omnes Cæli plagas diriguntur. Distantiæ itidem periheliæ admodum diversæ sunt. Cometa anni 1680, & 1681 ad Solem ita in perihelio accessit, ut vix sexta parte ejus diametri ab eo distiterit: at contra Cometa anni 1729 in ipso perihelio distabat a Sole quadruplo plus, quam Terra. Puncta, in quibus orbitæ per planum eclipticæ transeunt, sunt admodum diversa, nec ullum in orbitam Terræ accuratè incurrit, sunt tamen nonnulla satis proxima. E Cometis 45 observatis, 23 retrogradum habuerunt motum in Occidentem, 22 directum in Orientem.

32 Elementa ipsorum orbitæ parabolicæ sunt, inclinatio orbitæ, locus nodi ascendentis, locus perihelii, distantia perihelia, tempus appulsus ad perihelium, & directio motus; & apud Caillium num. 571 videre est hæc elementa pro Cometis 43, accessit in scheda adjecta editioni Viennensi alius, & postremus per hosce dies, ut supra diximus, videri desiit, qui tamen est idem cum aliis tribus Halleyanis, & habet elementa orbitæ parum admodum immutata, quæ proferemus inferius, ubi de Cometis.

33 Ma-

33 Magnitudo Cometarum incerta est, cum ipsum nucleum solidum nunquam accuratè videre liceat, sed ad summum densiorem ejus atmosphæram instar albicantis nuclei. Atmosphæra autem etiam illa, quæ ad caput pertinet circa ipsum diffusa, multis vicibus superat & ipsorum nucleum, & Terræ diametrum: in Cometa anni 1744 ego ipsius diametrum diametro Terræ triginta etiam vicibus majorem reperi.

34 Hæc pertinent ad motus, & magnitudines, ut sunt in se: dicendum nunc de iis, ut e Terra spectantur. In primis dum nos e Tellure Cælum suspicimus, nec ullum videmus objectorum cælestium terminum, confingimus nobis immensam sphæram Telluri concentricam, & cum ipsa translatam, ad cujus superficiem referimus omnia objecta cælestia, & locum verum geocentricum objecti cælestis dicimus illud ejus punctum, ad quod tendit recta a centro Terræ ducta per ipsum objectum. In hac superficie confingunt Astronomi depictas figuras quasdam plerumque petitas a Veterum mythologia, ad quas pertineant Fixæ, quæ in earum spatia cadant, quæ figuræ dicuntur constellationes, & inter eas sunt illa 12 signa Zodiaci, sive fasciæ cujusdam, quæ hinc & inde ab Ecliptica æque protenditur, & dicuntur Aries, Taurus &c. Ea fascia determinat locum, extra quem Planetæ e Tellure visi nunquam egrediuntur, licet intra eam evagari possint alii magis, alii minus ab Ecliptica discedendo.

35 Bayerus Fixas magis conspicuas, incipiendo a lucidioribus, græcis plerumque litteris designavit, quæ designatio adhuc in usu est, & is Zodiaco 16 gradus latitudinis attribuit. Fixæ, quæ extra ejusmodi constellationum formas apparent in Cælo, dicuntur informes.

36 Locum objecti cælestis geocentricum nobis in superficie Terræ sitis, & cum ipsa translatis tria perturbant: parallaxis, refractio, & Bradleyana luminis aberratio.

37 Sit in fig.4. *C* centrum Terræ; *A* locus Observatoris, cujus punctum verticale *Z* dicitur Zenith, *B* sit objectum quoddam: ducta recta *CBD* usque ad illam immensæ sphæræ superficiem, *D* est ejus locus geocentricus: at recta *AB* ab oculo Spectatoris ducta per ipsum *B* refert illud ad aliud punctum ejus superficiei *E*. Angulus *ABC* dicitur parallaxis, & si sphæra concipiatur immensa, ejus mensura est *DE*. Distantia vera a Zenith est angulus *ZCB*, distantia apparens ex parallaxi est angulus *ZAB*. Circa hanc parallaxim habentur plurima theoremata, quorum usus occurrit sæpe. F.4

38 Parallaxis objectum deprimit in plano verticali removens ipsum a Zenith, & minuens altitudinem ipsius supra horizontem. Cum autem sit, ut distantia *CB* objecti a centro Terræ ad *CA* semidiametrum Terræ, ita sinus *CAB*, vel *ZAB* ad sinum *ABC*, habebitur hujusmodi theorema: *est distantia a centro Terræ ad semidiametrum Terræ, ut sinus distantiæ apparentis a zenith, ad sinum parallaxeos*. Atque hinc facile deducitur, manente distantia, & semidiametro, fore sinum parallaxeos, vel, si ea sit exigua, ipsam parallaxim, uti est sinus distantiæ apparentis a zenith. Inde autem deducitur, ubi objectum existens in *I* appareat in ipso zenith, parallaxim esse nullam: tum eo majorem fore, quo magis distet ab ipso zenith locus visus, & existente objecto in ipso horizonte *AFH* in F, parallaxim ejusmodi horizontalem fore maximam. In eo autem casu ob angulum

 CAF

CAF rectum, theorema evadet hujusmodi: *Distantia objecti a centro Terræ ad semidiametrum ipsius Terræ est, ut radius ad sinum parallaxeos*: ac per superiora theoremata patet determinata quavis parallaxi, inveniri horizontalem, inventa hac, & data semidiametro Terræ, inveniri distantiam: parallaxim quamcumque exteris paribus in superficie Terræ non sphærica fore, uti est semidiameter Terræ pertinens ad locum Observatoris.

39 Si radius lucis recta deveniret ad oculum quiescentem in *A*, sola parallaxis turbaret locum geocentricum; at ipse radius *BA* rectus non advenit, sed prope superficiem Terræ invenit atmosphæram terrestrem, a qua incurvatur, & oculus quiescens æstimat directionem loci objecti a directio-

F.5 ne postrema radii in ipsum oculum incurrentis. Exprimat in fig. 5 *MIN* atmosphæram terrestrem. Radius, qui ex objecto *B* advenit ad oculum *A*, percurrit usque ad summitatem atmosphæræ ipsius rectam lineam *BI*, tum perpetuo densiora atmosphæræ strata inveniens incurvat motum suum accedendo perpetuo ad perpendiculum per curvam *IA*. Si *AL* sit recta tangens ejusmodi curvam in *A*, oculus quiescens objectum videt directione *AL*, & angulus *LAB* est error ortus a refractione.

40 Porro patet, refractionem elevare objectum in plano verticali, adeoque præstare effectum parallaxi contrarium. Jam constat apud Astronomos refractionem omnium Planetarum, Cometarum, Fixarum eandem esse, eadem apparenti altitudine, pari atmosphæræ constitutione, nisi quod puncto *B* recedente in recta *IB*, recta *AB* inclinatur tantillo magis, manente *AL*, sed refractio eo modo definita evadit major; at ob exiguam inclinationem, & distantiam rectarum *IB*, *AB*, & ingentem omnium cælestium objectorum distantiam id discrimen nusquam sub sensum cadit. Itidem constat, refractionem haberi ubique, etiam in minimis distantiis a zenith: in iis est admodum regularis, & uniformis, ac constans ad sensum, & usque ad 42 gradus distantiæ a zenith uno minuto minor, vix ullam a mutatione atmosphæræ sensibilem mutationem patitur. In primis 6 gradibus distantiæ a zenith æquabiliter crescit usque ad 7 secunda, quæ debentur distantiæ graduum 6; nec ibi ullam sensibilem mutationem patitur a mutatione ipsa atmosphæræ. Prope ipsum horizontem plurimum incerta est, & varia, ac ultra semiminutum protenditur; ubi idcirco perquam exigui usus sunt observationes pleræque. Habemus autem recens editam a Caillio tabellam refractionum adjiciendam ejus fundamentis Astronomiæ, in qua pro varia altitudine mercurii in barometro, & vario gradu caloris in thermometro Reaumuriano assignatur pars proportionalis, qua refractio assignata in tabella augeri debet, vel minui; sed ea correctio refractiones penitus exactas non reddet, nisi in minoribus distantiis a zenith, ubi exiguæ sunt refractiones ipsæ, & proinde correctiones exiguæ.

41 Directio postrema radii subeuntis oculum determinat locum visum objecti, si oculus quiescat: at si oculus moveatur, propagatio luminis successiva jam dudum ab Astronomis deprehensa combinata cum ipso oculi motu,

F.6 erroneam visionem reddit. Feratur in fig. 6 radius ad *A* directione *LPA*, dum oculus fertur per *BAC*, & sit *BA* ad *AP*, uti est celeritas oculi ad celeritatem luminis: si tubulus *BP*, simul cum oculo transferatur in *AQ*, particula luminis ingressa medium tubulum in *P*, semper erit in axe ipsius tubuli

buli promoti, & ad oculum deveniet in *A* egressa ex ipso medio tubuli axe. Spectator autem æstimabit positionem objecti ex directione tubuli per *AQO*, pro *APL*. Distantia directionis veræ radii a directione visa erit angulus *LAO*, qui dicitur aberratio luminis. Patet eam fieri in plano motus oculi, & radii in eam plagam, in quam oculus tendit: erit autem ut *AP* ad *PQ* æqualem *AB* ita sinus anguli *AQP* æqualis angulo *QAC* ad sinum aberrationis *QAP*. Nimirum *ut celeritas radii ad celeritatem oculi, ita sinus anguli, quem directio apparens objecti continet cum via radii, ad sinum aberrationis*.

42 Immensa luminis celeritas illud efficit, ut ea aberratio in motibus, quibus nos in superficie Terræ mutamus locum, sit ad sensum prorsus nulla. At celeritas motus annui Terræ circa Solem tanta est, ut sensibilem aberrationem pariat. Ubi angulus ille *CAO* est rectus, ea aberratio ad 20 secunda pertingit; atque inde pendet primus e binis Fixarum motibus apparentibus a Bradleyo detectis, qui hanc ejus theoriam prodidit cum phænomenis consentientem mirum in modum. Is autem & Fixas, & Planetas afficit omnes.

43 Ex propagatione successiva luminis, & illud oritur, quod locus objecti cælestis correctus etiam per parallaxim, refractionem, aberrationem luminis, non sit locus ipsi debitus momento temporis, quo ipsum oculus videt, sed momento temporis, quo ab objecto prodiit radius. Inde alia correctio oritur loci visi necessaria pro iis objectis, quæ moventur celeritate habente aliquam rationem sensibilem ad celeritatem luminis. In stellis Fixis ea correctio nulla est, licet ab iis lumen, quod a Sole huc devenit post horæ semiquadrantem, deveniat inde post plures annos, & ab earum nonnullis, ut ego quidem arbitror, post plura annorum millia; nam eundem occupant locum, cum lumen ad oculum appellit, quem occupabant, cum ab iis discessit. Illud autem notatu dignum, aberrationem, quæ inde oritur in loco viso objectorum, quæ in superficie Terræ cernimus, semper ad sensum accurate compensari a priore illa Bradleyana luminis aberratione, uti demonstravi jam olim in mea dissertatione de annuis Fixarum aberrationibus; qui quidem errores & in Luna fere penitus se mutuo destruunt. In motibus quos habent objecta terrestria respectu superficiei Terræ ob exiguam eorum velocitatem, hæc secunda aberratio est ad sensum nulla.

44 Hæc pertinent ad errorem admissum in determinando loco geocentrico objecti a parallaxi, a refractione, a propagatione successiva luminis combinata cum motu vel oculi, vel objecti: iis correctis habetur locus verus geocentricus objecti in illa immensa sphæra, quam nobis confinximus. Ex mutatione hujus loci oritur is, quem dicimus apparentem objecti cælestis motum: ea mutatio haberi potest, vel ex motu objecti, vel ex motu Terræ, vel ex motu utriusque simul composito. Motus apparens proveniens etiam ex vero motu objecti diversus est ab ipso. Si objectum illud recta tendat ad Terram, vel ab illa recedat, & ipsa etiam quiescat, motus apparens erit nullus. Angulus, quem faciunt rectæ tendentes ad bina loca ejusdem objecti, sive arcus, quem in superficie illius sphæræ percurrit objecti locus, exhibet ejus apparentem motum.

45 Quoniam Terra multos habet motus, quorum præcipuos exposuimus, omnes

omnes ii inducunt motum in Fixas, Planetas, Cometas. Omnium maximus, & maxime notabilis est is, qui oritur a motu diurno Terræ. Eo motu movetur Terra in Orientem circa proprium axem tempore horarum 23, 56', 4''. Hinc omnia extra Tellurem sita apparente motu contrario translata ab Oriente in Occidentem circa eundem axem continuatum usque ad illius immensæ sphæræ superficiem, qui axis cum sit inclinatus ad planum Eclipticæ, astra omnia diurno motu apparente translata ab Oriente in Occidentem in circulis inter se parallelis, sed inclinatis ad planum Eclipticæ. Inde omnes fere circuli sphæræ armillaris ortum ducunt, quos in primis confingimus in illa cælesti superficie, ut effectum hujus diurni motus exponamus. Poli Æquatoris sunt ibi, ubi is axis ad illam superficiem terminatur, Æquator ab utroque polo æque distans est circulus maximus, qui Eclipticam secat in duobus punctis, quorum alterum appellatur sectio autumnalis, alterum sectio verna, & ab hac cælestium motuum initium desumi solet, ut & Zodiaci rationalis initium, adeoque ibidem est principium Arietis rationale. Is autem circulus ad Eclipticam inclinatur nunc quidem in angulo graduum proxime $23 \frac{1}{2}$

46 Consectaria hujus diurni astrorum motus traduntur, ubi de sphæra armillari agitur: hic notanda quædam, quæ ad ipsum pertinet. Hic motus censetur prorsus æquabilis, & est ad sensum saltem intra eundem annum, & exiguum annorum numerum; nam fieri posset, ut longo sæculorum cursu mutaret celeritatem etiam, ut alias plures mutationes subit. Axis, circa quem is motus fit respectu Terræ, intra eundem annum, & intra paucos annos nullam mutationem subit, quæ sensu percipi possit, ut idcirco poli, & meridiani terrestres, qui per ipsos ducuntur, nullam respectu superficiei Telluris mutationem patiantur. An etiam post longam annorum, & potissimum sæculorum seriem, mutationem nullam patiatur ea positio terrestris axis, nondum ex observationibus satis certo constat. Pyramides Ægyptiacæ, quarum latera etiam nunc post terna circiter annorum millia meridianæ lineæ directionem accuratè servant, suadent positionem eo temporis intervallo conservatam potius, quam casu quodam accuratè restitutam; meridiana autem Tychonis linea, quæ Uranoburgi inventa est a vera positione pluribus minutis aberrans, oppositum indicat. Sed, si Astronomia sequentibus sæculis æque exculta fuerit, ac nunc excolitur, id maxime patebit ex accurata determinatione altitudinum poli, quas nunc intra pauca secunda obtinemus. Eas enim mutari necesse est, si poli terrestres in superficie Terræ locum mutent, adeoque ab aliis locis recedant accedentes ad alia.

47 Plures tamen mutationes sensibiles inventæ sunt in iis, quæ pertinent ad diurnum motum. Ejus axis, qui respectu Terræ idem manet saltem eodem anno, & exiguo annorum intervallo, Tellure translata non progreditur motu uniformi, sed inclinatione ad planum Eclipticæ satis proxime servata, convertitur circa ipsius Eclipticæ axem; ex qua conversione illud fit, ut poli Æquatoris circa polos Eclipticæ respectu Fixarum describant circulum ad distantiam graduum $23 \frac{1}{2}$ circiter, unde fit, ut & puncta æquinoctialia, in quibus æquator eclipticam secat, regrediantur in Occidentem contra signorum ordinem. Hinc eo motu fit, ut omnia objecta cælestia motum habeant nobis apparentem per circulos Eclipticæ parallelos in Orientem, & aliæ Fixæ post alias ad polos Æquatoris accedant, ac ad sectionem

ctionem vernam appellat Terra, & æquinoctium vernum celebret ante, quam integram conversionem absolvat. Idcirco is motus dicitur *Præcessio æquinoctiorum*.

48 Eo motu factum est, ut signa Zodiaci apparentis distinguantur a signis Zodiaci rationalis. Divisio Zodiaci rationalis incipit ab ipsa sectione verna, & totum circulum partitur in duodecim partes æquales, quæ dicuntur Aries, Taurus &c. In iis olim erant stellæ, quæ pertinent ad constellationem Arietis, Tauri &c. Sed nunc ita progressæ sunt post annorum circiter duo millia, ut in Tauro rationali jam sit is apparens Aries, Taurus in Geminis, & ita porro. Duobus circiter annorum millibus per unius rationalis signi spatium progressa sunt signa apparentia, quia is motus est lentissimus. Singulis annis eo motu percurruntur secunda 50 $\frac{1}{3}$, adeoque is non absolvitur, nisi post annorum fere 26 millia; & eo singula astra promoventur in Orientem respectu principii Arietis, quo nomine intelligi semper solet ab Astronomis principium Arietis rationalis, sive illa mobilis verna sectio, per secunda 50 $\frac{1}{3}$ in longitudinem, latitudine nihil mutata.

49 Porro is motus, qui olim ab Astronomis credebatur æquabilis, inæqualitates habet quasdam, ut & inclinatio axis Æquatoris ad planum Eclipticæ variatur nonnihil, & ex utraque variatione simul oritur motus, quem dicunt Astronomi nutationem axis, quem itidem motum, ejusque leges invenit Bradleyus. Is absolvitur spatio fere 19 annorum, nimirum eodem tempore, quo Lunæ nodi respectu principii Arietis unam conversionem absolvunt; nimirum post annos 18, dies 224, horas 5, 5', 35''. Concipitur quidam locus medius poli Æquatoris, qui lentissimo illo motu circulum describat circa polum Eclipticæ: circa eum locum medium Bradleyus concepit circellum, cujus semidiameter secundorum 9, per quem ita ferretur locus verus, ut semper occuparet ejus punctum per gradus 90 orientalius eo puncto, quod nodus ascendens Lunæ occupat in Ecliptica. Observationes accuratiores ostenderunt postea, phænomenis magis consentire ellipsim, cujus axis major secundorum 18 sit is, qui ad polum Eclipticæ dirigitur, jacens in coluro solstitiorum, alter vero axis sit aliquanto minor. D'Alambertus eum ex gravitatis theoria deduxit secundorum fere 14, in quo & cum Eulero consensit.

50 An hic ipse medius poli locus eandem semper distantiam servet a polo Eclipticæ, & cujusmodi mutationes subeat ea distantia, nondum satis compertum est apud Astronomos. Eques de Louville censuit eam distantiam, & proinde inclinationem Æquatoris ad Eclipticam imminui singulis sæculis per singula minuta prima. Caillius illam ponit pro an.1750 ineunte gr.23, 28', 19'', & singulis annis putat imminui per $\frac{44}{100}$ unius secundi. Exigua est sane mutatio pro exiguo annorum numero, & rem accuratius determinabit posteritas.

51 Hi motus omnes oriuntur ex mutatione parallelismi, quem Tellus in motu suo, quo ejus centrum progreditur, non accurate servat. Ex ipsa translatione centri oriuntur alii motus apparentes in Planetis, & Cometis. Censuerunt Astronomi nonnulli superiore sæculo, & initio hujus, oriri ex translatione annua Telluris circa Solem correctis etiam mutationibus loci inductis a mutatione parallelismi, motum quendam exiguum in Fixis, quem appel-

appellarunt annuam Fixarum parallaxim. Sed jam constat ejusmodi parallaxim Fixarum ob immanem illarum distantiam esse minorem, quam ut ullo sensu percipi possit. Loca Fixarum deducta per solos motus superius expositos jam intra unum, vel alterum secundum cum observationibus ita congruunt, ut satis certo constet nullis aliis motibus generaliter Fixas affici, & proinde nullam esse ad sensum annuam illam parallaxim.

52 Ex motu Terræ circa Solem annuo oritur in primis annuus apparens motus Solis. Ejus locus geocentricus est semper prorsus oppositus nostro loco heliocentrico, sive loco, quem Terra occupat e Sole visa. Hinc ut annuo motu hic locus mutatur, ita pariter mutatur & ille, ac Sol nobis apparet describere ellipsim æqualem illi, quam Terra describit circa Solem, positam situ contrario illi, quem occupat ellipsis descripta a Terra circa Solem.

53 Elementa ejus theoriæ aliquanto accuratiora, quam quæ num. 23 proposuimus, exhibet Caillius ex accuratioribus observationibus, & calculis a num. 481. Ponit ejus conversionem annuam periodicam respectu Fixarum fieri diebus 365, horis 6, 8', 58'': Conversionem anomalisticam, qua regreditur ad eandem positionem respectu Apogæi, & quæ (ob motum ipsius Apogæi, exiguum quidem, sed non nullum in Orientem nimirum secundorum proxime 17 in singulos annos) est tantillo longior, dierum 365, hor. 6, 16', 0'': Conversionem tropicam, qua nimirum Sol regreditur ad idem punctum Eclipticæ computatum ab initio Arietis, ut ad eundem Tropicum, vel ad Æquatorem, quæ ob regressum annuum punctorum æquinoctialium, est aliquanto brevior conversione periodica, dierum 365, hor. 5, 48', 23'': æquationem maximam ponit gr. 1, 55', 36'' $\frac{1}{2}$, & inde eccentricitatem 16814 in partibus, quarum semiaxis major continet 1000000: appulsum autem ad Apogæum invenit pro tempore medio Parisiensis meridiani ex suis observationibus habitis ad caput Bonæ Spei anno 1751, Junii die 30 hor. 11, 40', 52'', existente Apogæo in sig. 3, gr. 8, 39', 12''; quod simul, & loci medii, & Apogæi Epocham exhibet.

54 Ob hanc annuam translationem Terræ, & motum Solis progredientis per Eclipticam inde ortum fit illud, ut dies considerati ab altero appulsu Solis ad meridianum ad alterum appulsum longiores sint conversione diurna tanto intervallo, quantum requiritur, ut interea sub meridiano transeat is arcus Eclipticæ, quem Sol eo die descripsit: qui quidem arcus, cum ob inæqualitatem motus terrestris, vel solaris sit alio anni tempore alius, & præterea non eandem positionem habeat semper ad æquatorem, dies computati per illos appulsus Solis inæquales sunt; unde oritur discrimen inter tempus inæquale, quod appellant Astronomi verum, vel apparens, & tempus æquabile, quod concipiunt, & medium vocant: Hinc divisa die media in horas 24, Fixarum diurna conversio orta e rotatione æquali Terræ est hor. 23, 56', 4''.

55 Ex hac eadem translatione Terræ circa Solem fit, ut motus Cometarum, & Planetarum appareant nobis admodum irregulares, & Planetæ quidem jam directi, jam ad sensum stationarii, jam retrogradi, licet revera sint omnes semper directi, & circa Solem in Orientem ferantur. Pendet id a com-

a combinatione motus apparentis, qui resultat ab eorum translatione circa Solem, & motu, qui resultat a translatione Telluris circa ipsum Solem; ac idcirco Astronomi ad inveniendum eorum locum geocentricum ex ipsorum theoria, prius determinant locum heliocentricum tam Planetæ, quam Terræ, & utriusque distantiam a Sole, tum considerato triangulo, quod terminatur in Sole, Planeta, ac Terra, ex dato angulo ad Solem, & binis lateribus, inveniunt angulum ad Terram, & distantiam a Terra, ex quibus prodit ipsius Planetæ locus respectu Terræ.

56 Hoc motu Luna comitatur Terram circa Solem, qui proinde quantum cum ipso motu Terræ conspirat, in Luna non deprehenditur: at motus, quem Luna, & Terra circa communem gravitatis centrum habent menstruum, totus a nobis Lunæ tribuitur, tanquam si Terra quiescente ipsa Luna circa Terram converteretur in ellipsi habente focum in ipsa Terra. Elementa præcipua hujusce motus proposui supra num.28, hic addendæ duæ aliæ conversiones, quæ in ea considerari possunt, quarum altera est tropica, sive respectu principii Arietis regredientis, dierum 27, hor. 7, 43', 12'', altera synodica respectu Solis, qua ad conjunctionem, vel oppositionem redit cum Sole, sive ad Novilunium, vel Plenilunium, est dierum 29 hor.12, 44', 3'', quæ quidem periodi sunt mediæ, nam eædem ob inæqualitatem motuum lunarium sunt admodum inæquales; & de pluribus Lunæ inæqualitatibus dicemus aliquid inferius, ubi de ejus theoria.

57 Hic motus Terræ circa commune centrum gravitatis cum Luna inducit motum apparentem paucorum admodum secundorum in Solem, & viciniores Planetas. Ejus rationem jam incipiunt habere Astronomi, & in tabulis ad theoriam Solis pertinentibus, quas Caillius edidit addendas suis Astronomiæ fundamentis, adjecit tabellam eo etiam pertinentem, ut & aberrationes motus Solis oriundos ab actione Jovis, & Veneris in ipsum, & Tellurem. Sed hæc singillatim persequi non vacat.

58 Ex iis, quæ dicta sunt, constat Fixas habere 4 illos motus apparentes, de quibus egimus in adnoratione ad versum 322, motum diurnum, de quo hic num.45, motum præcessionis, de quo hic num.48, motum nutationis axis, de quo hic num.49, & motum ex aberratione luminis, de quo hic num.41. Constat itidem, quos motus habeant, & quas distantias Planetæ, & Cometæ, de quibus egimus in adnotationibus pluribus, ut ad vers. 330, 354, 363: expositæ sunt etiam Keplerianæ leges a num.14, de quibus egimus in adnotatione ad vers.415, 443, 514, 597. Innuimus etiam inæquales esse Lunæ motus, & adhuc in Planetis aberrationes quasdam superesse, postea quam omnium expositorum motuum ratio est habita, quarum pleræque nondum ad certas leges redactæ sunt, ut nec omnes inæqualitates lunares, licet harum plures sint jam satis cognitæ, & in tabulas astronomicas redactæ, de quibus egimus in adnotatione ad vers. 608.

59 Nunc de distantiis, & magnitudinibus astrorum apparentibus dicendum aliquid. Distantia apparens binorum astrorum est arcus circuli maximi ejus immensæ sphæræ, ad quam ea referimus, qui interjacet inter bina loca in eadem superficie ab ipsis occupata, quem determinant binæ rectæ a centro Terræ ductæ per bina eorum centra; & idcirco Fixarum distantias a se invicem metimur gradibus, & minutis.

60 Se-

60 Semidiameter apparens astri dicitur angulus, quem continent in oculo binæ rectæ, quarum altera tendat ad centrum astri, altera ejus superficiem contingat; ut in fig.6, si oculus sit in C, angulus FCD dicitur semidiameter apparens, quia is determinat arcum AG circuli immensæ illius sphæræ, quem occupat semidiameter vera FD spectata ex ipsius sphæræ centro C. Diameter autem apparens est EG dupla ipsius AG.

61 Cum angulus CDF sit rectus, facile patet, fore CF ad FD, ut est radius ad sinum anguli FCD. Quare habetur hujusmodi theorema: *Est radius ad sinum semidiametri apparentis, ut est distantia vera astri ab Observatore ad semidiametrum veram*. Inde autem deducitur fore sinum semidiametri apparentis, vel, si exigua sit, ipsam semidiametrum, ac diametrum, directè, ut est semidiameter vera, & reciprocè, ut distantia conjunctim; & in eodem astro, in quo diameter vera est semper eadem, fore sinum semidiametri apparentis, vel ipsam semidiametrum, aut diametrum in sola ratione reciproca distantiarum. Datis autem binis ex illis tribus, diametro vera, diametro apparente, & distantia, invenitur statim tertium ope expositi theorematis.

62 Notandum & illud, parallaxim horizontalem astri nihil esse aliud, nisi semidiametrum apparentem Telluris spectatæ e centro illius astri, quod patet in fig.4, in qua parallaxis horizontalis astri F est angulus AFC, quem continet recta FC tendens ad centrum Terræ cum recta FA tangente ejus superficiem. Est autem in fig.4 AF, in fig.6 CF distantia oculi a centro astri, & ea assumpta pro radio est ibi semidiameter Terræ AC tangens parallaxeos horizontalis, hic semidiameter astri FD sinus semidiametri apparentis. Quare habetur hujusmodi theorema: *Est semidiameter Terræ ad semidiametrum veram astri, vel diameter ad diametrum, ut tangens parallaxeos horizontalis ad sinum semidiametri apparentis, vel, ubi ii anguli sint satis exigui, ut ea parallaxis ad semidiametrum apparentem*, ac idcirco hæc ultima ratio est proximè constans in omnibus Planetis, in quibus nimirum ii anguli exigui sunt.

63 Hoc est quoddam breve specimen theoriæ corporum cælestium, ad quam demum alicubi fermè accuratè, ut in Fixis, & in Planetis pluribus, ac Cometis, alicubi satis proximè cum observationibus consentientem devenimus post longum tot sæculorum laborem, & ambages admodum implexas. Porro in eo, quod pertinet ad observationes, instrumenta, & methodi, quæ hodie adhibentur ad incredibilem itidem subtilitatem devenerunt, ut idcirco exigui etiam dissensus theoriæ ab observationibus tuto deprehendi possint. Veterum & instrumenta, & methodi erant admodum crassa, quæ observationum ruditas, atque crassities diu etiam post restauratam sæculo XV Astronomiam perduravit ita, ut plures Astronomi tum demum sibi multum profecisse viderentur, cum errores observationum infra sextantes graduum deprimerent. Nunc autem ad secunda minuta devenitur, & multa ex iis, quæ immediatè exhibentur ab instrumentis, intra unum, vel alterum secundum satis certo determinantur.

64 Hujusmodi instrumenta sunt in primis horologium oscillatorium, & telescopium. Telescopio additur micrometrum ad exiguas apparentes distantias, & ad apparentes diametros determinandas, sive id sit internum, con-

constans filis tenuissimis vel fixis rite dispositis, vel mobilibus in foco objectivæ lentis, sive externum constans cochlea totum telescopium promovente, sive id, quod nuper inventum dicitur objectivum micrometrum, & constat objectiva lente bifariam secta partibus ita a se invicem diductis, ut binas cujusvis objecti imagines exhibeat, quarum distantiam distantia partium ipsarum promotarum determinet. Telescopium autem ipsum additum quadrantibus, atque sectoribus, dioptris, & pinnulis antea adhiberi solitis successit cum incredibili lucro ob tanto majorem distinctionem, & auctam objectorum apparentem diametrum, atque id vel unicum uni lateri affixum cum filo penduli suspensi e centro altitudines apparentes supra horizontem definit, vel duplex, alterum fixum, alterum mobile circa quadrantis centrum angulos exhibet, sive apparentes distantias, quæ multo facilius, & accuratius definiuntur per recentissimum itidem instrumentum, quod quadrantem reflexionis appellant, in quo per unicum telescopium collimatur simul in bina objecta, quorum distantia apparens quæritur, in alterum quidem per radios directos, in alterum vero per radios reflexos a speculo ritè disposito. Telescopio autem immoto, vel in gyrum ducto per quadrantem muro meridiano affixum, & horologio adhibito, determinatur tempus, quod intercedit inter binos appulsus binorum astrorum ad filum ritè in ipso telescopio dispositum, & per ipsum quanto alterius locus alterius loco orientalius sit, quin ex differentia temporis effluentis inter appulsus ad diversa micrometri fila ritè itidem disposita deducitur etiam, quantum alterum altero borealius sit, & respectiva astrorum omnium positio ad se invicem definitur.

65 Hic jam indicandum illud, quo ordine eo deventum sit, & per quas ambages, errorresque. Motus diurnus omnium corporum cælestium primus innotuit, ut & discrimen inter Fixas mutuam positionem servantes, ac Planetas libere evagantes. & quidem motus diurnus ipse habitus est pro accuratè æquabili; at diu ignoratum illud, quantum loca, quæ inde eruuntur, mutentur per diurnam parallaxim, & refractionem. Ex motu diurno plures eruuntur methodi pro determinando effectu conjuncto utriusque, quarum altera deprimit, altera attollit, uti diximus, objecta visa; sed ne hæ quidem erant satis exactæ ante inventum horologium oscillatorium, quod exhiberet accuratam mensuram temporis. Hinc diutissimè circa effectum etiam conjunctum erratum est, & multo magis in dividendo alterius effectu ab altera; ac refractio quidem diu neglecta penitus ab Astronomis, diu per erroneas theorias ex paucis observationibus quæsita. Tycho primus de refractionibus determinandis cogitavit; sed idem eas, & fere omnes ejus ætatis, ac plurimi etiam posteriores, & ipse Ricciolius censuerunt alias esse pro Fixis, alias pro Planetis aliis, quas deinde deprehensum est, & ex theoria, & ex observationum consensu debere esse ferè accuratè communes omnibus cælestibus corporibus in eadem apparenti altitudine: easdem diu creditum fieri in sola suprema superficie atmosphæræ, & ultra quadragesimum quintum altitudinis gradum nullas esse: exculta paullatim theoria ipsa refractionum repetitarum a suis causis, & cum observationibus comparata, demum innotuit incurvari perpetuo radium, & refractiones usque ad zenith haberi ubique.

66 Parallaxim ab effectu conjuncto ingentem in Planetis, adhuc satis magnam in ipsis Fixis detrahendam censuerunt ab effectu conjuncto utriusque, cum

cum multo minorem distantiam censerent astrorum a Terra, quam deinde inventa sit: & quidem nonnulli superioris sæculi Astronomi etiam uno minuto majorem Fixarum parallaxim censuerunt, Tycho vero ipse 15 secundorum, quam quidem Ricciolus ad secundum unicum depressit, qui tamen adhuc ingens discrimen admisit inter refractiones Planetarum diversorum, ac Fixarum. Postea quam tum alia argumenta, tum aberratio illa luminis adeo cum phœnomenis consentiens Terram circumduxit circa Solem, loca Fixarum computata per illos 4 motus, quos num. 58 recensuimus, cum observatis intra unum etiam, vel alterum secundum conformia demonstrarunt orbis annui parallaxim pro Fixis non esse uno secundo majorem; adeoque diurnam parallaxim in immensum adhuc uno secundo minorem esse.

67 Igitur definito demum post multa tentamina, refractiones astris omnibus communes esse, parallaxim diurnam Fixarum esse nullam, assumptoque diurno motu ut æquabili saltem intra eundem diem, refractionum tabulæ ex observationibus deductæ sunt, computata altitudine debita horis datis, & collatæ cum theoria petita a constitutione atmosphæræ, & generali natura refractionis luminis, ac per eam expolitæ, exhibuerunt refractiones ipsas pro omnibus cælestibus corporibus, satis jam tutas saltem supra quadragesimum quintum altitudinis gradum, per quas corrigantur observata loca. Ea vero & parallaxibus investigandis per immediatas observationes locum reliquerunt.

68 Verum ad investigandas parallaxes Planetarum viam stravit vel ipsa sola æqualitas refractionum pertinentium ad Fixas, & ad Planetas, ac immensa distantia Fixarum parallaxi carentium; comparando enim locum Planetæ visi simul e duobus Terræ locis satis remotis cum Fixa quapiam ipsius loco apparenti proxima, differentia distantiarum ab eadem parallaxim exhibet, nullo ad refractiones respectu habito, quæ eundem effectum præstant in loco Fixæ, & Planetæ. Joannes autem Dominicus Cassinus methodum tradidit determinandi parallaxim ex observationibus in eodem loco habitis Planetæ cum eadem Fixa comparati bis prope horizontem, & circa meridianum, comparando utrobique ejus locum cum loco Fixæ, quæ quidem methodus post inventum micrometrum objectivum multo majoris usus esse potest.

69 Parallaxi determinata facile deducitur distantia a Terra ope theorematum expositorum num. 38; determinata autem distantia, & loco viso, sive directione, in qua objectum jacet, determinatur verus locus, ac per plura ejusmodi vera loca definita progredi licet ad motus ipsos veros determinandos. Determinata autem diametro apparente præter distantiam, vera etiam magnitudo definitur per theoremata num. 61. Diametrorum vero apparentium ratio saltem rationem distantiarum exhibet ab Observatore juxta num. 61, ex qua, & loco viso in orbium species inquiri possit.

70 Verum parallaxis ita exigua in Planetis omnibus præter Lunam inventa est, ut ea ad mutationes distantiarum definiendas, & formam orbium nulli usui esse possit, quæ quidem etiam pro lunari orbe definiendo non multum conducit, nisi bini Observatores simul in ingenti distantia satis diu multas contemporaneas observationes inire possint, nam ipsa Cassini methodus, ac aliæ ad parallaxim definiendam excogitatæ ab inæqualibus Lunæ moti-

montibus plurimum perturbantur. Veteres autem ne hasce quidem pro Planetis methodos habuerunt parallaxeos investigandæ. Quæsierunt diu Solis parallaxim per eclipsium theoriam, ex magnitudine umbræ terrestris in Luna, quæ ob ejusdem parallaxeos nimis exiguam quantitatem, & ob plurima admodum incerta, quæ assumenda iis erant ad eandem umbram determinandam, prodivit semper mirum in modum erronea. Constat nunc demum methodo, quam infra indicabimus, parallaxim horizontalem Solis non esse nisi secundorum $10.\frac{1}{2}$, quam ipse & Tycho, & Copernicus in distantia media tribus minutis primis majorem esse censuerunt.

71 Cum Planetarum parallaxes ignorarint Astronomi vetustiores, eorum distantias quoque a Terra ignorarint, necesse est. Lunæ quidem distantiam a Terra minus erroneam prodiderunt ob parallaxim ipsius aliquando etiam uno gradu majorem. Quoniam ex parallaxi eruitur juxta num. 38 ratio distantiæ astri ad semidiametrum Terræ, patet, quo pacto a mensura diametri terrestris potuerint Astronomi assurgere ad determinandam distantiam Lunæ a Terra, quod hic illustrandum reliquimus in adnotatione ad vers. 100; quanquam etiam idem ope diametrorum apparentium fieri potest, methodo, quam in adnotatione ad versum 157 reliquimus itidem hic illustrandam, & exponemus paulo inferius; quo autem pacto ipsam diametrum Telluris invenerint, quod ibidem est propositum, patebit in supplementis ad lib. 5, ubi fusius agitur de figura, & magnitudine Telluris. Parallaxim Lunæ horizontalem inveniunt nunc Astronomi in distantia ejus media a Terra circiter minutorum 57, 6'' & factis ut sinus 57', 6'' = 1661 ad radium 100000 ita 1 ad quartum, prodit $60.\frac{340}{1661}$, sive quamproximè $60.\frac{1}{5}$, uti numero 28 posuimus. Porro e vetustissimis, & vetustioribus Astronomis Ptolemeus quidem parallaxim horizontalem mediam in quadraturis posuit immanem minutorum 89, utut in syzygiis tolerabiliorem 58; Tycho utrobique nimiam 60, Copernicus tamen veræ proximam 57, alii alias admodum diversas.

72 Quod ad diametros apparentes pertinet, eas pro Sole, & Luna, ubi majores sunt, utcunque definiebant, quanquam id ipsum determinatione admodum crassa; at pro cæteris astris nulla fuit methodus ante inventa, & exculta telescopia, nec ulla satis accurata ante inventum micrometrum, qua diametri apparentes definiri possent. Fixarum, quas primæ magnitudinis dicimus, diametrum apparentem Tycho censuit unius minuti: easdem Ricciolius ipse telescopio usus ad 18 secunda protendit; at melioribus telescopiis adhibitis, innotuit illam apparentem magnitudinem provenire a solis radiis intra oculum aberrantibus, quo enim longiora, & melioris notæ sunt telescopia, eo magis instar puncti apparere Fixas omnino jam constat, ac pluribus methodis eædem jam infra tertium, ac quartum minutum deprimuntur. Hinc Fixarum magnitudines apparentes non ab apparenti diametro metimur, sed a vi luminis, qua oculos percellunt, a qua itidem pendet, ut majores etiam nudo oculo spectatæ appareant, cum quo vividius est earum lumen, eo ad majorem distantiam a medio aberrantes radii sensu percipiantur. Septem autem magnitudinis hujusce apparentis gradus Astronomi passim

passim distinguunt, & minoris luminis Fixas appellant telescopicas, quod nudorum oculorum aciem effugiant.

73 Planetarum quoque omnium apparentes diametros crassis admodum methodis definitas & Tycho, & omnes integro post Tychonem saculo Astronomi erroneas admodum prodiderunt, quas non nisi ex longissimorum telescopiorum usu aliquanto accuratiores demum habuimus; sed earum usus in desiniendis Planetariorum orbium speciebus, si Solem, ac Lunam demas, nullus esse potest ob ipsam exiguitatem earundem. Ipsis diametris apparentibus innititur methodus illa determinandi distantiam Lunæ a Terra, quam in ea adnotatione ad vers. 147 proposuimus. Si micrometro definiatur diameter Lunæ apparens prope horizontem, tum prope zenith, invenitur sexagesima circiter sui parte major in secundo casu, quam in primo. Hinc Noster deducit, semidiametrum Terræ esse proximè partem sexagesimam distantiæ ipsius Lunæ a Terra. Id demonstratur hoc pacto. Quoniam juxta num. 38 diametri apparentes sunt in ratione reciproca distantiarum, erit in
F.4 fig. 4 AF ad AI proximè ut 60 ad 59: est autem AF satis proximè æqualis CF: nam in triangulo rectangulo, in quo unum latus est admodum exiguum respectu alterius, facile demonstratur differentiam baseos a latere longiore esse perquam exiguam etiam respectu lateris minoris, & CF est proximè æqualis CI, cum Luna distantiam a Terra parum admodum mutet paucarum horarum tempore. Igitur est CI ad AI, ut 60 ad 59, & CA pars sexagesima distantiæ CI.

74 Ut hæc methodus reddatur accurata, oportet determinare in ipso horizonte diametrum horizontalem, non verticalem: nam hanc differentia refractionis in summa, & in ima diametri parte multo breviorem reddit, ut idcirco & Sol, & Luna prope horizontem appareat plerumque ovalis, diametro nimirum verticali multum imminuta, diametro vero horizontali manente ad sensum eadem. Præterea cum distantia mutetur nonnihil, oportet iterum sequenti die diametrum Lunæ prope horizontem metiri, & factis, ut totum tempus inter primam, & tertiam observationem ad tempus inter primam, & secundam, ita differentia inventa inter primam, & tertiam diametrum ad correctionem adhibendam secundæ, ut habeatur illa, quæ haberetur, si nulla mutatio ex distantia mutata adfuisset; nam intra unum diem & distantia a centro, & diameter apparens ei distantiæ debita, mutantur ad sensum æquabiliter; & ad sensum æquabilis mutatio inde inducitur in diametrum visam ex A. Eadem autem simili pacto definiri etiam accuratius correctio posset, si tertia observatio post minus temporis intervallum fieret Luna ad horizontem accedente iterum in occasu. Demum facta $CF = CI = x$, $CA = 1$, fieret $AI = 1 - x$, & $AF = \sqrt{xx - 1}$. Positis autem diametris observatis m, & n, esset $n . m :: \sqrt{xx - 1} . 1 - x$, & $nn . mm :: xx - 1 . 1 - 2x + xx$, unde æquatio proveniret secundi gradus exhibens accuratius valorem quæsitum.

75 Quod si in binis quibusvis altitudinibus apparentibus supra horizontem proximè definitis, definirentur accuratè diametri apparentes, & posterior ex iis superiore methodo corrigeretur a mutatione, quam interea inducit mutatio distantiæ a centro; haberi posset distantia hoc pacto. Dicatur

tur AB in prima observatione x, erit eadem in secunda $\frac{mx}{n}$. Dicatur cosinus distantiæ a zenith, sive anguli IAB in prima a, in secunda B, & concipiatur BL perpendicularis in CI, & erit AL in primo casu $= ax$, in secundo $\frac{bmx}{n}$. Est autem $CB^2 = CA^2 + AB_2 + 2CA \times AL$, Quare posito $CA = 1$, erit CB^2 in primo casu $= 1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$, & in secundo $= 1 + \frac{m2x^2}{n^2} + \frac{2bmx}{n}$, quibus valoribus æquatis, divisione instituta per x, & transpositione facta habetur $x - \frac{m^2x}{n^2} = \frac{2bm}{n} - \frac{2am}{n}$, adeoque $x = \frac{2mn}{n^2 - m^2} \times (b-a)$, quo valore invento obtinetur etiam CB per utrumlibet e binis valoribus ejus quadrati, ut $1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$. Verum ad majorem accurationem melius erit observatas altitudines a refractione liberare.

76 Hoc pacto, ex continua diametrorum apparentium observatione facile in singulas Lunæ distantias liceret inquirere, adeoque orbitam respectivam, quam circa Terram describit, ex observationibus immediatè deducere. Eadem autem methodus pro Sole adhiberi non potest, cum in eo semidiameter Terræ respectu distantiæ sit fere nihil, adeoque mutatio diametri apparentis insensibilis. Eadem tamen methodus etiam pro lunari distantia est multo minus accurata, quam methodus parallaxium: Parallaxis enim, quæ tota exhibet distantiam, est minutorum 57 in media distantia, ubi error 2 secundorum inducit in distantiam errorem $\frac{1}{1710}$ totius; at diameter apparens est circiter 32', cujus sexagesima pars est 32 secundorum, adeoque error 2'' inducit in distantiam, a qua pendet, errorem $\frac{1}{16}$ partis centuplo majorem priore illo. Quamobrem distantia aliqua ex observationibus per parallaxim potius invenienda cum diametro apparente, quæ tum illi respondeat, ac deinde distantiæ reliquæ per solam diametri apparentis observationem invenientur per theoremata num. 38, & forma orbis lunaris, ac ejus inæqualitates per distantias, & loca apparentia definientur.

77 In eadem illa adnotatione ad versum 100 diximus, Astronomos a Luna fecisse gradum ad Solem. Id præstiterunt omnes Astronomi usque ad Tychonem ope Eclipsium, sed methodo erroribus obnoxia maxime, ut idcirco vetustissimi quique, ut Ptolemeus, & vetustiores plurimi, ut Tycho, Copernicus, & Galilæus ipse iis posterior, ac alii plerique vix Solem ultra 1000 Terræ semidiametros in altum evexerint, quem ultra 20000 semidiametrorum terrestrium distare jam certo constat. Tycho per dichotomiam Lunæ, sive per eam phasim ipsius, in qua ea videtur semiplena, sive in qua limes inter partem obscuram, & lucidam apparet rectilineus, in eandem distantiam inquisivit sine successu, quam ea methodo diu, & cum omni ea diligentia, quam ipsa methodus patitur, investigavit Ricciolius, & Solem amandavit aliquanto ultra 7000 semidiametrorum terrestrium, quem Vendelinus earundem imprimis ope duplo remotiorem reddidit.

78 En autem ejusdem methodum. Sit in fig. 7 T Terra, S Sol, L Luna F. 7 dichotoma, Oportebit angulum TLS tum esse rectum, nam recta, quæ duci-

ducitur a centro Solis ad centrum Lunæ debet esse perpendicularis plano circuli terminantis illuminationem, assumpta figura Lunæ pro sphærica, & in eo plano debet jacere Terra, ut is terminus appareat rectilineus. Quod si igitur determinetur angulus *LTS*, quem efficiunt rectæ tendentes ad Solem, & Lunam, habebitur in triangulo rectangulo ratio distantiæ *TL* ad *TS*, uti est cosinus ejus anguli *LTS* ad radium, & data distantia *TL* Lunæ a Terra, obtinebitur distantia *TS* Solis a Terra. Angulum autem *LTS* definiebant a differentia temporis inter Lunam dichotomam, & quadraturam Lunæ, in qua Luna appellit ad rectam *TQ* perpendicularem *TS*, eruendo angulum *QTL* ex motu Lunæ debito illi exiguo tempori, qui motus ex tabulis satis proxime eruitur pro exiguo illo tempore, qui angulus est complementum anguli *LTS*.

79 Ea tamen methodus fallax esse debuit ex ipso tempore quadraturæ eruto per tabulas, quæ pro Lunæ motibus satis accuratæ potissimum extra syzygias sero demum sunt habitæ, & ne nunc quidem habentur penitus accuratæ. Ei malo mederi licet determinando quadraturam per ipsam observationem loci Lunæ comparati cum Fixis, sed maxima difficultas superest in definiendo momento dichotomiæ potissimum idcirco, quod Lunæ scabrities undantem exhibet illuminationis limitem. Tempus autem inter dichotomiam, & quadraturam est exiguum, quod nimirum Riciolius censuit unius circiter horæ, unde angulus *QTL*, qui æquatur angulo *S*, & cujus errori est proximè proportionalis error distantiæ, prodit circiter dimidii gradus. Porro longe ultra semihoram incertum est tempus dichotomiæ, quod Ricciolii quoque tempore plures subodorarunt vix a tempore quadraturæ discerni posse, & patet ex ipso errore Riciolii tantam in eo adhibentis industriam; nam eorum temporum discrimen triplo minus deprehenditur ex ea distantia Solis, quam nunc habemus longe accuratioribus methodis definitam per parallaxes. Adhuc tamen ei methodo debemus Solem primo elatum longe ultra nimis humilem sedem ipsi attributam ab ipsis Astronomiæ Restauratoribus ante hæc duo sæcula, & patet, quo pacto a Luna gradus ad Solem sit factus, quod hic Noster expressit.

80 In eadem adnotatione ad versum 100 innuimus cum Nostro a Sole ad cætera cælestia corpora progressum patuisse; id quidem nunc post telescopia inventa pluribus modis utcumque etiam immediatè præstari potest potissimum pro Jove, & Saturno per eorum satellites, pro Venere, & Mercurio, & vero etiam pro Marte per eorum phases.

F.8 81 Sit in fig.8 Sol in *S*, Terra in *T*, Planeta in *P*, & notetur ope horologii tempus, quod satelles impendit a media eclipsi in *A* ad conjunctionem superiorem cum Planeta in *B*, quæ parum ab ea distat, vel viceversa, & tempus integræ revolutionis synodicæ a conjunctione præcedenti ad sequentem. Ex iis deducetur angulus *APB*, habito motu satellitis pro æquabili, adeoque angulus *TPS*, nam recta *SP* producta pergit ad mediam umbram in *A*. Observato igitur angulo ad *T*, qui obtineri potest definiendo per observationem immediatam loco Planetæ, & computato loco Solis, habentur omnes anguli in triangulo *TSP*, adeoque ratio distantiæ *ST* Solis a Terra ad distantiam *SP* Planetæ a Sole, vel *TP* distantiam a Terra.

F.9 82 Pro determinatione per phases, sit in fig.9 Sol in *S*, Terra in *T*,

 cen-

centrum Planetæ in P, *DACB* sectio globi Planetæ per planum *SPT*, & in eo *EPF* perpendicularis ad *SP*, quæ definiet terminum hemisphærii illuminati, *APB* perpendicularis ad *TP*, quæ definiet terminum hemisphærii e Terra visi, ac recta *TEH* abscindet partem diametri *BH*, quam Spectator e *T* videt illuminatam, quæ quidem ob diametrum apparentem nimis exiguam erit ad sensum parallela *TP*, & perpendicularis ad *AB*. Quare si in fig. 10 *AMBN* exhibeat discum apparentem Planetæ, *MHNB* partem ejus illustratam a Sole, *MHNA* obscuram, erit *BH* eadem in utraque figura, & licebit per micrometrum, potissimum objectivam, & aptatam telescopio præbenti ingens objecti augmentum, definire rationem *MN* ad *BH*, adeoque & *PM*, quæ est prioris dimidia, ad *PH* differentiam inter dimidiam priorem, & totam posteriorem. Est autem *PM* figuræ 10 eadem, ac *PE* figuræ 9, & in ipsa fig. 9 *PE* ad *PH*, ut radius ad cosinum anguli *HPE*, qui ob *APC*, *EPG* rectos æquatur angulo *CPG*, sive *TPS*. Determinato igitur, ut prius, etiam angulo *TSP* æquiruntur distantiæ *SP*, *TP* a Sole, & a Terra.

83 Quoniam vero & anguli ad *T*, *S* simul definiuntur, habentur simul etiam positiones Planetæ respectu Terræ, & Solis, & potest ex iis facile innotescere, motum circa Terram esse admodum irregularem, motum autem circa Solem multo magis regularem esse; ac si phasis in hac posteriore methodo, & tempus inter conjunctionem, ac mediam eclipsim satis accuratè definiri possent: orbium forma, & motus in iis accuratè definiretur, sed obstat nimis exigua diametrorum apparentium magnitudo, & in Marte præterea nimis exigua differentia *BH* a tota diametro *BA*, ubi angulus ad *T* non sit quadranti proximus: difficultas autem observandi satis accuratè differentiam temporis in priore methodo inter conjunctionem, & mediam eclipsim una cum exiguitate ejus temporis, potissimum nisi angulus itidem ad *T* parum a quadrante differat, hasce etiam methodos reddit admodum crassas, & tamen iis ipsis caruerunt Veteres omnes, & Recentiores etiam usque ad detecta telescopia, & micrometra.

84 Et vero nulla adest, ne nunc quidem, directa methodus, qua satis accuratè determinari possint per immediatas observationes distantiæ respectivæ Planetarum a Sole & a Terra, ut ex iis, & distantia ipsius Terræ absoluta ab aliquo eorum semel cognita, reliquæ deducantur; sed recurrendum est ad theorias orbitarum, & motuum, quibus & Veteres sunt usi, atque ipsi primi Restauratores Astronomiæ cum successu, ex quibus paullatim excultis, & expolitis, ac perenni consensu cum phænomenis quandam certitudinis vim adeptis, definiantur semper accuratius & distantiæ, & motus.

85 Quod autem pertinet ad theorias ipsas, primo quidem cum Planetas viderent mutare locum respectu Fixarum cum velocitatibus, & directionibus admodum variis, & jam directos, jam stationarios, jam retrogrados, censuerunt Observatores antiquissimi eosdem libero cursu evagari, & nulla certa lege, qua liberet, moveri, quam ipsam ob causam eos appellarunt *Planetas*, sive *Errones*. Tum paullatim accuratiori observatione deprehensum est, & ipsos suis adstrictos legibus esse, inter quas illa ante omnes deprehensa, eosdem non egredi extra fasciam illam, quam Zodiacum appellarunt: notatum est itidem eorum motum plerumque in Orientem di-

 rigi,

rigi, & post certum annorum numerum in aliis alium ad caput redire, retrogradationes autem, & stationes, ac permutationes velocitatum illas tantas, esse anomalias quasdam, pro quibus explicandis plures hypotheses excogitarunt adjectis aliis, postea quam priora non sufficere deprehensum est.

86 At Solem quidem statim apparuit motum habere magis regularem, & & per circulum sphæræ cælestis maximum ferri inclinatum ad æquatorem, atque idcirco easdem Fixas singulis diebus serius ad meridianum pervenire. Initio quidem est creditum, cum motum æquabilem esse; sed tum ex ipsis Fixarum phœnomenis, tum ex eo, quod ab æquinoctio verno ad autumnale plures sint dies, quam ab hoc ad æquinoctium vernum, tum adultiore jam Astronomia ex ipsis locis Solis observatis constitit, cum motum non esse æquabilem circa Terram, ut & ex diametrorum apparentium differentia innotuit distantiam a Terra non esse semper eandem.

F.11 87 Ad hasce inæqualitates explicandas primo quidem excogitati sunt circuli eccentrici. In fig. 11 T est locus Terræ, C centrum eccentrici PSA, in quo TC eccentricitas, P perigeum, A apogeum, S quivis locus Solis. ACS anomalia media posito motu æquabili per circulum ASP, ATS anomalia vera, & idcirco TSC earum anomaliarum differentia, sive æquatio. Ex hac hypothesi observatis aliquot locis veris, quæ respondeant totidem datis temporibus, habentur plures methodi, quibus eorum ope definiatur & positio apogæi, & eccentricitas; & inde obtinentur loca debita pro quovis alio tempore. Sic ex. gr. si inveniantur bina anni tempora, quibus motus e Tellure visus sit æque celer, ut videlicet eidem numero dierum idem numerus graduum, & minutorum respondeat, constat apogæum, vel perigeum esse in medio, adeoque invenitur positio lineæ apsidum AP. Ea inventa, & invento toto tempore periodico per reditum ad eundem locum, invenitur anomalia media pro quovis dato tempore, factis, ut tempus integræ conversionis ad tempus inter appulsum ad aphelium, & tempus datæ observationis, ita gradus 360 ad anomaliam mediam quæsitam. Sit ea ACS. Observato loco astri, & cognito loco apogæi invenitur angulus ATS, nimirum anomalia vera, adeoque & earum differentia, sive æquatio TSC. Inde jam in triangulo STC habetur eccentricitas in partibus radii eccentrici, cum sit eccentricitas CT ad eum radium CS, ut est sinus æquationis TSC ad sinum anomaliæ mediæ STC. Inventa autem semel eccentricitate, jam habetur pro quovis alio casu STC æquatio pro quavis anomalia media, cum in triangulo eodem STC dentur latera TC, CS, & angulus ad C. Inde autem inventa ex motu æquabili anomalia media pro quovis dato tempore, & ex calculo æquationi ipsi respondente, invenitur anomalia vera, & locus verus; & potest comparari theoria cum observationibus ad videndum, an consentiant.

88 Et quidem motus apparens Solis non ita multum ab ea hypothesi dissentit, atque idcirco non solum a Ptolemæo, sed a Tychone, & aliis plurimis post ipsum ea est adhibita ad motus solares computandos, dissensu exiguo attributo observationibus, & crassioribus usque ad ea tempora instrumentis, ac methodis. At jam ab ipso initio constitit, per solum eccentricum non posse explicari anomalias Planetarum; nam inter cætera illud statim incurrit in oculos, motum in eccentrico æquabilem, debere apparere jam

jam magis, jam minus celerem, sed debere fieri semper in eandem plagam, adeoque nullum esse retrogradationibus, & stationibus locum. Hinc jam a Ptolemæi temporibus inducti sunt epicycli. Si centro *P* assumpto in peripheria eccentrici concipiatur alius circulus *DFG*, cujus centrum concipiatur moveri per ipsam peripheriam eccentrici, dum Planeta in ejus peripheria movetur; is dicitur epicyclus, & ille eccentricus dicitur circulus deferens.

89 Variata eccentricitate deferentis, positione ejus apogei, radio epicycli, positione ejus centri, tempore periodico centri epicycli in peripheria eccentrici, & tempore eccentrici in peripheria epicycli multo plures combinationes oriuntur, adeoque multo pluribus inæqualitatibus explicandis applicari potest theoria. Ea applicata innotuit adhuc nimis loca observata differre ab iis, quæ theoria exposcebat etiam apud Veteres illos, quorum observationes erant admodum crassæ. Hinc jam ab ipso Ptolemæi tempore alius in theoriam Planetarum eccentricus est inductus, qui dicitur æquans. Ejus centrum est *H*, peripheria *LMI*, quæ rectæ *HS* occurrit in *M*. Ponebant *TC*, & *CH* æquales, motum autem centri epicycli inæqualem ita, ut recta ad ipsum ducta e centro æquantis *H* abscinderet arcus tempori proportionales, attributo motu æquabili illi puncto *M*, peripheriæ æquantis, in quo ea recta ipsi occurreret. Hæc nova inæqualitas prioribus adjecta, satisfecit Astronomis diu, ob eorum observationes usque ad Copernicum, & Tychonem nimis crassas, & idcirco usque ad ipsos viguit systema Mundi Ptolemaicum, quo ponebatur, motus omnium Planetarum fieri circa Tellurem, cui Luna esset proxima, tum Mercurius, Venus, Mars, Sol cum aliquo discrimine ordinis inter hosce quatuor Planetas, ac demum Jupiter, & Saturnus.

90 At restaurata sæculo decimo sexto Astronomia, & aliquanto accuratioribus observationibus institutis, innotuit, ejusmodi theoriam cum phænomenis conciliari nullo modo posse. Hinc Copernicus tentavit illud, an, si poneretur Planetas Primarios una cum ipsa Terra circa Solem converti in circulis vel concentricis, vel ad summum eccentricis, res melius procederet. Eodem autem & Aristarchi, & Veterum Pytagoreorum opinio ipsum impellebat; nam ii ex longiore fortasse accuratiorum observationum periodo, quæ ante & Chaldæos, & Ægyptios fortasse initæ, ad nostram notitiam non devenerunt, Terram Planetis adscripserant. At Tycho retento motu 5 Primariorum Planetarum circa Solem, posuit Solem ipsum moveri circa Terram, & secum traducere motu parallelo orbitas Planetarum eorundem, qui præterea diurnum motum debuit & Planetis omnibus tribuere, & Fixis, quem Copernicus tribuebat conversioni Terræ circa proprium axem.

91 Posito quod motus Planetarum fiant circa Solem in orbitis ad circulares accedentibus, & sint proximè æquabiles, facile fuit & rationem distantiarum a Sole veræ proximam definire, & investigare, an observationes theoriæ responderent, & quantum ab ea recederent. Nam in primis ex pluribus oppositionibus, vel conjunctionibus, in quibus locus e Sole visus est idem, vel oppositus loco e Terra viso, obtinetur facile tempus, quo Planeta respectu Solis integram conversionem absolvit, potissimum conferendo inter se observationes admodum remotas, & a vetustissima antiquitate petitas. Inde habito motu circa Solem pro æquabili, facile est computare locum he-

 lioccn-

liocentricum. Habito itidem loco Telluris heliocentrico, qui oppositus est loco geocentrico Solis, habetur eorum differentia, & inde in triangulo *TPS*
F.8 fig. 8. eruitur angulus *TSP*, & quoniam angulus *T* innotescit per immediatam observationem habitam in Terra, habetur & tertius angulus, adeoque ratio distantiæ Terræ a Sole ad distantiam Planetæ a Sole.

92 Plures alii habentur methodi investigandi easdem distantiarum rationes ex eadem hypothesi; ut pro Planetis inferioribus ex maxima elongatio-
F.12 ne a Sole. Sit enim in fig. 12 *S* locus Solis, *T* locus Terræ, *ADCEP* orbita Planetæ inferioris, qui in *P*, & *A* fit in conjunctione inferiore, vel superiore cum Sole, quo tempore & is, & Sol appareat in *F*: dum idem est in D, vel E, apparet in *G* elongatus a Sole per arcum *FG*, quæ elongatio fit maxima, ubi Planeta fit in *C* in recta *TCH* tangente orbitam. Si igitur notatis pluribus elongationibus a Sole inveniatur maxima, quæ exhibeat angulum *STC*, cum angulus in contactu ad *C* sit rectus, jam habebitur species trianguli *TCS*, & ratio *TS* ad *SC*, quæ erit, ut radius ad sinum maximæ elongationis. Sic in Venere elongatio maxima invenitur graduum circiter 36, vel 37, & idcirco distantia Terræ a Sole ad distantiam Veneris ab eodem est circiter ut 100 ad 72.

93 Ratio distantiarum in omnibus ex eadem hypothesi erui potest etiam ex celeritate motus e Terra apparentis in diversis positionibus a Sole, ex distantia stationum, in quibus motus incipit esse retrogradus a conjunctione, vel oppositione cum Sole, ac post detecta telescopia etiam ex ratione diametrorum apparentium, quæ observentur potissimum circa conjunctiones, & oppositiones; sed magis generalis, & usus continui est methodus exposita num. 91.

94 Ejusmodi methodo statim constitit tam in Copernicana, quam in Tychonica hypothesi, Mercurium esse Soli proximum, tum Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, ut & illud, multo magis cum ejusmodi hypothesi observationes congruere, quam cum hypothesibus Ptolemaicis; & motum inferiorum Planetarum circa Solem prorsus demonstrarunt ipsorum phases a Galilæo detectæ per telescopium, cum nimirum Mercurius, & Venus jam pleno orbe appareant, jam dimidiato, jam falcato, ut Luna, pro varia positione ad Solem. Inde factum est, ut nemo deinde Ptolemaicum systema sit amplexus, sed vel Copernicanum, vel Tychonicum, mutatis ad summum iis, quæ ad Jovis & Saturni orbes pertinent per alia intermedia systemata, quæ tamen ipsa cito exciderunt, & systema Copernicanum tum quidem sola sua majore simplicitate quadam commendabatur.

95 Verum computatis ex ea hypothesi Planetarum locis, & collatis cum observationibus, quod ubi cum Sole conjunguntur, vel illi opponuntur, immediatè fit, in aliis autem casibus facile obtinetur ope illius ipsius trian-
F.8 guli *TPS* figur. 8, innotuit motus non fieri in circulis habentibus Solem pro centro, quod quidem & analogia orbitæ Terræ circa Solem, vel Solis circa Terram, abunde innuebat. Hinc Astronomi retinuerunt aliquandiu orbitas circulares, & motum in iis æquabilem, sed eccentricos circulos adhibuerunt; & quidem adsunt methodi plures determinandi eccentricitatem, & positionem aphelii in circulo, posito motu æquabili, ex aliquot observationibus, quæ duo ipsa facile definiuntur per tres solas observationes factas in con-

in conjunctionibus, vel oppositionibus, in quibus ex dato loco geocentrico datur immediate locus heliocentricus.

96 Methodus est admodum expedita. Sit in fig. 13 Sol in *S*, centrum eccentrici *BED* in *C*, adeoque linea apsidum *ACSP*. Datis tribus locis heliocentricis dantur tres directiones *SE*, *SB*, *SD*, & datis tribus observationum momentis dantur bina temporum intervalla, quibus ob motum circa *C* æquabilem respondent anguli *ECB*, *BCD*. Quare si fiat circulus centro C radio arbitrario, tum in ejus peripheria assumantur arcus *EB*, *BD* respondentes datis temporibus: deinde supra chordas *BE*, *BD* describantur arcus circulorum, qui contineant angulos respondentes observatis *BSE*, *BSD*; eorum concursus in S determinabit punctum S, adeoque eccentricitatem *CS*, & positionem lineæ apsidum *AP*. Et hic quidem accepimus motum Planetæ tanquam factum in ecliptica, & temporis solaris fluxum, ut æquabilem, verum inclinatio orbitæ, & inæqualitas temporis aliquod exiguum discrimen inducit, cujus determinatio aliis methodis investigata, & definita theoriam perficit semper magis. F.13

97 In motu Solis circa Terram, & in motu plurium Planetarum theoria eo deducta exhibebat loca observata satis proxima computatis; at in aliis Planetis, ut in Marte potissimum, adhuc discrimen erat nimis magnum, quam ut in observationes rejici posset. In theoria autem motus solaris licet loca observata cum illis consentire viderentur saltem, quantum eorum temporum observationes paterentur; adhuc tamen orbita inde eruta cum diametris apparentibus nequaquam consentiebat. Nam in quavis hypothesi Solis progredientis in orbita *PSA* fig. 11 diameter apparens in perihelio *P* ad diametrum apparentem in aphelio *A* debet esse, ut distantia *TA* ad distantiam *TP* per num 60; adeoque si *C* sit in media *PA*, debet esse *AC* ad eccentricitatem *TC*, ut semisumma earundem diametrorum apparentium ad earum semidifferentiam. Porro eccentricitas inde eruta proveniebat duplo minor, quam ea, quæ ab æquatione maxima, sive ab angulo *TSC*, & a reliquis æquationibus deducebatur in hypothesi motus æquabilis facti in circulo eccentrico *PSA*. Quin immo sola etiam celeritas motus apparentis in perigeo *P*, & apogeo *A* collata cum diametris apparentibus satis ostendebat motum in eo eccentrico non esse æquabilem. Nam si motus reipsa æquabilis esset, deberet tota inæqualitas esse pure optica, nimirum proveniens ab inæqualitate distantiarum, & in eo casu motus apparens debitus dato tempori exiguo, ut uni diei in perihelio, & aphelio deberet esse in ratione reciproca simplici distantiarum, nimirum in ea eadem, in qua sunt diametri apparentes; & tamen observationes ostendunt differentiam celeritatum apparentium respectu totius esse proxime duplo majorem, quam differentiam diametrorum apparentium, unde constat præter inæqualitatem opticam, haberi etiam inæqualitatem physicam motus, qui in perihelio fit velocior, quam in aphelio. F.11

98 Inde facile fuit progredi ad introducendum in ipsam etiam theoriam Solis æquantem illum, quem Veteres pro Planetis Primariis adhibuerant, & idcirco bissecandam eccentricitatem illam, quam æquatio maxima, & ratio celeritatum exhiberet. Assumpta igitur *TH* pro eccentricitate inventa ex priore suppositione motus æquabilis in unico eccentrico, & ea bifariam

secta in *C*, centro *C* intervallo *CS* descriptus est circulus *PSA*, in quo appareret, Solem moveri circa Terram, sed id inæquali velocitate, ut nimirum angulus ad *H* æquabiliter mutaretur, sive ut descripto æquante *LKI* ejus punctum *M* pertinens ad rectam *HS* moveretur æquabiliter per ejus peripheriam. Eo pacto diametri apparentes, & loca per theoriam definita multo magis, & fere accuratè inter se congruebant, quantum nimirum observationum, & instrumentorum ratio permitteret. Et quidem de æquante in theoriam Solis inducendo ipse Tycho cogitaverat, sed nihil addere constituerat: at id præstitit Keplerus, Tychonianarum observationum hæres, inductus potissimum a ratione diametrorum apparentium non respondente inæqualitati motus tantummodo opticæ, quam alii plures superioris sæculi Astronomi secuti sunt.

99 Inde autem pronum fuit eandem eccentricitatis bisectionem, & motum æquabilem non circa centrum, sed circa punctum positum in eadem distantia ultra centrum, in qua esset Sol citra ipsum, transferre ad theorias Planetarum Primariorum circa Solem. Et ea re peracta obvenerunt loca eruta ex theoria multo magis proxima observatis, & quidem ita proxima in Planetis plerisque, ut nihil tum quidem ulterius desiderari posse videretur. At in Marte res adhuc minus succedebat, & æquationes proveniebant ex observatione adhuc majores, quam ex theoria, angulo *TSH* majore, quam circularis distantia æqualis a puncto *C* requireret, quod ipsum indicio fuit puncta *S* orbitæ esse propiora rectæ *TH*, quam ratio circuli posceret, & figuram orbitæ inter perihelium, & aphelium esse compressam. Id quidem in Marte potissimum animadvertit Keplerus; nam, ut constat ex postrema columna num. 23, ejus eccentricitas est multo major, quam ullius alterius Planetæ, dempto Mercurio. Nam e 1000 partibus distantiæ mediæ Venus vix habet 7, Terra 17, Jupiter 48, Saturnus 57, cum habeat Mars 93, Mercurius autem 211. Hinc reliquæ orbitæ multo minus a circulo differunt, quam hæ postremæ, & hi duo postremi Planetæ sunt reliquis omnibus aptiores ad detegendam compressionem illam orbitæ. Et quidem ratione ipsius compressionis orbita Mercurii esset omnium aptissima; sed quoniam is raro admodum observari poterat potissimum ante inventa telescopia; idcirco Mars, cujus plurimas observationes Keplerus habuerat, omnium reliquorum erat aptissimus ad hanc compressionem indicandam.

100 Inventa compressione, & habitis ob oculos binis illis punctis *T*, & *H* sitis ad eandem distantiam hinc, & inde a centro, pronum fuit recurrere ad ellipsim, quæ habet binos focos ad eandem a centro distantiam sitos hinc, & inde, & collocare Solem in altero foco *T*, quod quidem Keplerus præstitit. Quamobrem ipsa eccentricitatis bisectio adhibita jam olim a Ptolemæo, & Veteribus plerisque, & iterum revocata a Keplero, ellipticam ipsi formam suggessit; verum Ricciolius censet, occasionem adhibendi ellipsim Keplero dedisse Reinholdum, qui in fine theoricarum Purbachii pro orbita Lunæ ovalem figuram descripserat, quam cum Keplerus viderit, eandem pro sua sagacitate ad Planetas Primarios transtulisse.

101 Ex natura æquantis, & eccentricitatis bifariam sectæ pronum erat conservare motum æquabilem circa focum alterum, qua hypothesi conjuncta cum elliptica forma usi sunt nonnulli Astronomi: at ex ea ipsa facile erat dela-

delabi ad arearum æqualium theoriam; nam in ellipsi parum abludente a circulo motus angularis æquabilis circa alterum focum secum trahit quamproximè æquabilem descriptionem areæ sectoris terminati ad alterum focum, quod sic haud difficulter demonstratur. Sit in fig. 14 semiellipsis *PSA*, focis *T*, *H*, & centro *C*, ac semicirculus *PDA*. Sit autem quævis ordinata *BSD* ad idem axis punctum *B*, & ex natura ellipseos, ac ejus elementis constat tangentes per *D*, & *S* ductas debere convergere ad idem punctum axis F, quarum posterior si occurrat ei semicirculo in *E*, fore *CE* parallelam *HS*, & *TE* perpendicularem eidem; fore demum *BS* ad *BD* in constanti ratione, adeoque & aream ellipticam *PBS* ad circularem *PBD* fore in eadem ratione illa constanti, in qua ratione cum sit etiam triangulum *TBS* ad triangulum *TBD*, erit & sector ellipticus *PTS* ad sectorem circularem *PTD* in eadem illa ratione constanti, adeoque erit sector *PTS* ad aream totius ellipseos, ut sector *PTD* ad aream totius circuli. F.14

102 Porro sector circularis *PTD* erit proximè æqualis sectori circulari *PCE*, in ellipsi non multum abludente a circulo. In ea enim ellipsi erit *SD* exigua respectu *DF*, adeoque *SF*, *DF* parum a parallelismo abludent; cumque sit *TE* perpendicularis priori, & *CD* posteriori, parum hæ etiam a parallelismo abludent, & proinde habito exiguo arcu *ED* pro recta linea, erunt proximè æqualia triangula *TDE*, *TCE* habentia basim communem *TE*, & adjecta communi area *PTE*, erit sector *PTD* æqualis proximè sectori *PCE*, adeoque erit sector ellipticus *PTS* ad totius ellipseos aream proximè ut sector circularis *PCE* ad aream totius circuli, sive ut angulus *PCE* in centro constitutus, vel angulus *PHS* ipsi æqualis ad 4 rectos; ac proinde si angularis motus rectæ *SH* circa *H* æquabilis sit, etiam fluxus areæ sectoris *PTS* erit æquabilis; unde patet transitus facilis ab altera hypothesi ad alteram.

103 Hanc igitur posteriorem hypothesim arearum æqualium circa Solem substituit Keplerus illi æquabili descriptioni anguli circa imaginarium illud punctum, nimirum circa alterum focum, quo pacto lex inæqualitatum non ab imaginario quodam puncto, sed a Solis loco penderet, in quo & causa ejusmodi legis exquiri posset. In ea autem hypothesi invenit rationem satis expeditam ex anomalia vera deducendi mediam, sive ex angulo *ATS* deducendi aream sectoris *ATS* respondentem anomaliæ mediæ æquabiliter crescenti, sed nullam is quidem invenit directam methodum immediate ex anomalia media deducendi veram; nam id problema requirit Geometriam sublimiorem ea, quæ tum erat cognita, & infinitesimales methodos, ac series infinitas. Adhuc tamen invenit indirectam methodum id præstandi, & tabulas computavit, per quas liceret in ejusmodi hypothesi ex data ellipsi computare loca Planetarum ad datum tempus, ut & illud, ex quibusdam observationibus datis inveniendi speciem, & positionem ellipseos descriptæ, quæ methodi deinde a posterioribus Geometris semper magis excultæ sunt, & expolitæ, ac ad faciliorem usum deductæ ita, ut nunc quidem innotescat ratio, qua ex datis tribus heliocentricis Planetæ locis ad data tempora, inveniatur Planetæ ipsius orbita, quæ quidem loca ex observationibus e Tellure factis circa conjunctiones, vel oppositiones facile deducuntur, ut innuimus num. 95.

104 Statim innotuit loca in ejusmodi hypothesi computata mirum in modum

 dum

dum consentire cum observatis, qui consensus eo major extitit, quo plures observationes institutæ sunt, & accuratioribus instrumentis, unde illud effectum est, ut Astronomi posteriores plerique in ejus sententiam abierint, quæ jam fere communis erat, cum Newtonus philosophari cœpit. Porro ex eadem theoria definitis etiam axibus ellipsium Planetarum reliquorum respectu axis ellipseos Terræ circa Solem, deprehendit illam aliam legem Keplerus ipse pertinentem ad tempora periodica, & distantias medias, sive semiaxes, quod nimirum illorum quadrata sint, ut harum cubi; unde factum est, ut distantiam a Sole, vel a Terra Planetæ cujusvis debitam cuivis momento temporis, liceat comparare cum distantia media, vel cum distantia debita cuivis alteri momento Planetæ alterius cujusvis, quo pacto ratio distantiarum, sive distantiarum respectivarum status innotescit.

105 Inde autem est factum, ut unica distantia unius cujusvis Planetæ inventa pro dato tempore per ejus parallaxim illi tempori debitam, exhibeat distantias, & parallaxes Planetarum omnium Primariorum tam pro distantiis mediis, quam pro aliis quibuscumque. Mars perigeus, & Venus, ubi itidem ad Terram accedit magis, sunt astra omnium aptissima ad aliquam eorum parallaxim determinandam: hinc ea provincia commissa fuit Caillio ante hosce decem annos profecto ad promontorium Bonæ spei, ubi ipse ex Martis observationibus potissimum comparatis cum observationibus habitis Berolini, deduxit horizontalem Solis parallaxim secundorum $10\frac{1}{2}$, ex qua reliquæ omnes proficiscuntur, quæ jam multo tutius ex distantiis per Kepleri leges definitis eruuntur, quam ex iis erui possint distantiæ. Sed anno 1761 expectatur transitus Veneris sub Sole, ex quo multo certius, & accuratius parallaxis ipsa Solis, & ex ea cæteræ parallaxes, ac distantiæ absolutæ, & veræ magnitudines eruentur.

106 Ingens consensus observationum cum Keplerianis regulis Astronomos eo impulit, ut jam non pro hypothesi, sed pro detecta veritate ejus theoriam respiciant, quæ communis persuasio in immensum est aucta, posteaquam ex ejus legibus Newtonus causas cælestium motuum derivavit, & ex iis causis derivatæ sunt pleræque ex inæqualitatibus, quæ utcumque multo minores adhuc supererant, & adhuc multo magis crevit ipsa theoriæ æstimatio, ubi Cometarum orbitæ ex iisdem principiis computatæ, cum phœnomenis apprimè consenserunt, & ubi inæqualitates lunares, quæ longo tot sæculorum labore ad nullas certas leges reduci potuerant extra syzygias, ex iisdem causis derivatæ cum phœnomenis consenserunt; accedentibus præterea aliis, quæ in adnotatione ad versum 635 innuimus, & quæ ex iisdem causis derivata sunt.

107 Hinc autem & Telluris translatio circa Solem, quam Keplerus adhibuit, & cui Newtoniana theoria innititur, in Astronomia passim recepta jam est, quæ quo pacto cum absoluta ejus immobilitate conciliari debeat, innuimus jam supra num. 3. Hæc autem translatio ad illam immensam distantiam amandavit Fixas. Cum enim ex translatione Telluris annua circa Solem nulla oriatur parallaxis in ipsis Fixis, sed earum loca accuratissimè inveniantur per solos 4 motus ipsarum expositos num. 58, constat diametrum orbis annui esse instar puncti respectu distantiæ ipsarum, nimirum esse ejusmodi,

modi, ut distantia Terræ a Sole ne unum quidem secundum subtendat visa e Fixis proximis, quod distantiam ipsarum ad limitem reducit, quo ea minor non sit.

108 Porro consensus theoriæ cum observationibus per accurata instrumenta habitis, theoriam ipsam directe non demonstrat, quam directam demonstrationem nullam haberi pro Astronomia constituenda jam ab initio diximus; at eam indirecte validissime probat, ut illa epistolæ arcanis notis conscriptæ enucleatio ejusmodi, per quam sensus habeatur continuus, & negotiis, quæ pertractantur, respondens. Posset etiam in gradum probabilitatis, sive certitudinis cujusdam moralis inquiri, inquirendo in discrimina, quæ adhuc inveniuntur, & definiendo eorum rationem ad ea tanto majora, quæ haberi possent, si theoria esset falsa, & ea discrimina non provenirent ab iis, quæ nondum circa ipsam theoriam accuratè demonstrata sunt; ac probabilitas veritatis ad probabilitatem falsitatis esset, ut numerus discriminum illorum possibilium, ad numerum horum, qui habentur, & calculo inito immensa quædam probabilitas inveniretur.

Verum longissimo huic paragrapho imponendus est demum finis, monendo illud tantummodo, contineri hoc paragrapho illustrationem eorum omnium, quæ proposita sunt in adnotationibus ad ipsius paragraphi titulum pertinentibus. Nunc progrediendum ad ulteriora, in quorum gratiam hæc præmisimus.

§. 2. Ad notas in vers. 171. &c.

DE GRAVITATIS GENERALIS THEORIA DEDUCENDA EX ASTRONOMICO MUNDI SYSTEMATE.

109 HIC usum habent maximum ea, quæ demonstrata sunt tomo 1 §. 19 supplementorum lib. 1, potissimum illud, quod habetur num. 264 de vi centrali: *vis in circulo erit, ut quadratum velocitatis directè, & diameter, seu radius reciprocè: motu autem uniformiter accelerato per quartam diametri partem ea vi, qua habetur in motu circulari, acquireretur velocitas, cum qua motus in circulo fit.*

110 Primo loco occurrit deductio gravitatis Lunæ in Terram, a qua Newtonus totam hanc Naturæ analysim inchoavit. Sit orbita lunaris *AFE* in fig. 15 circa Terram centro *C*, quæ orbita pro hac prima crassiore investigatione sumatur, ut circularis, cum parum a circulo abludat, & motus pro æquabili. In motu circulari æquabili areæ describuntur æquales circa centrum circuli, adeoque Luna præter vim inertiæ, qua perpetuo conatur abire per tangentem, debet, per num. 242 tom. 1, habere aliam vim directam ad centrum ipsius circuli: nimirum si arcus *AF* sit perquam exiguus, *FD* ipsius sinus, & *ABFD* parallelogrammum, Luna nititur in *A* abire per tangentem *AB*, & vi centrali per *AD* determinatur ad arcum *AF*. F.15

111 Exemplum adhibet Noster gravium terrestrium, quæ, si projiciantur cum debita velocitate, debent itidem gyrare perpetuo circa Terram. Quoniam ipsa gravia in Terram perpetuo gravitant, patet, si obliquè projician-

ciantur utcunque, ea debere describere curvam quandam per num. 219 tomi 1, & per num. 274 ea curva erit circulus, si directio projectionis sit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum, velocitas autem sit ea, quæ acquireretur motu uniformiter accelerato ea vi per dimidium distantiæ a centro, sive per quartam partem diametri.

112 Quanta sit ejusmodi velocitas, facile definitur, si habeatur effectus gravitatis in Terram, & semidiameter Terræ, quæ duo elementa necessaria sunt ad ejusmodi determinationem. Sunt enim per num. 166 tom. 1 in motu uniformiter accelerato quadrata celeritatum, ut spatia, & per num. 169 corpus eodem tempore, quo motu uniformiter accelerato delabitur, percurretet motu uniformi eum finali velocitate duplum ejus spatii, quod percurrit. Quare si pro velocitatis mensura assumatur id spatium, quod ea velocitate motu uniformi percurritur uno minuto secundo temporis, duplum spatii, quod gravia libere descendendo vi gravitatis percurrunt, exprimet velocitatem acquisitam in casu per id spatium, & si fiat, ut id spatium ad quartam partem diametri Terræ, ita quadratum ejus dupli ad quartum; hujus radix quadrata exhibebit celeritatem quæsitam.

113 Sit nimirum semidiameter Terræ r, spatium vi gravitatis uno secundo percursum g, celeritas necessaria ad revolvendum in circulo circa Terram c; erit $g \,.\, \frac{1}{2} r :: 4gg \,.\, cc = 2gr$; adeoque $c = \sqrt{2gr}$. Quod si etiam requiratur tempus ejusmodi conversionis; id facile obtinebitur, si posita 1 ad p ratione radii ad circumferentiam, ut sit $p = \frac{710}{113}$ quamproximè, unde habetur circumferentia $= pr$, ea dividatur per valorem celeritatis; nam expressio inde orta $\frac{pr}{\sqrt{2gr}}$ exhibebit id tempus in minutis secundis, quod si dicatur t, erit $t^2 = \frac{p^2 r^2}{2gr} = \frac{p^2 r}{2g}$, ex quibus formulis facile eruentur valores c, & t datis r, & g, potissimum si logarithmi adhibeantur.

114 Eorum determinatio pender ab iis, quæ habebimus infra; valor r determinabitur, ubi agemus de figura Telluris: pro valore g ex longitudine penduli oscillantis ad singula minuta secunda sub Æquatore definita a Bouguerio pedum Parif. 3 lin. 7 $\frac{21}{100}$, invenimus num. 633 tom. 1, gravia cadendo sub æquatore conficere pedes 15, lin. 7. 423 accuratior autem est numerus pedum 15 lin. 7. 41, sive linearum 2167. 41. Sed ille casus oritur a gravitate impedita per vim centrifugam: inveniemus infra suo loco ejus effectum esse linearum 7. 5309 ex radio æquatoris pedum 19668203. Hinc effectus gravitatis totius esset linearum 2174. 94, sive pedum 15. 104. Inde autem ea semidiametro æquatoris adhibita obtinetur e superioribus formulis $c = 24375$, ac $t = 5070''$. Nimirum si ex aliquo æquatoris puncto projiciatur grave directione horizontali in ipso æquatoris plano cum ea celeritate, qua singulis secundis horariis possint percurri pedes Parisienses 24375, sive passus 4875; seclusa resistentia aeris describet circa Terram circulum evadendo quidam veluti Planeta satelles Terræ, ac tempus conversionis erit secundorum 5070 sive horæ 1 min. 23 $\frac{1}{2}$.

115 Por-

115 Porro diximus debere projici in æquatore Terræ; quia si projiciatur alibi, directione perpendiculari ad rectam tendentem ad centrum Terræ, incurret in materiam sub æquatore elevatam ob figuram sphæroidalem, & adjecimus projici debere in plano æquatoris, nam si projectio fiat extra id planum, gravitas ob ipsam figuram sphæroidalem non erit semper ejusdem magnitudinis, & non dirigetur ad centrum, adeoque motus non erit circularis. Quod si concipiatur sphæra æqualis terrestri sphæroidi, inveniemus infra pro ejus radio posse assumi pedes 19641762, & pro effectu gravitatis in ejus superficie pedes 15. 067. Inde oritur celeritas corporis gyrantis circa eam sphæram prope superficiem pedum 24329, sive 46 pedibus minor, & tempus 5072". 65, tribus fere secundis majus.

116 Velocitas inventa est immanis, qua nimirum fiant fere quinque milliaria Parisiensis pedis singulis secundis, fere 20 vicibus major, quam sit velocitas, qua sonus propagatur. Velocitati inventæ addenda est velocitas motus diurni sub æquatore, si projectio fiat in Occidentem, demenda, si fiat in Orientem, ut habeatur velocitas imprimenda gravi jam abrepto motu diurno in Orientem: ea velocitas est in æquatore pedum 1417, in superficie sphæræ æqualis 1414. Adhuc remanet, dempta etiam ea diurni motus velocitate, velocitas immanis, quæ velocitates a nobis impressas nimis excedit. Idcirco nostrorum tormentorum globi cito in Terram decidunt.

117 Si projectio, quavis alia directione fiat, & Terra habeatur pro sphærica, nostra gravia projecta directione quacunque, seclusa aeris resistentia, describunt ellipsim circa focum positum in centro Terræ; sed ob exiguam projectionis velocitatem ea ellipsis est plurimum contracta, ut idcirco arcus, qui percurritur, ante quam recidant in Terram gravia, sit ad sensum parabolicus. Pro vera parabola requireretur velocitas projectionis æqualis ei, quæ acquireretur cadendo usque ad centrum juxta num. 274 tomi 1, quæ ad velocitatem inventam est, ut $\sqrt{2}$ ad 1, juxta num. 166 ejusdem, velocitate majori describeretur hyperbola, minori ellipsis, quæcunque directio sit; & si moles Terræ non obstaret, sed ea tota concipiatur compenetrata in centro, quodvis grave, utcunque projectum evaderet in hoc postremo casu Planeta quidam. Sed ejus motus perturbaretur a Sole, ut motus Lunæ perturbatur, si aliquanto magis a Terra recederet. Motus autem gravium projectorum perturbantur etiam plurimum ab inæqualitatibus, quæ habentur in superficie Terræ, quæ quidem gravitatis vim exigua, sed admodum irregulari mutatione perturbant, quæ tamen conducunt plurimum ad illustrandam continuitatem virium corporis transeuntis a spatio extra tellurem sito, ad spatium intra ipsam, quam innuimus in adnotatione in versum 875, & illustrabimus intra §. 5 ad id destinato.

118 Hæc quidem pertinent ad adnotationes in versus 171, & 202, nunc comparanda est vis Lunæ in Terram, cum vi nostrorum corporum, quod pertinet ad adnotationem in versum 229. Ut eam instituamus crassiore methodo, habeatur ejus orbita pro circulari, & motus pro æquabili, ac distantia a Terrâ fiat semidiametrorum terrestrium 60; inveniendum erit spatiolum *AD* posito, quod *AF* sit arcus a Luna descriptus, & comparandum cum illo spatio *g*, quo gravia libere cadendo descendunt uno secundo.

119 Si fiat ut tempus lunaris periodi minutorum primorum (ut eruitur ex num.28) 39343.2 ad 1, ita gradus 360 ad quartum, invenitur motus Lunæ debitus uni minuto primo, qui est secundorum 32.941, sive proxime 33. Ex tabulis sinuum radius ad sinum versum 33'' est, ut 100000000000 ad 12798. Quare ea erit ratio radii orbitæ lunaris CA ad effectum AD vis eam retinentis in orbita debitum uni minuto primo. Sumatur pro radio orbitæ numerus vero proximus semidiametrorum terrestrium 60, sive retinendo ex num. 115 radium sphæræ æqualis Telluri pedum 19641762, sumantur pedes 1178505720, & adhibita superiore ratione proveniunt pedes 15.081. Effectus gravitatis uno secundo juxta eundem numerum 115 erat pedum 15.067, qui ne una quidem millesima sui parte differt ab eodem 15.081; is autem auctus in ratione 1 ad 60×60 exhibet effectum debitum uni minuto primo, cum spatia quadratis temporum proportionalia sint in descensu gravium uniformiter accelerato. Igitur via nostrorum gravium ad vim, quæ Lunam in orbita retinet, est, ut 60×60 ad 1, sive ut quadratum distantiæ Lunæ a centro Terræ ad distantiam nostrorum gravium ab eodem.

120 Hæc prima fuit deductio Newtoni gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; quam proposuit prop. 4 lib. 3 Principiorum, fere eadem methodo sed paullum diversis numeris adhibitis; licet ibidem prop. 3 ex motu exiguo apogei Lunæ idem deducat, quod argumentum ibi prius propositum innititur iis, quæ ipse postea invenit, ubi ipsam ejusmodi gravitatis vim aliquanto magis excoluit. At methodus hic adhibita, ut reddatur exactior, requirit plures correctiones, quas ipse persequitur corol.7 prop.37 ejusdem lib.3, quæ tamen ipsæ ejus correctiones correctiunculis indigent, nec de tota hac re judicium proferri potest, nisi post lunarem theoriam aliquanto magis excultam.

121 In primis Luna non convertitur in circulo, sed in ellipsi: deinde non convertitur circa Terram, sed circa commune gravitatis centrum una cum ipsa Terra; quamobrem etiam si in circulo converteretur, non esset radius orbitæ ipsa distantia a Terra, sed eadem imminuta in ratione summæ massarum Lunæ, & Terræ ad massam Terræ, cum per num.612 tomi 1, sint distantiæ a communi centro gravitatis in ratione reciproca corporum. Demum Luna non movetur in orbita vi tota gravitatis in Terram, sed vi eadem perturbata ab actione Solis. Ea omnia superiorem perquisitionem perturbant. Præterea determinatio distantiæ Lunæ pendet a parallaxi Lunæ, quæ quidem non nisi intra aliquot secunda definiri posset, etiam si bini Observatores in eodem prorsus meridiano siti eam observarent, capiendo distantiam ejus limbi a parallelo alicujus Fixæ, cum lumen erraticum disci lunaris varium pro varia oculorum, & telescopiorum constitutione errorculos aliquos inducat; quod ipsum cum nusquam accidat, sed Observatores in diversis meridianis siti observent, reducenda sunt loca Lunæ ad eundem meridianum, quod requirit theoriam irregularitatum lunarium nondum penitus compertam, & eandem requirit methodus inquirendi in parallaxim Lunæ per occultationes Fixarum ab ipsa Luna. Deinde ipsa parallaxis definiri ex observationibus non potest, nisi pro illis individuis observationum temporibus, ex quibus si ad alia tempora debeant observatæ parallaxes, vel ex iis dedu-

deducta distantia transferri, iterum opus est adhibere lunarem theoriam nondum penitus definitam: porro exigua mutatio in distantia assumpta rationem gravitatum perturbat plurimum.

122 Hinc potius ex lege gravitatis per crassiorem consensum jam stabilitæ determinanda est accuratius distantia, & parallaxis; quam ex parallaxi, & distantia ex observationibus eruta accuratior gravitatis lex. Quæri nimirum potest, quæ deberet esse distantia Lunæ a Terra, in qua ipsa Luna converti possit in circulo per suam gravitatem in Terram imminutam ab actione solari, considerando actionem ipsam, quæ revera est inæqualis, ut æquabilem, assumendo nimirum eam, quæ si æquabilis esset, summa ejus actionum æqualium sit eadem, ac summa inæqualium actionum, quæ revera habentur. Id erit idem, ac illud, quod appellant mediam distantiam, & ex ea parallaxim quærere. Hic solutionem exhibebimus generalem per analyticos valores adhibendam inferius, ubi determinata fuerit actio solaris, & in rationem massarum fuerit inquisitum.

123 Sit summa massarum ad massam Terræ ut 1 ad m; radius sphæræ æqualis sphæroidi terrestri r; actio gravitatis in ejus superficie æstimata a spatio, per quod gravia totali gravitate libere descenderent, g; distantia Lunæ a Terra x; ratio vis mediæ, qua solaris actio Lunam a Terra distrahit, ad gravitatem Lunæ in Terram n ad 1; ratio radii ad sinum versum motus medii lunaris respondentis uni secundo s, tempus periodicum Lunæ redactum ad minuta secunda t. Erit primo ut 1 ad m, ita x ad mx radium orbitæ lunaris: tum $1 . s :: mx . msx$ effectum vis retinentis Lunam in orbita. Ex alia parte $xx . rr :: g . \frac{rrg}{xx}$ effectum respondentem soli gravitati in Terram; tum $1 . n : \frac{rrg}{xx} . \frac{nrrg}{xx}$; effectum vis solaris. Quare vis Lunam retinens in orbita erit $\frac{rrg}{xx} \times (1-n)$, quæ si fiat $= msx$ expressioni priori, habetur $x^3 = \frac{1-n}{ms} \times rrg$, & si quæratur sola ratio distantiæ ad semidiametrum Terræ, fiet $\frac{x^3}{r^3} = \frac{(1-n)g}{msr}$ formula, in qua per logarithmos ex datis n, g, m, s, r facile admodum eruetur valor $\frac{x}{r}$, sive distantia ejusmodi, in qua ratio virium gravitatis sit accurate reciproca duplicata distantiarum. Numeris substitutis inferius, ubi egerimus de valoribus m, & n, inveniemus $\frac{x}{r} = 60.24$, & assumpto pro r radio æquatoris 60.16, inter quos numeros cadit 60.20 distantia semidiametrorum terrestrium $60\frac{1}{4}$, quam posuimus n. 28.

124 A Luna pergendum ad Planetas Primarios; & primo loco e tertia Kepleri lege, quod quadrata temporum sint, ut cubi distantiarum, habitis orbibus Planetarum pro circularibus, & motu pro uniformi, eruitur gravitas ipsorum in Solem decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, quod ostendimus in adnot. ad vers. 701 hic illustrandum. Patet autem: nam in ejusmodi motu circulari, & uniformi debet haberi vis directa ad Solem, ut de vi Lunæ directa ad Terram diximus hic num. 110. Deinde tomo 1 num. 267 demonstratum est illud: *si fuerint quadrata temporum perio-*

periodicorum, *ut cubi distantiarum*; *erunt vires in ratione reciproca duplicata distantiarum*, quod rem conficit, & quidem ibi demonstratur ex ipso illo generali theoremate numeris 264, quem in hac adnotatione nominavimus.

125 Sed cum alia via id ipsum Noster demonstret, in primis deducenda sunt ex eo num. 264 tomi 1 ea bina theoremata, quibus utitur Noster, & quæ proposuimus in hac adnotatione. Generale illud theorema est: *esse vires in circulo, directè, ut quadratum velocitatis, & reciproce, ut radius circuli*. Primum e binis theorematis, quibus hic Noster utitur, est: *si duo corpora describant binos circulos eodem tempore, vires, quibus urgentur in centrum, erunt ut circulorum radii*: secundum est hujusmodi: *si in circulo eodem diversis temporibus ferantur, vires erunt reciproce, ut quadrata temporum*. Ut hæc deducantur ex illo, ponatur radius $= R$, celeritas $= C$, tempus $= T$, vis $= V$: erit ex generali theoremate $V = \frac{CC}{R}$. Porro celeritas est, ut spatium divisum per tempus in motu æquabili per num. 72 tom. 1, & spatium, sive circumferentia circuli descripti, est ut radius R. Igitur erit $C = \frac{R}{T}$, adeoque $V = \frac{RR}{RTT}$, sive $= \frac{R}{TT}$; ut eruimus num. 265 tom. 1; unde ibidem profluxit hoc theorema: *vis est directe, ut radius, & reciproce, ut quadratum temporis periodici*. Si igitur tempus sit idem, vis erit directe ut radius, quod erat primum: & si radius circuli sit idem, vis erit reciproce, ut quadratum temporis, quod erat alterum.

126 Ex hisce binis theorematis sic Noster progreditur. Assumit duos Planetas, ut Martem, & Mercurium, ac concipit tertium corpus, quod describat circulum eundem, quem describit primus Planeta, sed tempore, quo secundus describit suum. Dicantur duorum Planetarum distantiæ, sive radii, R, & r, tempora T, & t. Erit ob circulum communem ex theoremate primo vis primi Planetæ ad vim corporis concepti, ut t^2 ad T^2, sive ob quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, ut r^3 ad R^3, & ex theoremate secundo erit ob tempus commune vis corporis concepti ad vim secundi Planetæ, ut R ad r. Igitur conjunctis rationibus vis primi ad vim tertii, ut r^3R ad R^3r, sive dividendo per rR, ut r^2 ad R^2 in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut oportebat.

127 Id autem immediate profluit e formula $V = \frac{R}{TT}$, in qua cum supponatur $TT = R^3$, fit $V = \frac{R}{R^3} = \frac{1}{R^2}$, vis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut hac ipsa methodo in illo num. 267.

128 Exemplum hujus rationis hic Noster exhibuit in Marte, & Mercurio adhibitis crassioribus numeris; idipsum facile desumi potest cum accuratioribus numeris exceptis ex tabella num. 23. Distantia media est semiaxis major, qui pro Marte est 15237, pro Mercurio 3821; tempora autem redacta ad minuta prima sunt ibidem 989250 $\frac{1}{2}$, & 126675 $\frac{1}{2}$. Exponens rationis 15237 ad 3821 est 3. 987, cujus cubus 61, 023 neglectis ulterioribus

bus fractionibus; exponens autem rationis $989250\frac{1}{2}$ ad $126675\frac{1}{2}$ est 7.812, cujus quadratum 61.027 discrimine exiguo in postrema nota ob ulteriores fractiones neglectas in exponentibus rationum.

Progrediendo ad orbitas accuratius consideratas, ut recedentes a circulo ex lege 1 Kepleriana arearum æqualium terminatarum in Solem, deducit Noster vires Planetarum dirigi ad ipsum Solem, quod pertinet ad adnotationem in vers. 757. Ejus deductionis demonstratio habetur num. 242 tom. 1.

129 Pergit Noster ad deductionem legis hujusmodi virium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro a forma orbis elliptici, & centro virium existente in foco, quod pertinet ad adnotationem in versum 781. Demonstrationem versibus imperviam omittit, & innuit methodum hujusmodi eam investigandi. Sit in fig. 16 curva quævis *ABCF* descripta viribus tendentibus ad punctum *S*, & concipiatur arcus infinitesimus *AB* constanti quodam tempusculo descriptus, tum sector *ASB*, qui ob areas constantes erit itidem magnitudinis constantis. Sit *AE* tangens, & *AEBD* parallelogramma; ac lineola *EB* æqualis nimirum lineolæ *AD* metitur vim, qua mobile a puncto tangentis *E* ad arcum curvæ deprimitur ad *B*. F.16

130 His expositis addit Noster primo, si capiantur bini arcus ab eodem Planeta descripti in eadem ellipsi, cujus focus sit *S*, æqualibus tempusculis, ut *AB*, *CF*, ubi sectores *ASB*, *CSF* æquales erunt, lineolæ *AD*, *CH*, sive *EB*, *GF*, quæ vires exprimunt, erunt reciproce, ut quadrata distantiarum *SA*, *SF*. Addit secundo, si considerentur bini ejusmodi arcus contemporanei pertinentes ad diversos Planetas, adhuc illas lineolas fore inter se in ratione reciproca duplicata distantiarum a communi foco *S*. Porro in iis sectores illi elliptici terminati ad *S* non erunt æquales, sed erunt directe, ut areæ totarum ellipsium, & reciproce, ut tempora periodica, cum debeant habere ad areas totas eam rationem, quam habet idem illud tempusculum ad tota tempora. Jam vero areæ ellipsium sunt ex conicis, ut rectangula sub semiaxibus, adeoque quadrata earum arearum, ut quadrata semiaxium utrorumque; quadrata autem temporum ponuntur, ut cubi distantiarum mediarum. Quare quadrata illorum sectorum ea sunt ratione directa, & reciproca duplicata axium transversorum, sunt, ut semiaxes transversi directe, & ut quadrata semiaxium conjugatorum reciproce, nimirum reciproce ut latera recta principalia, quæ æquantur quadratis axium conjugatorum divisis per transversos.

131 Quod illa lineola sit semper in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco communi *S* in ellipsibus quibuscumque, dummodo areola ad ipsum focum terminata assumatur in eadem ellipsi constans, in diversis, reciproce proportionalis lateri recto principali, id demonstratum est tom. 1, ubi generaliter ostensum est num. 253 hoc theorema: *vis* (nimirum illa lineola) *ubicumque in curvis quibuscumque est in ratione composita ex directa duplicata area dato quovis tempore descripta, simplici directa distantia a centro virium, reciproca triplicata perpendiculi demissi e centro in tangentem, reciproca simplici radii circuli osculatoris*. Deinde id theorema a num. 269 applicatur ellipsibus circa focum descriptis colligendo ex natura ellipseos singulas ejusmodi rationes, & num. 271 sic concluditur: *In omni-*

omnibus ellipsibus, vires directæ ad focum sunt in ratione composita ex directa triplicata semiaxium transversorum, reciproca duplicata temporum periodicorum, & reciproca duplicata distantiarum: in eadem ellipsi semiaxes & tempora periodica sunt eadem, in diversis ponitur ratio directa triplicata semiaxium transversorum eadem, ac directa duplicata temporum, adeoque elidit reciprocam triplicatam eorundem. Quare utrobique relinquitur sola ratio reciproca duplicata distantiarum.

132 In eadem adnotatione facta est mentio & inversi theorematis, quod nimirum, si vires sint in ratione reciproca duplicata distantiarum, describantur conicæ sectiones circa focum, quæ si fuerint ellipses, erunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi semiaxium transversorum, & ejusmodi inversum theorema Noster proposuit a versu 802, cujus demonstrationem generalem huc reservavimus etiam num. 288 tomi 1 deducendam ex theoremate directo virium centralium. Quod in quavis sectione conica vis decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco, id expresse deductum est num. 269 tom. 1. Si vero comparentur inter se binæ quævis sectiones conicæ, & areæ æqualibus temporibus descriptæ sint in ratione subduplicata laterum rectorum principalium, adhuc vires ad focum directæ erunt in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam in ea ratione fore in ellipsibus, si areæ sint in ratione subduplicata laterum rectorum principalium, patet ex eo, quod si quadrata temporum periodicorum sint, ut cubi distantiarum mediarum, inferatur ea virium ratio, & inferatur ea ratio arearum juxta num. 130. Porro juxta generales leges transformationis locorum geometricorum, quas persecutus sum in dissertatione adjecta ad calcem sectionum conicarum tomo 3 elementorum, id ab ellipsi ad parabolam, & hyperbolam transferri debet, cum lineolæ interceptæ inter tangentem, & curvam, areæ terminatæ ad focum, distantiæ a foco, & latera recta principalia maneant in omnibus transformationibus analoga. Quin immo idem debet transferri ad casum, quo ramus ulterior hyperbolæ describatur circa focum citeriorem, quo tamen casu cum ipsi foco obvertatur ejus curvæ convexitas, vires non tendent ad ipsum focum, sed ab ipso foco repellent mobile juxta num. 248 tom. 1.

F. 17 133 Ut autem sternamus viam ad inversum theorema, sint in fig. 17 puncta S, D, A, E, B eadem ac in fig. 16, sit autem axis transversus GH, in quo centrum C, focus alter F, LC semidiameter conjugata diametri ACK, cui occurrat AS in P, occurrente DB ipsi AK in O, sumaturque AI versus S æqualis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quæ habetur in D, acquireretur velocitas tangentialis, quæ ibidem habetur, ac AM ad partes oppositas æqualis AF. Ex conicis notæ sunt sequentes proprietates, quibus adscribam numeros pertinentes ad mea elementa ipsarum, & easdem continentes. Est $AP = CG$ (n. 194) $GH =$ (num. 92) $SA + AF = SM$; $CL^2 = SA \times AF$ (num. 483); $CA^2 . CL^2 :: AO \times OK . OB^2$ (num. 351); unde facile deducitur esse AO infinitesimam respectu OB infinitesimæ, adeoque DO, quæ ad ipsam AO habet rationem finitam PC ad CA, esse itidem infinitesimam respectu OB, & DB, OB sumi posse pro æqualibus, ut & potiore jure OK, AK.

134 Fiat

134 Fiat igitur $CA^2 . CL^2 :: AO \times OK = AO \times AK = 2AO \times AC$. $OB^2 = DB^2 = \frac{2AO \times CL^2}{CA} = \frac{2AO \times SA \times AF}{AC}$, cumque sit $AP = CG$. AC: $AD . AO = \frac{AC \times AD}{CG}$, eo valore substituto fiet $DB^2 = \frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$. Ex alia parte cum velocitate finali acquisita in I per motum uniformiter accel̲eratum percurretur motu uniformi (num. 169 tom. 1) eodem tempore descensus per AI duplum ipsius AI, & cum eadem illa velocitate percurretur $AE = DB$ motu uniformi eo tempusculo, quo per illum eundem motum uniformiter acceleratum percurreretur AD, & spatia in motu uniformi cum eadem velocitate sunt, ut tempora (num. 75 tom. 1), spatia vero in motu uniformiter accelerato sunt (num. 166 tom. 1) ut quadrata temporum. Erit igitur $AI . AD :: 4AI^2 . DB^2 = 4AI \times AD$. Idem valor fuerat $\frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$. Igitur dividendo per $\frac{2AD}{CG}$ fiet $SA \times AF = 2CG \times AI = SM \times AI$, unde provenit $SM . AF = MA :: SA . AI$, & per conversionem rationis $SM . SA :: SA . SI$. Nimirum si sumatur AI versus S aequalis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quae habetur in A, acquireretur velocitas tangentialis habita ibidem, & sumatur SI tertia continue proportionalis post SI, SA, ea erit aequalis axi transverso. Quoniam autem coeuntibus focis F, S cum centro C habetur circulus, in quo altitudo illa AI aequatur dimidio radio (num. 274 to. 1), adeoque in ipso SI, & SM cadunt ad easdem partes SA; disjunctis utcunque focis, ut fiat ellipsis, cadet semper utraque ad eandem partem, & ubi ellipsis abierit in parabolam, facto axe SM infinito, evanescet SI, & abeunte in hyperbolam axe SM negativo ad partes oppositas post transitum per infinitum, abibit itidem SI post transitum per o. Sed in hyperbolae ramo citeriore debebit vi directionem habente contrariam abire AI ad partes oppositas S, adeoque SI erit semper positiva, & major, quam SA; ac proinde SM positiva itidem, sed minor.

135 Haec ad directum pertinent virium centralium theorema; ut autem inde gradus fiat ad demonstrationem theorematis inversi, notandum in primis illud: data quavis directione, & velocitate projectionis, data vi initiali in datum centrum, & data lege virium utcumque pendentium a distantiis, determinatur curva describenda, per num. 287 tomi 1, cujus tangens in puncto projectionis est ipsa projectionis directio juxta num. 221 tomi ejusdem; ac proinde non nisi unica curva cum iis conditionibus describi potest. Si igitur data quavis tangente, & velocitate tangentiali, ac puncto contactus, & distantia a foco, ac vi in ipsum focum in ipso puncto contactus, inveniatur sectio conica habens illum focum, transiens per illud punctum, ac habens eam directionem, & motus in ea talis, ut velocitas tangentialis ibidem sit aequalis datae; jam patebit projectione facta per illam tangentem cum illis conditionibus debere describi illam ipsam sectionem conicam, & proinde inversum illud theorema demonstrari. At id problema, quo ejusmodi sectio conica quaeratur, utique solvi potest ope eorum, quae num. 134 demonstravimus.

136 Sit enim S centrum virium, & corpus ex quovis puncto A projiciatur directione quavis AN, sit autem vis in A magnitudinis cujuscumque, &

 decre

decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro. Inveniatur (num. 423 to. 1) illa altitudo, ex qua motu uniformiter accelerato acquireretur velocitas illa data projectionis, & capiatur *AI* ipsi æqualis versus *S*, vel ad partes ipsi oppositas; prout vis fuerit attractiva in *S*, vel repulsiva. Si *I* cadat in *S* in priore casu foco *S* describatur parabola, quæ transeat per punctum *A*, & habeat pro tangente *AN*, quod facile præstabitur;
F.18 si enim in fig. 18 puncta *S*, *A*, & recta *NA* sint eadem, ac in fig. 17, ducatur *SΓ* perpendiculum in tangentem, producaturque tantundem in *V*, ac ducta *AV*, & ipsi perpendiculari *VX*, ea erit directrix, quod satis patet, & facile deducitur ex num. 65 meorum Conicorum, qua data una cum foco *F* facile describetur quæsita parabola per num. 126. At in reliquis casibus om-
F.17 nibus, facta *SM* in fig. 17 ad partes *SI* tertia post *SI*, & *SA*, ductaque *MN* perpendiculari in tangentem, & tantundem producta in F, erit *F* alter focus sectionis conicæ describendæ, quod patet ex æqualitate rectarum *AM*, *AF* in ea figura; & focis *S*, *F*, axe transverso æquali *SM* describatur, ubi *I* ceciderit inter *S*, & *A*, ellipsis, ubi extra ad partem utramlibet, hyperbola, (num. 124, & 125 Conicorum), quæ erit quæsita sectio conica.

137 Porro hujusmodi conica sectio describi potest vi quavis existente in *A*, & projectione facta per tangentem *AN* cum quavis velocitate (num. 261 tom. 1); & ex directo theoremate vis in ea erit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quare cum unica curva describi possit iis datis; illa ipsa, quæ constructa est, conica sectio describetur; adeoque quæcunque fuerit directio, & velocitas projectionis, ac vis initialis; si vires decrescant in ratione reciproca duplicata distantiarum, describetur sectio conica, & ad hoc ut in diversis etiam ellipsibus sint vires in ratione reciproca duplicata distantiarum, oportebit, sint quadrata temporum, ut cubi distantiarum mediarum, sive semiaxium transversorum, quod itidem patet ex primo theoremate.

138 Hoc pacto per Geometriam demonstratum est accuratissimè, licet indirectè, inversum theorema virium centralium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad quod directè eruendum ex constructione generali posita num. 282 tom. 1, requiritur infinitesimalis calculus, a quo hic ubicumque licet, abstinemus. Ejus demonstrationem directam sublimiore infinitesimali geometria adhibita exhibui etiam in dissertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decrescentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ etiam in Actis Bononiensibus prostat tomo 2; sed operosior est methodus; ac ad communem captum est multo aptior hæc indirecta, quam hic proposui.

139 Ibidem autem primum comperi, & edidi in dissertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decrescentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum plura corollaria, quæ in hac adnotatione proposui, quæ quidem ex hac constructione sponte consequuntur; quam ipsam constructionem simplicissimam sanè primum protuli in dissertatione de invenienda orbita Planetæ ope catoptricæ, in quam nimirum incidi in contemplatione quadam simplicissimi catoptrici problematis. Sunt autem ea corollaria hujusmodi. *Quæcumque sit projectionis distantia, & directio non tran-*

transiens per centrum virium, si vires fuerint attractiva in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro, describetur ellipsis, parabola, vel ramus hyperbola citerior, prout illa altitudo, per quam motu uniformiter accelerato vi, qua habetur in puncto projectionis, acquireretur velocitas projectionis ipsius, fuerit minor, aqualis, vel major, respectu distantia puncti projectionis a centro; si vires fuerint repulsiva, & in ea ratione decrescant, describetur semper ramus hyperbola ulterior. Hæc satis per se patent ex ipsa constructione exhibita; illa vero facillime inde deducuntur, *si directio projectionis fuerit perpendicularis recta tendenti ad centrum virium, fore punctum projectionis verticem alterum axis transversi*: nam e rectis per focos transeuntibus solus axis transversus transiens per utrumque focum est perpendicularis tangenti, quod eruitur facile e num. 181 Conicorum; & *ubi describitur ellipsis, centrum virium erit focus ulterior, ad quod mobile statim incipiet accedere, vel erit centrum circuli, in quod coeuntibus focis abibit ellipsis, circulo eandem distantiam retinente perpetuo ab ipso centro, vel erit focus citerior, a quo mobile statim incipiet recedere, prout illa altitudo fuerit minor, aqualis, vel major respectu dimidia distantia puncti projectionis ab ipso centro virium*; quod quidem facile eruitur ex ipsa constructione, cum *AM* debeat esse major, æqualis, vel minor respectu dimidiæ *SM*, nimirum dimidii axis transversi, prout *SI* fuerit major, æqualis, vel minor respectu dimidiæ distantiæ *SA*, adeoque e contrario *AI* minor, æqualis, vel major, & quod de accessu, ac recessu est dictum, pendet ab iis, quæ de maximo, & minimo foci radio demonstrata sunt in Conicis num. 58. Sed de his jam satis.

140 Quæ dicta sunt de vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, eruta ex orbita elliptica, locum habent etiam in gravitate Lunæ versus Terram, cum ejus quoque orbita sit elliptica, licet admodum perturbata. Quod dictum est de eadem eruta ex quadratis temporum proportionalibus cubis distantiarum, habet locum etiam in vi satellitum, qua in suos Primarios gravitant, cum & in iis tertia Kepleri lex locum habeat. Idem habere potest locum in comparanda etiam vi Lunæ cum nostris gravibus, si consideretur, ut satelles quidam, illud grave, quod num. 114 concepimus ita projectum, ut in circulum debeat abire, factus quidam veluc Planeta. Nam quadratum temporis periodici Lunæ minutorum primorum 39343 (num. 119) ad quadratum temporis ejus gravis gyrantis $83\frac{1}{2}$, ut eruitur ex num. 14, est proximè, ut cubus distantiæ Lunaris, ad cubum radii sphæræ æqualis Terræ, sive, juxta num. 123, ut cubus numeri 60. 24 ad 1. Sed revera non sunt accuratè proportionales ii numeri; nam illud grave gyraret circa centrum Terræ quamproxime, & insensibilem prorsus haberet perturbationem a Sole, Luna vero gyrat circa centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ non ita parum distans a centro Terræ, & sensibilem patitur perturbationem. Ad accuratam rationem inveniendam oporteret prius imminuere tempus periodicum Lunæ in ratione subduplicata vis non perturbatæ ad perturbatam, tum in ratione simplici summæ massarum ad massam Terræ, sive distantiæ a Terra ad distantiam a centro orbitæ, cum vires in eodem circulo sint in ratione duplicata reciproca temporum periodicorum,

 & vi-

& vires eodem periodico tempore directè, ut radii circulorum (num.125). Eo pacto inveniretur tempus Lunæ periodicum in ratione sesquiplicata distantiæ ad tempus gravis gyrantis, & accuratius haberet locum applicatio legis tertiæ Kepleri.

141 Hisce demonstratis, jam habetur satis ampla inductio investigationi ulteriori accommodatissima, gravitatis in toto Planetario systemate decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, a qua aperitur transitus ad Cometas, qui eandem vim sentire debent, & per eam conicas sectiones describere, quas si & ii describant, mirum in modum confirmari debet illa eadem gravitatis lex. Quamobrem hic jam ad eos transibimus; sed illud monendum superest de iis, quæ Noster tantummodo innuit a versu 608, & 635, quæ per theoriam ejusdem generalis gravitatis explicantur, nos inferius acturos, ubi & Noster de eorum explicatione agit.

§. 3. Ad notas in versus 875 &c.

DE COMETIS.

142 HIC illustrabimus ea, quæ ad Cometas pertinentia Noster fuse persequitur ab hoc versu 875 ad 1266; sed quæ ad ipsorum caudas pertinent, habebuntur inferius lib.6. Ac primo quidem diversa Cometarum genera, in quo conveniant cum Planetis, & cum stellis novis, in quo discrepent, exposuimus in adnotatione in versum 911. Ibidem innuimus zodiacum quendam, quem Cometis assignaverat Cassinus; is continetur illis binis veluti versibus *Antinous*, *Pegasusque*, *Andromeda*, *Taurus*, *Orion*, *Procyon*, *atque Hydrus*, *Centaurus*, *Scorpius*, *Arcus*: Addidimus ibidem falsum esse hisce limitibus Cometarum orbitas contineri, quæ juxta num. 31 liberrime quaquaversus diriguntur aliæ alio. Et quidem in Cometa hujus anni 1759, qui dum hæc scribimus, jam videri desiit, satis manifesto apparuit hæc ipsa falsitas; is enim ab omnibus ejusmodi signis ita recessit, ut ad polum australem accesserit, progressus ultra circulum nunquam apparentium, & circa 26 Aprilis per plures dies perpetuo infra nostrum Romanum horizontem depressus. Id nimirum accidit hypotesibus falsis, quas posteriores observationes plerumque solent evertere, dum veras semper magis confirmat consensus eorum, quæ consequuntur, cum iis, quæ ex theoria deducuntur.

143 Vanos pseudophilosophorum terrores ex Cometarum apparitione exposuimus in adnot. in versum 925, confutavimus in adn. in versum 945 errores eorum, qui Cometas censuerant Telluri proximos, ortos ex ipsius Telluris exhalationibus, in quo errore & Galilæus fuit, cujus omnis theoria de Cometarum natura, & orbitis erronea fuit, & statim concidit. Diximus ibidem ex diurnæ parallaxeos defectu innotuisse jam olim ipsi Keplero ingentem distantiam Cometarum a Terra. Quid sit parallaxis, exposuimus num. 37. Patet autem ex theoremate proposito num. 38 parallaxim horizontalem unius integri gradus habere objectum, quod distet per semidiametros Terræ plures, quam 57; & media Lunæ parallaxis est minuto-

rum

rum proxime 57. Parallaxis autem in Cometis plerumque nulla ad sensum deprehenditur; quod evincit illos longissime ultra Lunam sitos esse. Posset quidem Cometa aliquis ita ad Terram accedere, ut ingens etiam parallaxis oriretur, sed nullus e Cometis huc usque observatis evasit propior, quam Luna. Postremus Cometa hujus anni circa 20 Aprilis ita ad Terram accessit, ut parallaxim horizontalem habere debuerit multo majorem uno minuto primo, quæ idcirco observari, & definiri potuisset, si in Australi hemisphærio adfuissent Observatores: & quidem Cometæ satis accedentis ad Terram occasio esset admodum opportuna pro determinanda parallaxi diurna, & distantia a Terra ipsius, & per eam Solis, ac Planetarum reliquorum, qui minus accedant ad Terram, quam ipsi.

144 In adnotatione ad vers. 958, satis probatum est ipsos Cometas non oriri ab exhalationibus Planetarum etiam ex eo, quod videri incipiant plurimi Cometæ in maxima distantia a Planetis omnibus. Id ex historia Cometarum satis constat; nam plures primo apparuerunt, & procul a Planetis omnibus, & procul etiam a Zodiaco; quod autem in adn. ad vers. 971 est dictum ab eorum orbita everti sententiam, quæ ipsos a solaribus exhalationibus repetat, id habet vim post eorum demonstrationem, que superiore §. posuimus. Nam ex num. 139 constat corpus ubicunque projectum debere describere conicam sectionem transeuntem per punctum projectionis; si Cometæ essent exhalationes a Sole emissæ vi quacumque, deberent arcus, in quibus eos observamus, pertinere ad sectionem conicam transeuntem per ipsum Solem. Porro inter omnes 41 Cometas hactenus ita observatos, ut definitus sit ductus eorum orbitæ, nullius orbita per Solem transiit, unici, nimirum Cometæ anni 1680, ad Solem satis prope accessit: postremi Cometæ orbita in ipso Perihelio, ad quod is die 12 Martii debuit appellere, distabat a Sole plus quam per dimidiam Terræ a Sole distantiam.

145 Cometas esse sydera Mundo coæva conclusimus in adn. ad vers. 975 confutatis nimirum reliquis sententiis. Opiniones Veterum omnium, & sui ævi Philosophorum de Cometis eruditissime, ut solet, congessit Riciolius Almagesti tomo 2 lib. 8, sectione 1, cap. 4; quæ jam obsoleverunt omnes. Quod Cometæ sint sydera Mundo coæva, id satis jam persuasum erat Astronomis omnibus post ingentem consensum theoriæ Cometarum analogæ theoriæ Planetarum cum observationibus tum in 24 Cometis Halleyanis, quorum 3 fuerint idem Cometa, tum in reliquis 20 postea observatis, de quo consensu egimus in adnotat. ad vers. 1235. Sed ejus argumenti vis mirum quantum est aucta reditu postremi Cometæ hujusce anni, quem ipse Halleyus prædixerat. Sed de eo paullo inferius. Interea notandum illud, hanc sententiam de Cometis Mundo coævis etiam apud Veteres plurimos viguisse ita, ut apud eos non desint, qui affirment, eorum reditus a Chaldæis prænunciatos fuisse, de quibus Veterum sententiis plurima lectu dignissima eodem capite congessit Riciolius, ubi maxime notatu digna sunt plura egregia Senecæ loca de Cometis, quos & is censuit, esse sydera Mundo coæva, quæ tum demum apparere incipiunt, cum ad nos accedunt propius. Sed cum eos Aristoteles censuerit esse sublunaria quædam metheora, & Peripateticorum doctrina per tot consecuta sæcula viguerit sola, ea etiam sententia oppressa, & consepulta delituit,

 donec

donec Astronomia renascente in publicam iterum lucem est educta, & ad summum jam demum certitudinis gradum evecta.

146 Stabilito etiam, quod Cometæ sint quædam sydera Mundo coæva, supersunt plures theoriæ ipsorum falsæ refeliendæ. Contra Cartesii opinionem abunde est, quod diximus in adnotatione ad vers. 978, & Hypothesis Jacobi Bernoullii, quam innuimus in adnot. ad vers. 995, ita statim concidit, ut eam fusius exponere non sit operæ pretium: facile est eandem videre inter opera ipsius Bernoullii simul impressa. Omnes subsecuti Cometæ hypothesim deseruerunt.

147 In adnotatione ad versum 1011 egimus de theoria Cassini, & problemate Newtoni pertinente ad motum Cometæ, ut rectilineum, & æquabilem respectu Telluris consideratæ, ut immotæ. Cassini theoria non exhibebat distantiam Cometæ, sed tantummodo motum apparentem, quem ex tribus observationibus definiebat admodum facile hoc pacto. Sit in fig. 19 recta *AB*, per quam Cometa feratur motu æquabili. Spectanti e centro *C* sphæræ cælestis apparebit ejus motus in quodam circulo maximo, qui fit intersectio plani *ACB* cum ejus sphæræ superficie, in quo circulo data longitudine, & latitudine binorum punctorum *D*, & *F* facile est invenire ipsius circuli positionem, nimirum intersectiones cum Ecliptica, sive nodos, & inclinationem. Datis autem per tres observationes ejus circuli punctis tribus *D*, *E*, *F*, dabuntur positiones rectarum *CD*, *CE*, *CF*, in quas alicubi incidet recta *AB* in *G*, *H*, *I*. Concipiatur *GN* parallela *CI*, occurrens ipsi *CF* in *I*, & quoniam ex observatione dantur anguli *GCN*, *NCI*, sive *CNG*, dabitur ratio *CG* ad *CN*, quæ est inter sinum posterioris, & sinum prioris. Ratio autem *GN* ad *CI* eadem ac *GH* ad *HI* datur, cum ob motum æquabilem sint ut tempora inter observationes elapsa. Igitur datur etiam ratio *CG* ad *CI* ex iis rationibus composita, ex qua, & angulo *GCI* observato invenietur angulus *CGI*, sive inclinatio rectæ *AB* ad rectam *CD* datam.

F.19

148 Hoc angulo invento, si concipiatur perpendiculum *CK*, dabitur ratio *GC* ad *GK*, & cum in triangulo *GIC* specie dato detur etiam ratio *GI* ad *GC*, dabitur ratio *GI* ad *GK*, sive ratio temporis inter extremas observationes, & appulsum ad minimam distantiam in *K*. Dato autem quovis alio tempore, quo Cometa appellat ad *L*, dabitur ratio *GK* ad *KL* eadem, quæ est inter tempora per ipsas impensa, & ea est ratio tangentis anguli *GCK* ad tangentem *KCL*, quæ dabitur, cum detur angulus *GCK* complementum inventi *CGK*; nimirum pro quovis alio tempore datur locus *M* circuli maximi ejus orbitam exprimentis, in quo Cometa apparere debet. Et hæc quidem ad apparentem motum sufficiunt; verus autem cum vera distantia ex ea theoria definiri non potest; quia si recta *AB* concipiatur translata motu parallelo utcumque ita, ut accedat ad *C*, vel inde recedat utcumque, ratio rectarum, quæ sola datur, manet omnino eadem.

149 Ubi Cometæ a Perihelio satis distant, ut arcus Parabolæ, quam describunt, satis accedat ad rectam, & motus ad æquabilem, hæc theoria exhibet loca non multum erronea. Hinc res Cassino utcumque successit; ac prima ea fuit methodus, qua ex aliquot observationibus cum successu aliquo inquisitum est in motum apparentem, & reliquum Cometarum cursum nondum observatum.

150 Ex

150 Ex eadem hypothesi motus rectilinei, & uniformis inquisivit Newtonus in orbitas Cometarum per quatuor observationes, arbitratus, posse ita & distantiam, & positionem orbitæ definiri, ac ea methodo inquiri in distantiam Cometæ veræ proximam saltem, ubi ipse satis distat a perihelio, quam methodum, & ad id ipsum adhibendam proposuit David Gregorius, & irrito conatu Astronomi nonnulli adhibuerunt. Problema autem est hujusmodi. Datis positione 4 rectis invenire aliam, quæ ipsas secet ita, ut tria illa segmenta iis intercepta sint in ratione data. Id problema applicatur Cometis in ea hypothesi accipiendo pro 4 rectis datis, quatuor rectas tendentes a 4 locis Terræ ad quatuor loca Cometæ redacta ad Eclipticam, & sumendo pro ratione data trium segmentorum rectæ quæsitæ tria intervalla temporum inter illas quatuor observationes. Ejus problematis solutionem & Wrennius, & Vallisius dedit, & Newtonus solutionem ejus exhibuit in Arithmetica Universali prop 56, & ipsum binis aliis methodis solvit in corollario lem. 27 lib. 3. Omnes quidem pro ejus solutione inveniunt necessarium illud, ut illæ quatuor rectæ per idem punctum non transeant; quo casu vel impossibile problema est, vel infinitas solutiones admittit; si enim sint 4 rectæ datæ *CD*, *CE*, *CF*, *CM*, & inventa directione rectæ *AB* per sola intervalla *GH*, *HI*, obveniat forte etiam tertium intervallum *IL* in eadem illa ratione data ad præcedentes; quæcumque recta ejusdem directionis utcunque distans habebit tria illa segmenta in eadem illa ratione data inter se, ac solutiones erunt infinitæ; secus vero illud problema erit impossibile.

151 Si verò illæ quatuor rectæ per idem punctum non transeant; solutiones exhibitæ determinabant distantiam per valores datos ita, ut videretur semper problema esse determinatum, & unicam solutionem admittere. At ego quidem inveni, & facile demonstravi in mea dissertatione de Cometis, esse casum, in quo problema indeterminatum remaneat, & nihil prorsus de distantia, & positione rectæ quæsitæ definire possit; & quidem is casus est ille ipse, qui occurrit in applicatione ad Cometas. Is casus habetur quotiescunque binæ rectæ inter se non paralleiæ habeant terna segmenta singulæ, quæ ad se invicem sint in eadem ratione, & per extrema respondentium segmentorum puncta agantur 4 rectæ, quæ quidem ad idem punctum non concurrent, ut facile demonstrari potest. Porro in eo casu, si accipiatur in quavis ex iis 4 rectis punctum ad arbitrium, potest semper, ut ibidem demonstravi, duci per id recta, cujus tria segmenta sint in eadem illa ratione inter se, in qua sunt binarum assumptarum segmenta; unde consequitur datis illis 4 rectis, & illa segmentorum ratione, non posse definiri distantiam, & positionem rectæ quæsitæ, sed problema indeterminatum esse, & infinitas solutiones admittere. Porro eum ipsum casum occurrere in applicatione ad Cometas patet ex eo, quod ad ipsam applicationem oportet assumere arcum Cometæ non ingentem, qui haberi possit pro rectilineo, & motus in eo pro uniformi: inde autem fit, ut & arcus eodem tempore a Terra descriptus pro rectilineo haberi debeat, & motus pro uniformi; ac proinde 4 rectæ, quæ a 4 Terræ locis ducuntur in plano Eclipticæ per 4 loca Cometæ, habent jam interceptas binas rectas, nimirum viam Terræ, & viam Cometæ, habentes segmenta rationis ejusdem definitæ a temporum intervallis, & problema indeterminatum relinquunt.

 152 Id

152 Id quidem ibi a me demonstratum, an alii advetterint, ignoro sane. Sed id in causa est, cur ejusmodi problema adhiberi non possit ad investigandas distantias ne veris quidem proximas. Si motus Cometarum esset revera rectilineus, & æquabilis, & observationes assumerentur ita remotæ, ut arcus orbitæ terrestris plurimum a recta linea recederet, nam motus ejus ab æquabilitate semper parum admodum recedit, usum haberet aliquem problema ipsum; sed motus Cometarum non fieri in rectis lineis vel ex eo innotuit, quod in ea hypothesi non possunt integrum semicirculum percurrere, nec ad eclipticam devenire, nisi in unico puncto, cum tamen Cometæ plures percurrerint plusquam semicirculum, ut & hic postremus hoc anno, & per nodum utrumque transierint in eadem apparitione. Patet autem idem ex eo etiam, quod cum versentur in regione Planetarum, debeant vi gravitatis in Solem detorqueri ad conicam sectionem. Idcirco applicatio ejus problematis ad Cometas requirit exiguum arcum, qui pro rectilineo assumi possit: eo assumpto problema remanet adhuc determinatum idcirco, quod arcus uterque Terræ, & Cometæ a recta linea, & motus ab æquabili abludit. At quoniam eæ aberrationes in motu Cometæ removent simul conditiones a conditionibus problematis, & ipsæ fere solæ determinationem perficiunt; idcirco solutio exhibere debet plerunque errores immanes. Et ideo Eustachio Zanotto viro Astronomicarum rerum peritissimo hoc Gregorianum præceptum reducenti ad praxim in Cometa anni 1739 positio orbitæ Cometæ per ejus problematis solutionem determinata obvenit prorsus contraria ei, quæ debuerat obvenire, ut nimirum cum Cometa versus Solem apparuerit, rejectus fuerit a solutione problematis ad partes Soli oppositas.

153 Eodem vitio laborare ibidem demonstravi aliam Methodum a Bouguerio prolatam in Commentariis Acad. Parisiensis ad annum 1733, in qua, assumpto exiguo arcu a Cometa descripto pro rectilineo, per tres observationes proximas definit, ad quam sectionem conicam legibus Keplerianis descriptam is pertineat; quam ob causam orbitam Cometæ anni 1730 pro ad sensum parabolica, uti revera extitit, invenit hyperbolicam, & quidem remotissimam; errore totam investigationem evertente, quod probe notandum est in solutionibus problemarum, in quibus non raro incī ditur in hujusmodi casus, in quibus problematum solutiones exhibentur ab iis tantummodo, quibus vera problematis data discrepant ab assumptis, quæ accipiuntur pro iisdem, ut ipsis proxima.

154 Ut a falsis theoriis delabamur ad veram, vidimus in adnot. ad versum 1038 pro fundamento investigandæ theoriæ ipsius, Cometas descendere inter Planetas, unde consequitur eos debere vi gravitatis solaris describere unam e tribus conicis sectionibus juxta num. 139, & exclusa Hyperbola, ac Parabola, ne in infinitum abeant, & solare systema relinquant, remanere ellipsim, sed oblongam admodum, cum perquam exiguo integræ conversionis tempore appareant, uti in adnot. ad vers. 1092 definivimus, adjectis binis aliis ejusdem rei conjecturis, quæ Newtonum sensim ad veram theoriam deduxerunt indirecta illa investigationis methodo procedente per attentationem, & positiones, ac conjecturas prudentes, non per directas demonstrationes, quæ ubique in Astronomia aditum ad veras theorias aperuit.

155 Stabilito, quod motus fieri debeant in orbe elliptico satis oblongo, debebat

debebat videri, an observationes ejusmodi motibus responderent. In adn. ad vers. 1117 affirmavimus facile definiri orbitam ellipticam, si præter focum dentur tria orbitæ puncta. Id quidem omnibus conicis sectionibus generale est. Sit in fig. 20, F focus, tria puncta A, B, C. Capta in FB recta $FI = FA$, & in FC recta $FL = FB$ ducantur IA, LB, & iis parallelæ FD, FE, quæ in D, & E occurrant rectis BA, CB, & directrice recta MN per illas ducta, foco F, ratione FA ad perpendiculum BG in ipsam MN demissum, describatur coni sectio (num. 34 conicorum), quæ transibit etiam per puncta A, B, C. Ductis enim etiam perpendiculis AK, CH erit $FB . FI = FA :: BD . AD :: BG . AK$, & alternando $FB . BG :: FA . FK$; & simili argumento erit etiam $FB . BG :: FC . CH$, adeoque omnia puncta A, B, C ad illam eandem conicam sectionem pertinebunt. F.20

156 Ea methodo uti liceret, si quis e Sole Cometam observaret, & præter trea directiones rectarum FA, FB, FC posset acquirere trea diametros apparentes, quæ distantiarum actionem exhiberent. Sed etiam sine diametris apparentibus, ex sola directione illarum trium rectarum, & temporibus impensis in percurrendis arcubus AB, BC, posset determinari orbita, uti innuimus etiam num. 103, verum illa directio, quæ in Planetis obtinetur per observationes pluribus oppositionibus, vel conjunctionibus respondentes, in Cometis non habent locum, qui per exiguum longissimarum periodorum tempus apparent.

157 Oportuit igitur adhibere ad determinationem orbitæ Cometarum solas directiones rectarum, quæ a tribus Terræ locis ducuntur ad tria loca Cometæ, & temporum intervalla. Ea ipsa problema determinant, sed pro ellipsi difficultas solutionis est inextricabilis; & illud commode accidit, quod ellipses longissimæ arcum foco proximum habent arcui parabolico ita finitimum, ut vix alter ab altero discerni possit, quod patet ex ipsa transformatione ellipseos in parabolam, quam pluribus jam vicibus nominavimus; pro parabola autem solutio saltem indirecta, & per falsas positiones difficilis quidem est, & molesta, sed non penitus intractabilis. Directa etiam problematis solutio pro parabola non excedit vires finitæ Algebræ ob quadraturam parabolæ ab ipso Archimede inventam, quæ comparationes arearum analyticas permittit finitis valoribus algebraicis expressas, & methodum, qua ad æquationem deveniri possit, exposui; sed, quod ibidem notavi, æquatio ipsa ad altissimum gradum ita assurgit, ut nulli usui esse possit.

158 Aliam ego quidem exhibui methodum in eadem dissertatione, qua per trea observationes ita proximas, ut motus interea facti a Tellure, & Cometa pro rectilineis accipi possint, definiuntur ope æquationis sexti gradus distantiæ a Sole, & per eas positio arcus parabolici, ac exhibui ipsas correctiunculas debitas curvaturæ exiguæ, & inæqualitati motus utriusque, quæ quidem methodus directa est, & ad veros valores cito conducit, sed ipsa quoque resolutio æquationis gradus sexti est admodum molesta; adeoque præstat alias adhibere indirectas methodos, quæ adhibitis observationibus utcumque remotis ad solutionem deducunt per plures falsas positiones, cujusmodi methodum Newtonus invenit, & adhibuit, tum plures Astronomi excultam magis, ac expolitam tradiderunt. Præcepta, & exempla inveniet satis ad rem idonea, qui velit, in Caillianis etiam elementis; nam

ea rer

ea res est multo prolixior, quam ut intra nimis arctos horum supplementorum limites contineri possit.

159 Ex orbita determinata multo facilius inveniuntur loca ad datum tempus, ut qui orbitam vel invenerit per tres observationes, vel ab alio inventam acceperit, possit ex suarum observationum consensu, vel dissensu judicare de theoria ipsa. Id autem fit per expeditissimam constructionem, quæ apud Newtonum habetur Princ. lib. 1. pr. 30, vel per calculum itidem expeditissimum, quem Halleyus diggessit, computata unica tabula, quæ ob omnium parabolarum similitudinem una omnibus inservit Cometarum parabolicis motibus, & ea applicatio innititur huic principio, quod tempora, quibus habentur motus angulares iidem a perihelio, sint in ratione sesquiplicata distantiarum homologarum quarumcunque, adeoque & distantiarum periheliarum, quæ pertinent ad orbitæ determinationem. Ejusmodi tabulam videre est etiam ad calcem Gregorianæ Astronomiæ, & in Caillianis elementis, in quibus habetur tota ratio ineundi calculi tam in orbe parabolico, quam in elliptico, ut & apud alios recentiores Astronomos passim occurrit. Est autem pro Cometarum motu & illud elegans a Newtono demonstratum princ. lib. 1 cor. 7 pr. 16 velocitatem in quovis parabolæ puncto ad velocitatem corporis gyrantis in circulo in eadem a foco distantia esse in ratione subduplicata numeri 1 ad 2; unde facile deducitur, velocitatem tum ejusdem Cometæ in diversis punctis orbitæ suæ, tum diversorum Cometarum ubicumque esse semper in ratione reciproca subduplicata distantiæ a Sole, quod omnium Cometarum motus secum invicem arctissimo quodam nexu conjungit.

160 Theoria tam arctis connexa vinculis, & quæ ad quævis data momenta determinat ipsum locum Cometæ, sine ullo arbitrio ipsam ad observationes pertrahendi, est sane aptissima ad hoc, ut per observationes vel evertatur penitus, vel penitus confirmetur. Ubi enim quivis novus Cometa illucescit, præter observationes tres, quæ orbitam determinant, quævis alia observatio dissensu suo totam funditus theoriam everteret; atque ideirco consensus observationum cum theoria ipsa eam probat vi, quam meritur ratio summæ locorum, in quibus si observaretur, dissentiret, ad summam locorum, in quibus cum sit, non habetur dissensus major, quam is, quem observatio satis conformis theoriæ exhibet, qui in observationem, vel in aberratiunculas a Planetarum actione ortas refundi possit, quæ quidem ratio immensa est, ubi arte observandi usque adeo promota non nisi perquam exigua discrimina inveniantur. At id reipsa accidit: nam & in Cometa anni 1680, & in tot Halleyanis, & in omnibus Cometis post Halleyum observatis, ut monuimus in adnot. ad vers. 1148, 1191, 1129 tantus ejusmodi consensus inventus est, ut in Planetarum theoriis major non habeatur, & quidem in recentioribus selectis observationibus vix aliquot secundorum discrimen invenitur.

161 Sed maxima toti theoriæ accessit vis ex postremo hujusce anni Cometa, qui ab Halleyo primum prænunciatus, ab Astronomis omnibus expectatissimus, tandem advenit, & sententiam de Cometis per ellipses maxime oblongas, sed ellipses, in gyrum actis, ac totam Newtonianam theoriam mirum in modum confirmavit. En brevem ejus historiam. Cum Halleyus in 24 orbitas Cometarum a se ex Newtoniana theoria definitas diligen-
tius

tius inquireret, ac earum elementa inter se conferret; invenit tres tantummodo ex iis inter se ita conformes, ut pro eadem assumendæ omnino esse viderentur. Eæ sunt, quæ pertinent ad Cometas annorum 1531, 1607, 1682. Sunt autem earum orbitarum elementa, quæ sequuntur: ponitur primo loco annus, quo ad perihelium appulerunt, secundo locus nodi ascendentis, tertio inclinatio orbitæ ad eclipticam, quarto locus perihelii, quinto distantia perihelia a Sole in iis partibus, quarum distantia media Terræ a Sole continet 10000, quinto tempus medium transitus per perihelium ad meridianum Parisiensem juxta Cassium; fuit autem Cometa semper retrogradus.

Annus	Locus Nodi A.	Incl. orbitæ	Lo. perihelii	Distantia	Tempus perihelii
	s. ° ' "	° ' "	s. ° ' "		Mensis d. h. '
1531	1. 19. 25. 0	17. 56. 0	10. 1. 39. 0	5670	Augusti 24. 21. 27
1607	1. 20. 21. 0	17. 2. 0	10. 2. 16. 0	5849	Octobr. 26. 18. 54
1682	1. 21. 16. 30	17. 56. 0	10. 2. 52. 45	5833	Septem. 14. 7. 48

162 Discrimen, ut constat, erat perquam exiguum, & quidem is, qui videtur progressus nodi, & aphelii, est potius regressus, nam interea principium Arietis, a quo ii numeri exordium sumunt, regressum est paullo plus quam per unum minutum, nimirum spatio annorum circiter 75. Intervalla autem temporum sunt annorum 76, vel 75, parum itidem discrepantia, & ante simile intervallum in Cometarum historia occurrit Cometa insignis anno 1456, cujus tamen astronomicæ observationes desunt ad determinandam accurate orbitam. Cum admodum inverosimile videretur diversos Cometas eandem fere, ad æqualia fere temporum intervalla, tenuisse viam, censuit Halleyus omnino post idem circiter intervallum expectandum esse eundem Cometam, adeoque sub finem anni 1757, vel anno 1758 appariturum. Apparuit quidem anno 1757 Cometa, quem tamen statim constitit longe aliam tenere viam; adeoque longe alium esse ab eo, qui expectabatur; & maxima pars sequentis anni 1758 effluxerat, quin Astronomis atque Geographis quidquam de Cometa expectato constaret; cum Clerautius die Novembris 13 in primo Academiæ Parisiensis consessu, suas cum Academicis de eodem Cometa meditationes communicavit, ex quibus ejus reditum præmature expectatum videri sibi affirmabat, quem circa 18 Aprilis sequentis ad perihelium adventurum ex calculis molestissimis a se initis arbitraretur.

163 Viderat jam olim ipse Halleyus inæqualitatem binarum periodorum, cum prior habuerit annos 76, dies fere 63, posteriori ad 75 annos defuerint dies 42; quod discrimen repetendum erat ab actione Planetarum, nam orbitæ ellipticæ parabolia proximæ minima perturbatione velocitatis, & vis, possunt augere plurimum axem transversum, & idcirco etiam tempus periodicum. Nimirum in ejusmodi ellipsibus in fig. 17 *AI* debet esse quamproxime æqualis *AS*, cui accurate æqualis est in Parabola. Quamobrem residua *SI* est perquam exigua, & mutatio rectæ *AI* pendentis a vi, & velocitate, exigua respectu ipsius, debet non exigua esse respectu *SI*, quæ id- F. 17

circo

circo mutationem inferet axis *SM* non exiguam respectu ipsius, cum sit ipse axis *SM* tertius post *SI*, *SA*, adeoque manente *SA*, debeat esse mutatio *SM* ad ipsam *SM*, ut est mutatio *SI* ad ipsam *SI*.

164 Id quidem erat admodum manifestum, sed nemo adhuc ausus erat vivente Halleyo inquirere per Geometriam, & calculum in mutationes, quas sibi invicem inducunt Planetarum, & Cometarum actiones. In id problema jam ab aliquot annis inquiritur summo Geometrarum primi ordinis conatu, qua de re & ego dissertationem edidi, qua sine integrali calculo theoriam exposui Geometricam determinandis aberrationibus mutuis Jovis, & Saturni, ut arbitror, non ineptam: & quam censeo ad has ipsas hujus Cometæ inæqualitates determinandas ex Planetarum actionibus ortas, applicari facile posse, quod etiam, si per tempus licuerit, me olim præstiturum confido. At primus id in Cometis sua methodo Clerautius præstitit, qui post longissimas calculorum ambages, computatis tantummodo Jovis, ac Saturni actionibus, qui in hoc potissimum Cometa plurimum possunt, invenerat & priorem illam binorum periodorum inæqualitatem unius anni, ac mensium plusquam trium, & hanc periodum deduxerat fore circiter 76 annorum, & mensium 7, nimirum longiorem postrema mensibus circiter 20, & præcedente mensibus circiter 5. Id ipsum in eo congressu modeste admodum, & subdubitanter proposuit.

165 Exitus admodum felix ingentem summis tanti viri laudibus cumulum adjecit. Sub finem Decembris deprehensus est in Saxonia a Rusticis Cometa ad Solem redux, adhuc remotus, ægre conspicuus, quem Hinsius Lipsiæ observavit Januario mense, & ex iis observationibus cognovit esse illum ipsum, qui expectabatur, ac reliquum apparentem futurum cursum, utcumque definitum, prænunciavit. Fuit, qui & Parisiis eum eodem tempore observaverit, re cum aliis Astronomis nequaquam communicata, quæ communicatio multo plures nobis, & admodum opportunas observationes peperisset. Paullo post ad superiorem cum Sole conjunctionem accedens videri desiit, & 12 Martii ad perihelium appulit, unde redux primo quidem mane ante ortum Solis sub Martii finem, & magna Aprilis parte conspectus est, & a pluribus Astronomis observatus, quem hic Romæ usque ad Aprilis 22 vidimus, quum latitudine ipsius Australi aucta plurimum ob distantiam a Terra plurimum imminutam ita ad Australem polum accessit, ut supra horizontem usque ad diem 28 ipsius mensis nunquam prodierit. Regressum versus Æquatorem tum vidimus, ad quem accessit semper magis, & vespere videri cœpit diu conspicuus, donec declinante jam Majo Lunæ crescentis fulgor, & distantia a Terra ita eum nobis eripuerunt, ut deinde penitus videri desierit ob suam distantiam, & atmosphæram ingentem obtundentem vim luminis jam penitus inconspicuus.

166 Mihi quidem admodum paucas observationes, quibus fidere possim, inire licuit defectu commodi ad observandum loci; adhuc tamen ex orbita superiore sæculo definita, & unica observatione medio Aprilis Romæ habita a R. P. Audifredo diligenti ex Dominicanorum familia observatore, qui & alias plures deinde instituit potissimum, ubi vespere se in conspectum dedit, reliquum omnem cursum sola constructione deductum in globo Cælesti ex-

stante

stante in hac nostra Bibliotheca publicè proposui, quem utut maxime inæqualem, omnino tenuit ita, ut paucorum plerumque minutorum discrimen viæ ibi tum initio delineatæ a via, quam tenuit, habuerim.

167 At uberiorem accuratissimarum observationum seriem ad me nuper Caillius transmisit litteris datis 3 Junii, quarum postrema pertinet ad diem Maii 28, ubi hæc addit. *Interim jam theoriam in arcu elliptico supputare aggressus sum; peractis autem calculis, sed incudi nondum redditis, inveni perihelium incidisse in diem Martii 13, h. 13, 53' temp. med. Parisiis, cum Cometa esset in puncto orbitæ suæ sig. 10. 3°. 57', distaretque a Sole o. 5835, posita orbis magni semidiametro = 1, locus nodi ascendentis sig. 1. 23°. 51', & inclinatio orbitæ 17°. 39'. Assumo autem periodicam revolutionem 27700 dierum, trientem nempe intervalli inter primam anno 1531 apparitionem, & postremam hanc. Clairautius parat libellum de eo Cometa edendum*. Hæc ille, ubi satis jam constat consensus horum elementorum cum præcedentibus, mutatione utique, quæ & ipsa ab actionibus Planetarum provenire potuerit, quod e Clerautianis calculis brevi docebimur.

168 Hunc nemo sane, primum nimirum ea in re conatum, non felicissimum esse arbitrabitur, nam illud 37 dierum discrimen, quo appulsus ad perihelium proxime tantummodo determinatum tempus prævertit, vix totius periodi est pars septingentesima quinquagesima, quam ipsam approximationibus calculorum ulterioribus, & aliorum Planetarum actionibus computatis sublatum iri, nullus dubito, ac intra multo arctiores limites proximum ejus sequenti sæculo reditum prænunciandum, quem multi ex iis, qui jam vivunt, utique intuebuntur; interea huic jam septimo fere Planetæ detecto audio, dum hæc scribo, vulgo Parisiis meritissimò *Clairautii* nomen impositum.

169 Hic igitur Cometa, & Cometarum rite prænunciatum reditum jam primus exhibuit, & non solum cursu ad gravitatis solaris leges exacto, gravitatem in Solem per totum systema Planetarum, ac Cometarum longe lateque pertinentem confirmavit, in quo cum cæteris Cometis convenit; sed per ipsam hane periodorum inæqualitatem ab actionibus Jovis, at Saturni repertam confirmavit etiam gravitatem mutuam Planetarum omnium ac Cometarum, quam mutuam gravitatem inter omnes particulas proposuimus in adn. ad vers. 1350, & comprobavimus in adn. ad vers. 1356, & 1365 per figuram globosam astrorum omnium, ac Terræ, & per actionem, & reactionem æquales, in adn. 1394 per maris æstum indicantem gravitatem partium Telluris in Lunam, de quo agemus fusius lib. 6, & in adn. ad vers. 1405 per aberrationes Planetarum, & exiguum dissensum tabularum post longum tempus a phænomenis, quod argumentum majorem acquiret vim, si perfecta adhuc magis solutione problematis, quod appellant trium corporum, satis certo per satis convergentes series reduci poterunt ad certos calculos, & determinate eruì omnes inæqualitates illæ, quas theoria requirit, ut cum observationibus conferri possint.

170 Interea, quæ huc usque obtinuimus, abunde sunt adhibenti investigationis methodos ad extendendam legem gravitatis mutuæ decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum a se invicem, ut ab analysi, qua ad eam

eam deventum est, pergamus ad synthesim, qua ejus consectaria videamus, ut ex ipsa deduci possint tum per certum regressum ea, ex quibus ad ipsam devenimus, tum alia, quorum leges frustra per solas observationes quæreremus, licet plerasque, ubi per theoriam invenerimus, possimus cum observationibus conferre, & ex consensu semper magis theoriam ipsam confirmare. Id pertinet ad sdn. in vers. 1405, in qua tamen notandum illud, quod innui de mea opinione circa gravitatis generalis legem, quam solum in aliquanto majoribus distantiis arbitror satis proxime accedere ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, sed ab ea in minimis distantiis recedere in immensum, & esse partem legis virium multo generalioris, de qua libro 10 agemus multo uberius.

§. 4. Ad not. in versus 1446. &c.

DE SYNTHETICA DEDUCTIONE PLURIUM, QUÆ PENDENT A GENERALI LEGE GRAVITATIS MUTUÆ INTER PARTICULAS.

171 Primo quidem, quod pertinet ad binas massas, quæ concipiantur compenetratæ singulæ in singulis punctis, abunde patet ex iis, quæ dicta sunt in adnot. ad vers. 1446, 1463, 1476. Satis patet, cum singula puncta primæ massæ graviteat in singula puncta secundæ, fore in data quadam distantia vim, qua urgetur punctum quodvis primæ massæ in quodvis punctum secundæ, æqualem summæ virium æqualium, quibus tendit in singula puncta alterius, adeoque fore vim ejusmodi proportionalem numero punctorum massæ, in quam tenditur, & cum mutata distantia quævis ex iis viribus, qua id punctum urgetur in singula puncta, mutari debeat in ratione reciproca duplicata distantiarum, tota vis, qua punctum quodvis primæ massæ urgetur in totam massam secundam, erit directe ut massa secunda, & reciproce, ut quadratum distantiæ. Erit autem huic vi proportionalis celeritas, quæ oriri debet tempusculo infinitesimo in quovis puncto primæ massæ, quæ celeritas dicitur etiam celeritas massæ totius, adeoque ea erit vis acceleratrix massæ ipsius.

172 Habebitur igitur hujusmodi theorema: *vis acceleratrix, qua massa quævis tendit in aliam quamvis, erit directe, ut massa, in quam tenditur, & reciproce, ut quadratum distantiæ*. Dicatur G ea vis acceleratrix primæ massæ, quæ quidem solet appellari gravitas, g vis ejusmodi massæ secundæ, dicatur autem prior massa M, posterior m, distantia vero communis D, eritque $G = \frac{m}{DD}$, & $g = \frac{M}{DD}$, unde fit, ut hæ binæ gravitates non sint æquales, sed sit $G . g :: m . M$, nimirum, *ubi duæ massæ in se mutuo tendunt, vis acceleratrix, sive gravitas primæ ad vim acceleratricem, seu gravitatem secundæ erit, ut secunda massa ad primam*.

173 At summa virium, quibus omnia puncta alterius massæ tendent in totam secundam massam, erit præterea multiplicanda per numerum punctorum ipsius.

ipsius. Ea erit vis motrix, quæ dicatur pondus, adeoque si eadem dicatur P, & p, erit tam P, quam $p = \frac{Mm}{DD}$ Nimirum, *erit vis motrix, sive pondus directe ut factum ex utraque massa, & reciproce, ut quadratum distantiæ, ac bina ejusmodi vires motrices erunt inter se æquales*; quod posterius continet actionis, ac reactionis æqualitatem.

174 Hisce facilioribus expeditis, transeundum ad id, quod in adn. ad vers. 1484 promittitur, nimirum ad methodum computandi vim, qua massa molem occupans tendit in massam diffusam itidem per molem aliquam, ubi oportet colligere summam omnium inæqualium virium, quibus singula puncta massæ tendentis gravitant in singula massæ, in quam tenditur, redactarum ad directionem eandem, tum, saltem pro globis vim mediam, quæ orietur in massa tendente, ortam e summa omnium virium, quibus ejus puncta tendunt, redactarum itidem ad eandem directionem, & divisam per summam eorundem punctorum, quæ cum ob mutuum nexum non possint se invicem deserere, debent communi quadam velocitate ferri. Hanc theoriam altius repetam methodo, quam olim proposui in dissertatione de Observationibus Astronomicis, incipiendo a determinatione vis, qua punctum quodpiam gravitat in massam mole data præditam, & sæpe iisdem verbis.

175 Lem. 1. Trahatur in fig. 21 corpusculum C positum in centro sphæræ AbB æqualiter ab omnibus punctis E sitis intra curvam quamcumque $QOVH$, descriptam in superficie sphæræ ipsius, & vis absoluta secundum CE resolvatur in duas per CD, ED, alteram normalem plano circuli maximi ABb, quæ dicatur perpendicularis, alteram in ipso plano jacentem, quæ dicatur lateralis. Demum curva $QOVH$ projiciatur in planum ejusdem circuli in curvam MRL per rectas ipsi plano perpendiculares. Dico vim absolutam totius areæ curvæ projectæ $QOVH$ ad vim ipsius perpendicularem fore, ut est ipsa area ad aream curvæ MRL genitæ ex projectione. F. 21

176 Demonstratur. Dividatur area $QOVH$ per quadrantes PB, Pb infinite proximos inter se ductos ex P polo circuli ABb in spatia $QOVH$, quæ iterum per arcus EF, ef circulorum, quorum P polus, dividantur in spatiola $EFef$, & demittantur ab omnibus eorum punctis perpendicula ED, ed, FG, fg, projectis arcubus Ee, Ff in arcus DG, dg circulorum ex centro C descriptorum, dividaturque area curvæ MRL in totidem particulas, quarum una $DdgG$. Ducatur præterea CE, & eI parallela, & æqualis Dd occurrens DE in I. Satis patet areolas Ef, Dg æquivalere rectangulis, quorum bases EF, DG æquales, & quorum altitudines Ee, Dd. Est autem ob similia triangula rectangula CDE, EIe, Ee ad QI æqualem Dd, ut CE ad ED, sive ut vis absoluta ad perpendicularem. Erit igitur altitudo rectanguli Ef ad altitudinem rectanguli Dg, sive area primi ad aream secundi, ut vis absoluta ad normalem. Exprimatur vis absoluta singulorum punctorum areolæ Ef per unitatem, & vis absoluta totius areolæ exprimetur per ipsam areolam, ac proinde vis perpendicularis per areolam Dg. Cumque eadem sit demonstratio pro omnibus particulis curvarum $QOVH$, MRL, exprimet prima vim suam absolutam, & secunda vim ipsius perpendicularem. Quare erit ea vis absoluta ad perpendicularem, ut prima area ad secundam. Q. E. D.

177 Cor. 1.

177 Cor. 1. Si curva *QOVH* abeat in totam ſuperficiem hemiſphærii, abibit area *MRL* in circulum maximum. Cum igitur ex Archimedis inventis ſuperficies hemiſphærii ſit dupla circuli maximi, erit vis abſoluta ſuperficiei circuli maximi dupla vis normalis ejuſdem: vis autem lateralis elidetur tota actionibus contrariis.

178 Inde jam facile definiri poteſt vis, qua trahitur a toto hemiſphærio punctum ſitum in ejus centro, ſi ab omnibus ejus punctis trahatur in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Sit vis in punctum quodvis in diſtantia $r = 1$, & ſi diſtantia quævis dicatur x, erit in ea diſtantia $\frac{1}{xx}$: ſit ratio radii ad dimidiam circumferentiam 1 ad c: erit cx^2 circulus maximus, & $2cx^2$ ſuperficies hemiſphærii radio x; $2cx^2dx$ dimidium orbis ſphærici, cujus craſſitudo dx, & ejus vis abſoluta $\frac{2cx_2dx}{x^2} = 2cx$, adeoque ejus vis perpendicularis directa per ejus axem erit cdx, quarum omnium ſumma evadit cx, quæ eſt ſemicircumferentia circuli maximi ejuſdem hemiſphærii.

179 Lem. 2. Si *HO* (fig. 22) ſit communis interſectio ſuperficiei ſphæ-
F. 22 ræ *CH*, cum pyramide *CP*, cujus baſis *Pp* infinitè parva, & ſupra aream *DR* genitam ex projectione areæ *HO* erigatur cylindricum *RDM*, cujus altitudo æquetur ſegmento *NP* lateris ejus pyramidis, ac vim abſolutam, qua ſingulæ ejus particulæ trahunt corpuſculum ſitum in *C*, exprimat unitas diviſa per quadratum diſtantiæ, vim ſegmenti *NP* perpendicularem exprimet cylindricum *RN* diviſum per quadratum *CH*.

180 Demonſtratur. Concipiatur tota pyramis diviſa per ſuperficies ſphæricas æquali intervallo inter ſe diſtantes in particulas infinite parvas, ut *Hh*, *Nn*, & cylindricum *RM* in particulas *Dd* planis eodem intervallo inter ſe diſtantibus. Vis abſoluta cujuſcumque particulæ *Nn* æquabitur vi abſolutæ *Hh*; nam erit ſolidum *Hh* ad ſolidum *Nn*, ut baſis *HO* ad baſim *NE*, quæ baſes ſunt, ut quadrata laterum *CH*, *CN*, adeoque erunt vires ſingulorum punctorum ſolidi *Oh* ad vires punctorum *En*, ut numerus punctorum in *En* ad numerum in *Oh*, ac proinde ſummæ omnium æquales. Æquabuntur idcirco & vires perpendiculares. Nam ſi ex ſingulis eorum punctis demittantur perpendicula *HD*, *NS*; erunt omnia triangula *NCS*, *HCD* vel accuratè vel æquipollenter ſimilia; ac proinde vis abſoluta ſingulorum punctorum utriuslibet particulæ, & omnium ſimul ad vim perpendicularem in eadem conſtanti ratione *CH* ad *HD*, vel *CN* ad *NS*, & alternando vis perpendicularis totius primæ particulæ ad vim perpendicularem ſecundæ, ut abſoluta primæ ad abſolutam ſecundæ. Jam vero vim perpendicularem particulæ *Hh* exprimet particula *Dd* diviſa per CH^2: nam vim abſolutam particulæ *Oh* exprimet ipſa *Oh* diviſa per CH^2, eritque eadem demonſtratione lemmatis 1 vis ejus abſoluta ad perpendicularem, ut ipſa *OH* ad particulam *Rd*. Igitur & vim perpendicularem ſingularum particularum *En* exprimet quævis ex æqualibus particulis *Rd* diviſa per CH^2, & ob earum numerum æqualem in cylindrico *DM*, & in ſegmento *NP*, exprimet vim perpendicularem totius ſegmenti *NP* totum cylindricum *DM* diviſum per CH^2. Q. E. D.

181 Ex hoc Lem. per conſtructionem expeditiſſimam invenietur & directio,

ctio, & mensura vis, qua corpusculum C positione datum attrahitur in solidum IEN utcumque irregulare, in hypothesi vis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum. Describatur in fig. 23 sphæra FAM radio quovis CF. In ejus superficiem incurrat in A recta quævis CEH, incurrens in ipsum solidum in EH. Demissa AN normali ad planum cujusvis circuli maximi sphæræ, quod repræsentetur per diametrum FM; in ea sumatur NO æqualis segmento EH rectæ CH demerso intra solidum, vel si plura sint ejusmodi segmenta, æqualis simul omnibus. Solidum POQ inclusum superficie descripta ab omnibus punctis O, & plano circuli FM divisum per CF^2 exhibebit vim totius solidi IEH perpendicularem ipsi plano FM. Si enim ex C intelligantur prodire infinitæ numero pyramides, quarum segmenta EH impleant totum solidum IEH; totidem cylindrica NO descripta juxta lemma a implebunt totum solidum POQ. F.23

182 Prodeant jam in fig. 24 ex C rectæ CR, CS sibi invicem perpendiculares, & erigatur CT perpendicularis plano SCR, quarum quælibet exhibeat vim solidi IEH figuræ 23 sibi parallelam hac methodo definitam, & completo primum rectangulo $RCSV$, tum rectangulo $TCVX$ exprimet PX & directionem, & quantitatem vis ejus, qua punctum C attrahitur in datum solidum, compositam ex omnibus viribus simul conjunctis. Nam vis puncti cujuslibet potest primo resolvi in duas, alteram perpendicularem plano SCR, alteram lateralem secundum ipsum planum, & iterum hæc posterior in vires parallelas SC, CR, quarum omnium summas expriment per constructionem rectæ CS, CR, CT. F.24

183 Si punctum C esset intra ejusmodi solidum, oporteret assumere NO æqualem non toti EH, sed differentiæ distantiarum puncti C interjacentis inter puncta E, & H ab iis, ob virium contrarias directiones habentium elisionem. Quamobrem si punctum ipsum C fuerit intra cavitatem crustæ cujusdam habentis ejusmodi proprietatem, ut ducta per ipsum quavis recta æquales ejus partes intercipiantur hinc, & inde intra ipsius crustæ crassitudinem, vis erit nulla, evanescente eo casu illa NO æquali ipsarum differentiæ. Porro id accidit intra orbem sphæricum, & intra orbem ellipticum clausum binis superficiebus ellipsium similium, & eodem centro descriptarum, quod facile deducitur ex meorum conicorum num. 343, & demonstratione numeri 633. Quare punctum ubicumque positum intra ejusmodi orbem erit in æquilibrio elisis in quacumque directione omnibus oppositis actionibus, quod proposuimus demonstrandum in adnotatione ad vers. 1517, & 1523.

184 Si in fig. 23 solidum IEH fuerit genitum ex revolutione curvæ cujuslibet IEG circa axem CIG, satis erit invenire vim parallelam ipsi axi, reliquis ad hanc normalibus elisis per actiones contrarias, & satis erit descripto quadrante FV circuli FAM determinare curvam tantum POS, tum eam revolvere circa axem CS. Immo posset ipsa curva IEH transformari in curvam ieh factis Ne, Nh æqualibus ipsis CE, CH. Nam fieret semper $eh = EH$, & eadem demonstratione numeri 181 solidum genitum a curva nova $IehG$ divisum per CF^2 exhiberet vim prioris solidi. Porro si ducta ER normali ad CF detur ex æquatione ad primam curvam CR per RE, adeoque etiam per CE, statim determinabitur æquatio ad curvam $IehG$. Est enim $CA . CN :: CE = Ne . CR$. Quare factis $CA = 1$, $CN = x$, $Ne = y$, F.23

 erit

erit $CR = xy$, qui valor si ponatur æqualis valori ipsius CR dato per y, habebitur æquatio.

185 Et hoc quidem pacto computari potest vis in solidum quodcumque habens ejusmodi axem puncti positi in axe ipso, quod problema proposuimus in adn. ad vers. 1902, ubi & ejus solutionem promisimus omnium expedititissimam. Hæc quidem est satis expedita, & sponte ab hac theoria consequitur, quæ ad liberandam fidem erit satis, cum ea indigere non debeamus; nam pro ellipsoide dabimus inferius peculiarem ex ipsa ellipsoidis natura repetitam, quæ erit ad nostrum usum accommodatior, & expeditior. Hic interea eruemus ex hac theoria vim puncti siti extra sphæram aliquam, qua determinatione hic indigemus ad illustranda, quæ proposuimus in adnotatione ad vers. 1537.

186 Sit in fig. 25 sphæra $GHEI$ solidum illud figuræ 23, & si radius CV
F.25 circuli FVM transeat per ipsum centrum circuli $GHEI$, eadem sphæra in figura 25 erit æqualis solido PSQ fig. 23. Occurrat enim RA ipsi sphæræ in N, & O, ducaturque VP perpendicularis ad AC, & æqualia erunt triangula rectangula CRA, CNV ob angulos ad A, & C alternos æquales, & bases CV, CA æquales. Quare erit $RC = VP$, adeoque chorda NO distabit a centro æque, ac chorda EH; & proinde erit ipsi æqualis, adeoque æqualis erit rectæ NO figuræ 23; quod cum ubique accidat, erit & tota area $GONI$, & solidum ab ipsa genitum, æqualis areæ PSC figuræ 23, & solido ab ipsa genito. Quare ipsa sphæra divisa per quadratum distantiæ CV ab ejus centro exprimet quæsitam vim. Ipsa autem sphæra divisa per idem ejusdem distantiæ quadratum exprimeret vim, si tota compenetraretur in centro. Igitur punctum extra sphæram positum in eam tendit eodem modo, ac si omnia ejus puncta compenetrarentur in ejus centro, quod erat postremo loco propositum in ea adnotatione.

187 Conditio puncti extra sphæram positi necessaria est, ut habeatur summa virium omnium parallelarum CD directa in eandem plagam; idem autem theorema habet locum etiam pro orbe sphærico clauso binis superficiebus concentricis, quod punctum extra se positum trahit, tanquam si omnia ejus puncta sint compenetrata in centro; cum enim & tota sphæra exterior, & tota interior trahat, tanquam si omnia puncta essent in centro, oportet & id, quo sphæra major minorem excedit, eodem modo trahat.

188 Quod dictum est de puncto sito intra & extra orbem sphæricum, locum habet etiam in simplici superficie, in quam orbis in infinitum attenuatus abit, quanquam in orbe elliptico locum non habeat, quod quidem accurate demonstrari posset, sed hic omittimus, quia nullus simplicium superficierum usus occurret inferius in iis, de quibus Noster agit, & in quorum gratiam hæc præmisit.

189 Cum vis puncti in sphæram sit eadem, quæ esset, si omnia ejus puncta essent in centro, etiam vis sphæræ in punctum erit eadem, ac esset, si omnia ejus puncta in centro essent, quod facile deducitur ex æqualitate actionis, & reactionis. Sed vis sphæræ compenetratæ in suum centrum in sphæram non compenetratam esset eadem, ac si hæc secunda sphæra esset tota compenetrata in centro suo. Igitur vis sphæræ in sphæram erit eadem, quæ esset, si ambæ essent compenetratæ in suis centris. Quamobrem lex virium pro sphæris erit

erit eadem, ac pro punctis, vel massulis occupantibus spatia, quae respectu distantiae haberi possint pro punctis; de qua hujus legis proprietate notandum id, quod in adnotatione ad vers. 1580 exhibui; ut & illud notandum, quod de homogeneitate, & heterogeneitate densitatis in iisdem, vel diversis orbibus est dictum in adn. ad versum 1517, quod ad omnia superiora rite applicari posse patet ex ipsa demonstrationis exhibitae consideratione.

190 Ex num. 187 sponte consequitur id, quod proposuimus in adnot. ad vers. 1588, vim puncti positi in superficie binorum globorum fore, ut eorum radios. Nam massae sunt, ut cubi radiorum, qui divisi per eorundem quadrata, relinquunt radios simplices; quod quidem theorema extendi ad omnia solida similia, in quorum punctis homologis vires sint, ut latera homologa, demonstravimus abunde in adnot. ad vers. 1607. Pariter in adn. ad vers. 1638. abunde declaratum est, quo pacto hinc inferatur vim in parietes gravium delabentium debere esse ad sensum nullam: ibidem & in 4 e sequentibus adnotationibus agitur de deviationibus pendulorum perturbantibus astronomicas observationes, & innuitur posse definiri eorum ope massam Terrae; sed cum de hac re Noster inferius agat fusius, ea simul omnia illustranda reservamus §. sexto, & postremo hujus libri.

191 Interea illustrandum hic occurrit, quod in adnot. ad vers. 1680. proponitur de binis globis positis in superficie horizontali exacte laevi, seclusa omni resistentia aeris. Sit radius eorum globorum a, distantia centrorum b, & quaeratur vis, qua in se mutuo tendunt respectu vis gravitatis in Terram, ac tempus, quo ad se invicem accedent per datum spatiolum $2c$, existente c motu utriuslibet. Dicatur radius Terrae r, & erit vis globi alterius in alterum ad vim gravitatis, ut $\frac{a^3}{b^2}$ ad $\frac{r^3}{r^2} = r$. Sed ex num. 166 tomi 1 sunt spatia, ut vires, & quadrata temporum conjunctim, adeoque quadrata temporum directe, ut spatia, & reciproce, ut vires. Igitur si sit g effectus vis gravitatis respondens radio r, erit ut $\frac{g}{r}$ ad $\frac{b^2c}{a^3}$, ita unum secundum ad quadratum temporis debiti illi accessui $2c$ computati in secundis, quod erit $\frac{b^2cr}{a^3g}$.

192 Si radius a sit pedis unius, distantia b pedum 10, motus c pedis unius; cum per num. 125 sit $r = 19641762$, & $g = 15 . 067$, substitutis iis valoribus habetur tempus quaesitum 11418'', quod tempus superat horas tres. Tempus quidem erit multo brevius, si bini globi collocentur in minore distantia, & quaeratur tempus, quo debeat percurri spatium multo minus. Si nimirum distantia superficierum sit perquam exigua, ut nimirum assumi possit distantia centrorum $b = 2$, & spatium percurrendum c sit unius lineae pedis Parisiensis, invenietur tempus 190'', quod vix superat minuta tria. At & id tempus non est ita breve pro motu tam exiguo, & ratio ejus vis ad gravitatem, quae in priore casu erit $\frac{1}{100}$ ad 19641762, sive 1 ad 1964176200, erit in secundo adhuc $\frac{1}{4}$ ad 19641762, sive 1 ad 78567048, adhuc ita exigua, ut minimum impedimentum ortum a frictione, vel inclinatio-

natione plani prorsus insensibili omnem ejus effectum impediat. Et quidem, quod ad plani inclinationem pertinet, cum gravitas absoluta ad respectivam sit (num. 501 to. 1) ut radius ad sinum anguli, quo planum inclinatur ad æquatorem; si fiat ut 78567048 ad 1, ita radius ad sinum anguli cujusdam, invenietur is angulus minor 10 minutis quartis, adeoque inclinatio plani minor decem minutis quartis, quæ est prorsus insensibilis, elidit omnem effectum ejusmodi vis mutuæ.

193 Veniendum jam ad illud, quod habetur in adnotatione ad versum 1768 de gravitate puncti intra globum homogeneum pergentis a superficie ad centrum. Ea decrescit in ratione directa distantiæ a centro; quod convenit etiam sphæroidi ellipticæ, & in ea adnotatione rite demonstratur. Nam si concipiatur globus, vel sphæroïs interior similis, cujus superficies transeat per locum puncti, orbis exterior nihil agit (num. 183), & vis in reliquum interiorem globum, vel in sphæroidem interiorem (num. 190) erit, ut distantia a centro.

194 Progrediendum nunc esset ad vim puncti translati per superficiem sphæroidis ellipticæ, & habetur in adn. ad vers. 1797; sed id quidem est nimis connexum cum determinatione figuræ Telluris ex æquilibrio, de qua paullo inferius. Interea agemus hic de quibusdam, quæ pertinent ad legem continuitatis læsam a vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum.

§. 5. Ad notam in vers. 1768.

DE CONTINUITATIS CONSERVATIONE, ET LÆSIONE IN LEGIBUS GRAVITATIS.

195 SI ratio puncti accedentis ad centrum intra globum homogeneum conferatur cum ratione puncti positi extra globum, committitur quidam saltus, quo altera lex abrumpitur læsa continuitate, & abit in alteram momento temporis, qui saltus videtur haberi etiam in Natura, ubi aliquod grave ex aliqua altitudine descendat, & per fossam excavatam pergat moveri intra terram. At revera ea continuitatis læsio in Natura non habetur. Nam in primis illæ leges supponunt rationem reciprocam duplicatam distantiarum accurate servatam usque ad minimas distantias, quam ego nusquam arbitror penitus accuratam esse, & in minimis distantiis censeo in repulsionem etiam abire vim. Deinde posita etiam illa lege vis punctorum in puncta decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, leges propositæ pro puncto posito extra, & intra globum, non habent locum, nisi globus constet materia continua totus, sine ullis poris, cujusmodi globi nulli sunt in Natura, nec in mea theoria ulli esse possunt. Præterea posito, quod hujusmodi globi haberi possent, nimirum posita continuitate materiæ, non potest haberi unicum punctum, quod descendat, sed corpusculum quoddam, pro quo, si sit & ipsum globulus quidam, ratio reciproca duplicata distantiarum habebitur, dum erit totus extra globum, sed altera directa di-

ftantiarum non habebitur accurate intra, nec ingressus fiet momento temporis totus, sed prius immergetur particula ejus exigua, tum aliæ, atque aliæ, & interea mutatio prioris legis in novam fiet sensim per intermedias rationes continuitate servata. Accedit autem & illud præcipuum, quod cum compenetratio haberi non possit, debebit adesse in globo hiatus, & defectus materiæ in eo, qui defectus turbat legem respondentem globulo tum existenti extra, tum immerso. Et quidem si detur foraminis magnitudo, & figura, ac quæratur lex gravitatis in globum ita perforatum globuli existentis extra, & intra; invenietur lex continua pro utroque casu eadem, & expressa per eandem curvam, quæ in majoribus distantiis a superficie parum recedet a legibus, quæ sine foramine haberentur, si foramen ipsum exiguum sit, at prope superficiem ab utraque recedet plurimum, & alteram cum altera connectet continuitate servata.

196 Ex his patet in casu proposito nullam in Natura læsionem continuitatis haberi, & vim gravium descendentium extra Tellurem esse non accurate, sed proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, ac vim gravium intra itidem proxime in ratione directa ipsarum. Id quidem tum ex omnibus superioribus eruitur, tum etiam e superficiei scabritie, sive montibus. Omissis reliquis omnibus hæc una causa efficit, ut lex, quæ in magna distantia iis non obstantibus esset quamproxime reciproca duplicata distantiarum, in accessu ad superficiem Terræ incipiat recedere magis ab eadem, & in spatio, quod montes, & valles occupant, neque sit reciproca duplicata, neque directa, sed variabilis ita, & quodammodo veluti fluctuans, ac serpens, ut non nisi in ea distantia a superficie, respectu cujus inæqualitates sint ad sensum nullæ, fiat ad sensum ratio directa, continuitate servata, & omni saltu excluso. Quam ipsam ob causam gravitas quæsita per pendula isochrona, & ad littus maris non respondet altitudini montis comparati ad semidiametrum Terræ assumpta ratione reciproca duplicata distantiarum.

197 Solum igitur si concipiatur accurata sphæra homogenea continua, & vetum punctum, quod descendat, & immergatur intra ipsam compenetratum cum omnibus punctis lineæ rectæ, quam intra globum percurrit, abrumpetur lex in ipso appulsu ad superficiem; sed eo pacto lædetur continuitas geometrica, non physica. Porro hæc eadem continuitatis geometricæ læsio, quæ nusquam ab ipsa Geometria committitur, ortum ducit tantummodo ex eo, quod ratio reciproca duplicata distantiarum est hypothesis, quæ per se ipsam lædit continuitatem geometricam, & generaliter per Geometriam exponi non potest, ut nec per Algebram, quod mirum videbitur rem altius non perpendenti; sed facile demonstratur.

198 In recta AB fig. 26 sit C centrum virium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad quod tendat punctum P positum in ea ubicumque, & exprimat ejusmodi vim PL ordinata ad curvam DLE. Patet hanc curvam fore ramum Hyperbolæ cubicæ, in qua solidum ex quadrato PL ducto in PC erit æquale cubo cuidam dato, cujus asymptoti erunt ACB, & recta MCN ipsi ACB perpendicularis. Ejus curvæ continuatio, ut constat, & ut per solam etiam Geometriam demonstravi in dissertatione adjecta tertio meorum Elementorum tomo, est ramus MSI jacens in angulo MCB posito deinceps respectu prioris ACM ita, ut uterque jaceat ad candem partem re- F.26.

spectu AB, non vero ramus $HI'I$ positus in angulo NCB ad verticem opposito. Quare ubi punctum P transgresso puncto C abeat in p, oporteret eam vim exprimi per rectam pl jacentem ad eandem plagam, adeoque esse directionis ejusdem. Et tamen cum ea dirigatur ad C, debet mutasse directionem, & exprimi per pl'. Quare ejusmodi lex in ipso transitu per C abrumpitur, & abit in aliam, & dum prius exprimebatur per ramum DLE unius hyperbolæ, ejus continuatione FIG prorsus relicta, ipsi substituat crus $HI'I$ pertinens ad aliam curvam nihil commune habentem cum curva priore, præter similitudinem, & æqualitatem cum positione contraria conjunctam.

199 Idem accidit algebraicæ formulæ, quæ vim exprimat. Si distantia CP dicatur x, erit vis $= \frac{1}{xx}$. Abeat CP in Cp: mutatur x in $-x$, sed formula $\frac{1}{xx}$ valorem non mutat. Non igitur mutari debet directio vis expressæ per eam formulam; & cum debeat mutari, ut dirigatur ad C, generaliter per illam formulam hujusmodi centripeta vis non exprimitur. Inde nimirum accidit, ut si punctum tendens debeat transire per illud punctum, in quod tendit, & abire ad partes oppositas, debeat necessario per ejusmodi legem lædi continuitas geometrica, & analytica; atque id ipsum accidit, ubi punctum, quod erat extra globum continuum, abit intra ipsum. Si pro globo continuo adhibeatur globus perforatus cylindro quodam, ut nulla puncti advenientis distantia evadat negativa; invenietur lex continua pro omni tractu extra, & intra globum sito, quod facile patebit ejusmodi legem exquirenti.

200 Patet igitur, quidquid hic habetur vitii, id omne provenire ab ipsa lege vis accuratè decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; & idcirco ea non solum non est omnium legum perfectissima, sed est admodum imperfecta, & eliminanda ex ipsa Geometria & Analysi. Quin immo inde patet repugnare legem quamcumque vis centripetæ decrescentis in ratione reciproca cujusvis potentiæ habentis exponentem parem, quæ eodem laborat vitio. Verum plura mihi argumenta sunt contra omne genus virium attractivarum, & crescentium in infinitum imminutis in infinitum distantiis, quæ proposui in mea dissertatione de lege virium in Natura existentium, & in supplementis meæ Theoriæ Philosophiæ Naturalis, quam Viennæ primum edidi superiore anno. In eadem mea Theoria nullæ sunt ejusmodi difficultates, cum in minimis distantiis ibi repulsivas, non attractivas vires admittam; & quæ hic dicemus de ratione reciproca duplicata distantiarum, ea applicabuntur ad Naturam proximè, non accuratè, & in majoribus, non in minimis distantiis. Theoremata omnia eo pertinentia rite procedent, & per communes methodos transformationis locorum geometricorum applicari poterunt ab uno casu ad alios, dummodo nusquam concipiatur distantia post evanescentiam facta negativa, in quo transitu continuitatem lædit ea lex; quam ob causam quæ de vi centrali directa ad focum Ellipseos demonstrata sunt, omnia transferri jure possunt ad reliquas conicas sectiones; sed quæ demonstrantur de vi puncti siti extra globum, vel orbem sphæricum, non possunt transferri ad vim puncti siti intra ipsum, quo nimirum abire non potest, nisi aliqua distantia mutante directionem post evanescentiam, adeoque lædente continuitatem.

§. 6.

§. 6. Ad notam in verſ. 1797. &c.

DE INÆQUALITATE GRAVITATIS PER SUPERFICIEM TELLURIS, ET FIGURA IPSIUS TELLURIS EX ÆQUILIBRIO.

201 IN hac, & ſequentibus adnotationibus propoſita ſunt multa, quæ pertinent ad hæc duo argumenta, quæ inter ſe plurimum connexa ſunt, quæ quidem indigent illuſtratione geometrica. Hæc ego alibi multo uberius pertractavi, atque in primis, quod pertinet ad figuram Telluris, in quinto opuſculo voluminis de Litteraria Expeditione: hic proponam quamcontractiſſime licebit præcipua, quæ ad rem rite cognoſcendam videbuntur maxime neceſſaria, atque eadem ordine diverſo ab eo, qui habetur in ipſis adnotationibus, eo nimirum, qui ad deductionem videbitur aptiſſimus. Ordiar autem ab ipſa figura Telluris, ex qua, quod pertinet ad inæqualitatem gravitatis, facile derivatur.

202 Si gravitas terreſtrium corporum dirigetur ad unicum centrum, determinatio figuræ terreſtris eſſet maxime expedita. Ejus perquiſitio duplici modo fieri poteſt, vel quærendo figuram, cujus ſuperficiei ſit perpendicularis directio gravium, quod eſt neceſſarium, ne in ipſa ſuperficie defluant aquæ ex altera in alteram plagam, vel quærendo figuram, in qua bini canales quicunque demiſſi ad centrum in æquilibrio ſint: utraque eandem determinationem exhibet: aſſumitur autem tota Terra in ea hypotheſi, ut homogenea, & fluida; ſi enim tota conſtet aquis, tum poſt æquilibrium acquiſitum concreſcat quæcunque fluidi pars, ac addenſetur utcunque, & ipſi addantur moles aliæ extantes, quæ poſitionem centri non mutent, adhuc fluidum reliquum manebit immotum, nulla inde in ejus particulas inducta vi nova. Quare maria, eandem habebunt figuram, quæ per ejuſmodi ſuppoſitionem definitur, quam figuram proxime debet habere & Tellus, quæ tam parum ſupra marium ſuperficiem aſſurgit.

203 Porro in primis ſi Terra quieſcat, facile patet ex utroque capite in ea hypotheſi gravitatis debere figuram Telluris eſſe ſphæricam. Nam facile demonſtratur figuram, cujus ſuperficies ſit perpendicularis rectis tendentibus ad datum centrum, eſſe ſphæram, & ſolos canales æqualis altitudinis poſſe æqualia pondera continere. At Terra gyrante circa proprium axem vis centrifuga æquilibrium in ſphærica figura tollit, cum ea ſub æquatore ſit maxima, per totum axem nulla.

204 Generalem conſtructionem figuræ pro quavis hypotheſi gravitatis directæ ad unicum centrum exhibui primum ope ſimplicis Geometriæ in mea diſſertatione de Figura Telluris; eandem multo ſimpliciorem reddidi in eo opuſculo 5 voluminis de Litteraria Expeditione, ac fuſius pertractatam ad plures caſus peculiares applicavi a num. 16 ad 73; potiſſimum ad binos, alterum gravitatis conſtantis, quam Galileus adhibuit, & in hac perquiſitione Hugenius, alterum gravitatis creſcentis in ratione directa diſtantiarum a centro, qua Hermannus eſt uſus. Sed quoniam de hac hypotheſi gravitatis dire-

directæ ad unicum centrum, quæ in Natura nequaquam existit, Noster non agit, nec nimis arcti horum supplementorum limites latius evagari permittunt, proponam tantummodo sine accurata demonstratione ipsam generalem constructionem, sanè simplicem, & elegantem.

F.26 205 Referat in fig. 26 *AC* semidiametrum æquatoris, & ordinatæ *IM* ad curvam quandam *DME* exhibeant vim gravitatis pro quavis distantia *CI*. Sit autem *CHF* quadratrix ejus curvæ ita, ut *IK* sit semper æqualis areæ *ECIM* applicatæ ad rectam *CA*, quæ quadratricis ordinata pro quavis abscissa *CI* dabitur per curvarum quadraturas, data curva *DME* exprimente legem gravitatis. Sumatur vero *FG* ad *DA* in ratione dimidiæ vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, ducaturque *GH* parallela *AC*, quæ occurrat rectæ *IK* in *L*, & assumpta *CN* versus *A*, quæ sit ad *CA* in ratione subduplicata rectæ *LK* ad *GF*, ducatur *NO* perpendicularis ad *CA*, & in ea centro *C* intervallo *CI* inveniatur punctum *O*; quod erit ad curvam quæsitam referentem figuram Telluris.

206 Hæc constructio eruitur ex num. 29 ejusdem opusculi. Inde autem facile eruitur pro ejusmodi hypothesi etiam ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem. Si enim *GH* occurrat in *H* curvæ *CKF*, & ducatur *HP* parallela *FA* occurrens rectæ *CA* in *P*, erit *CP* æqualis semiaxi *CB*. Nam puncto *I* appellente ad *P*, evanescit *LK*, adeoque evanescit *CN*, & rectæ *CO*, *ON* abeunt in *CB*, quæ æqualis erit *CP*, cum in ipsam tum abeat *CI* æqualis *CO*.

207 In hypothesi gravitatis constantis hæc curva evadit algebraica gradus quarti, ea ipsa, quam invenit Hugenius: In hypothesi gravitatis crescentis in ratione directa simplici distantiarum evadit ellipsis conica; *in omnibus autem hypothesibus gravitatis directæ ad unicum punctum, si vis centrifuga respectu gravitatis sub æquatore sit exigua; erit proxime excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem ad ipsam æquatoris semidiametrum in ratione dimidia vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, quæ ratio habebitur accurate in hypothesi gravitatis constantis, cujuscunque magnitudinis sit vis centrifuga*. Cum enim sit area $DACE = CA \times AF$, & area $CPQE = CA \times PH = CA \times AG$; erit area $DAPQ = CA \times GF$. Porro si vis sit constans, erit *IM* semper æqualis *AD*, & *DAPQ* accurate rectangulum sub *PA*, & *AD*; in quacumque autem alia curva, si *GF* fuerit satis exigua respectu *AD*, erit *GH*, & *AP* exigua, adeoque *DAPQ* haberi poterit pro rectangulo sub *DA*, & *AP*. Quare fiet $CA \times GF = AD \times AP$, adeoque $AP . CA :: GF . AD$, nimirum ex constructione ut dimidia vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem ibidem.

208 Posita semidiametro æquatoris pedum Parisiensium 19668203, & pendulo oscillante sub æquatore ad singula secunda horaria pedum 3 lin. 7.21, vis centrifuga sub ipso æquatore ad vim gravitatis ibidem est juxta num. 114, ut 1 ad 288.7. Hinc excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem ad semidiametrum æquatoris erit, ut 1 ad 577.43 sive pedum 34063, vel passuum 6813. Quare in hypothesi gravitatis constantis elevatio æquatoris esset minor 7 milliariis, & in quacunque hypothesi gravitatis directæ ad unicum punctum esset ea elevatio proxime ejusdem mensuræ, adeoque perquam exigua terrestris figuræ compressio.

209 Hæc quidem pertinent ad gravitatem tendentem ad unicum punctum: at

at ea lex gravitatis non habet locum in Natura, uti vidimus, cum ipsa gravitas oriatur ex generali mutua vi, qua singulæ materiæ particulæ in alias singulas tendunt in ratione reciproca duplicata distantiarum. Determinatio figuræ terrestris in hac theoria gravitatis est multo magis ardua, & prolixa, cum ipsa gravitas in locis singulis pendeat a figura, & figura pendeat a gravitate ipsa, in qua perquisitione Newtonus incassum laboravit, uti diximus in adnotatione ad vers. 1941; feliciter autem rem confecit Mac-Laurinus. Ego rem totam ad solius finitæ Geometriæ vires redegi in memorato opusculo, cujus ope simplices erui algebraicas formulas, & theoremata maxime necessaria ad eandem rem, ejusque consectaria scitu digniora, ac in eo argumento versatus sum a num. 84 usque ad 155, nimirum usque ad finem capitis primi. Singula fuse persequi, & accurate demonstrare non sinit ipsa horum supplementorum brevitas; quamobrem indicabo tantummodo methodum, quam adhibui, & theoremata præcipua, ac formulas inde erutas; ubi tamen occurrent quædam & perpolita magis, & promota ulterius, quam ibi.

210 Methodus omnis innuitur frequenti elegantissimo theoremati invento a Mac-Laurino. *Si in fig. 27 PBIb sit sectio sphæroidis genita conversione ellipseos circa axem suum utrumlibet, cujus sectionis Bb sit vel axis, vel diameter æquatoris, & vires singulæ, quibus punctum P positum in perimetro ipsius sectionis tendit in omnia sphæroidis puncta, resolvantur in duas, quarum altera sit perpendicularis ipsi Bb, altera vero agat secundum ipsius directionem, ducta autem chorda PDI perpendiculari ad ipsam Bb, cui occurrat in D, concipiatur sphærois priori similis transiens per D; summa omnium virium urgentium P secundum directionem Bb erit æqualis vi, qua urgeretur punctum positum in D a sphæroide DEd secundum directionem eandem.* F.27

211 Hoc theorema requirit ad sui demonstrationem plura lemmata, quorum ego ibidem & numerum imminui, & demonstrationem aliquanto simpliciorem exhibui. Inde autem, & ex iis, quæ supra demonstravimus, sponte consequitur hoc aliud. *Pro punctis omnibus existentibus ubicumque in p in chorda PI summa virium agentium directione Bb est eadem, ac ipsa ad vim puncti positi in B, est ut CD ad CB.* Primum patet ex eo, quod si concipiatur alia sphærois transiens per *p*, vis in totum orbem clausum inter ejus superficiem, & superficiem *PBIb* sit nulla juxta num. 183, vis autem in sphæroidem hanc novam, similem utique sphæroidi *DEd* sit æqualis vi puncti positi in *D*. Secundum patet ex num. 190, cum vires in solida similia punctorum similiter collocatorum sint, ut latera homologa; adeoque vis puncti positi in *D* ad vim puncti positi in *B*, ut *CD* ad *CB*.

212 Præter hoc Mac-Laurini theorema requiritur ad absolutam demonstrationem hoc aliud. *Si eductis utcunque usque ad extimam superficiem e quovis puncto assumpto utcumque intra quoddam fluidum binis canalibus, summa virium agentium versus id punctum in altero, æquetur summæ virium agentium in altero in idem punctum; id fluidum erit totum in æquilibrio.* Ad hoc ut fluidum in æquilibrio sit, requiritur, ut canales quicumque non solum rectilinei, sed & utcumque curvilinei, nec tantummodo terminati ad superficiem, sed etiam utcunque in se redeuntes in æquilibrio sint; ac præterea, ut vis punctorum, quæ in superficie sunt sita, sit perpendicularis super-

ficiei

ficiei ipsi. Mac-Laurinus solos rectilineos canales adhibuit, Clerautius in egregio opere de figura Telluris etiam curvilineos adhibendos censuit calculo integrali usus; at ex rectilineis solis facile ad curvilineos quoscunque fit transitus methodo, quam adhibui in eodem opusculo a num. 115, & quod pertinet ad directionem vis in superficie, inde itidem derivari facile demonstravi ibidem num. 118; unde fit, ut solum rectilineorum canalium æquilibrium sufficiat ad absolutam demonstrationem.

213 Theorema inde demonstrandum, & rem totam conficiens huc reduci-
F.28 tur. *Constet sphærois elliptica ABab in fig. 28, cujus axis Bb, fluido homogeneo, cujus particulæ gravitent in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea sollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum sphæroidis C, & sit proportionalis distantiis CP ab ipso centro, altera sit perpendicularis axi sphæroidis Bb, & proportionalis distantiis PK ab ipso axe, tertia sit parallela axi ipsi, & proportionalis distantiis a plano æquatoris perpendiculari axi ipsi, & ducto per centrum; & si semiaxes CB, CA ellipseos genitricis sint inverse proportionales viribus totis, quæ agant in particulas æquales sitas in extremis punctis axium A, & B; fluidum erit in æquilibrio.*

214 Ad absolutam hujus theorematis demonstrationem concipitur planum transiens per axem, & punctum quodvis assumptum vel intra sphæroidem, vel in ejus superficie, quod efficiet ellipsim genitricem transeuntem per illud idem punctum, & vires omnes, quibus id punctum urgetur in omnia puncta sphæroidis, resolvuntur in tres, quarum prima agat secundum directionem axis, secunda agat secundum directionem ipsi perpendicularem, tertia secundum directionem perpendicularem plano illi concepto: porro vires omnes agentes secundum hanc tertiam directionem eliduntur mutuo, cum illud planum secet sphæroidem in bina segmenta prorsus æqualia, & similia; ac remanent illæ primæ duæ, quæ juxta num. 211 sunt, ut distantiæ a binis axibus ejus ellipseos genitricis; cum nimirum in fig. 27 vis puncti P secundum directionem *Bb* sit eadem, ac vis puncti *D*, hæc autem sit, ut *DC*. Reliquarum autem trium virium secunda, ac tertia sunt ex hypothesi proportionales distantiis ab ipsis axibus ellipseos genitricis, & tertia proportionalis distantiæ a centro resolvi potest in duas proportionales distantiis ab ipsis axibus; quamobrem omnes illæ quatuor vires reducuntur ad duas proportionales distantiis ab axibus ipsis, & iisdem perpendiculares.

215 Jam vero si in fig. 28 ex quovis puncto *E* assumpto intra sphæroidem concipiatur primo quidem quivis canalis *EF* intra planum *ABab*, & cujusvis ejus particulæ *Ii* vires secundum rectas *IG*, *Gi* parallelas *aA*, *Bb* resolvantur in duas, alteram perpendicularem canali ipsi agentem secundum *OG*, vel *GO*, alteram secundum ipsius directionem *IOi*, & capiatur posteriorum omnium summa; ea invenitur constans, quæcunque fuerit directio canalis *EF*; tum si canalis concipiatur quicunque utcunque positus extra id planum, invenitur summa virium particularum omnium pertinentium ad ipsum redacta ad directionem ipsius canalis æqualis summæ virium pertinentium ad canalem positum in illo priore plano; atque eo pacto devenitur ad æquilibrium omnium canalium rectilineorum prodeuntium e quovis puncto *E* cum directione quacunque usque ad superficiem; quod absolutum totius fluidi æquilibrium inducit.

216 Sed

216 Sed si utamur sola directione vis punctorum in superficie collocatorum; ea jam satis per se determinat rationem semiaxium *CA*, *CB* reciproce proportionalium viribus in eorum verticibus *A*, & *B*. Sit enim ejusmodi ratio axium, & assumpto quovis puncto *P* in superficie sphæroidis, cujus sectio per axem transiens per ipsum *P* sit ea, quam figura exhibet, sint *PD*, *PK* perpendiculares axibus *Aa*, *Bb* ejusdem sectionis, ac *PL* normalis ad axem *Bb* ita occurret ipsi in *L*, ut (conicorum num. 462) sit *KL* ad *KC*, ut quadratum *CA* ad quadratum *CB*. Est autem vis puncti *P* secundum *PK* ad vim secundum *PD* in ratione composita ex hisce tribus, vi *P* per *PK* ad vim puncti *A*, vi *A* ad vim *B*, vi *B* ad vim per *PD*. Prima ratio est *DC*, seu *PK* ad *AC*, secunda *BC* ad *CA*, tertia *BC* vel *CK*, quæ conjunctæ evadunt *PK* ad *KC*, & BC^2 ad CA^2, cumque ea secunda ratio sit eadem, ac *KC* ad *KL*, habebitur ratio *PK* ad *KL*. Quare vires agentes in *P* iis directionibus, & in ea ratione component vim per ipsam normalem *PL*, quod oportebat ad æquilibrium.

217 Ut jam applicetur hoc theorema ad inveniendam figuram Telluris in casu fluidi homogenei, vel fluidi cum solido ipsi homogeneo, & demerso, satis erit considerare binas tantummodo ex illis quatuor viribus, quas posuimus; reliquæ autem binæ habebunt locum infra, & ubi agetur de maris æstu. Prima est vis, quam parit mutua particularum gravitas in se invicem, secunda vero vis centrifuga orta ex motu diurno. Ea vis dirigitur ad partes oppositas centro circuli descripti motu diurno, quod centrum est in axe, & cum omnes circuli in motu diurno describantur eodem tempore, erit (num. 266 tomi 1) ut radius circuli descripti. Nimirum habebit directionem perpendicularem axi, & erit proportionalis distantiæ ab ipso axe, quæ erant conditiones assumptæ in ejusmodi vi. Quamobrem jam habetur illud, Tellurem, si constet fluido homogeneo, debere ex motu circa proprium axem induere figuram accurate ellipticam, cujus semiaxis ad semidiametrum æquatoris sit, ut est vis gravium sub æquatore ad vim gravium sub polo. Oportebit autem invenire earum binarum virium valores in *A*, & *B* saltem per ipsas semidiametros *CA*, *CB*, ut ex iis valoribus positis reciproce proportionalibus iisdem semidiametris obtineatur harum ratio, & figuræ ellipticitas.

218 Vim ex mutua gravitate in æquatore, & polo, datis axibus ellipseos genitricis, liceret investigare ope theorematis generalis expositi num. 179, sed applicatio ipsius est admodum operosa, & molestas approximationes requirit. Accuratam expressionem earum virium & admodum simplicem invenit Mac-Laurinus, sed per hyperbolæ, & circuli quadraturam methodo aliquanto sublimiore, quam sit ea, quam pro hisce mihi supplementis proposui adhibendam, ubicumque licuerit. Hinc aliam ego adhibui methodum admodum expeditam, & satis accuratam pro casu, in quo jam constet, ellipticitatem exiguam esse, uti hic omnino constat. Innuam autem hic tantummodo methodum, qua rem ipsam conficio.

219 Sit in fig. 29 *Bb* axis, circa quem convertatur semicirculus *BEb*, & semiellipsis *BAb*; sit autem quædam ordinata *PDK* communis, & *PD* exigua utique, si ellipticitas sit exigua, describet anulum, cujus valor erit ipsa *PD* ducta in peripheriam descriptam a puncto *D*. Invenio igitur vim, qua anulus *PD* trahit punctum *B* directione *Bb*, fore ut $bK \times BD$; & si assumpta *bN* perpendiculari ad *Bb*, & ipsi æquali, concipiatur parabola *BLN*, in qua ordinata F.29

nata KL ut $BK^{\frac{1}{2}}$, ac alia curva BMN e Parabolarum familia, in qua ordinata KM ut $BK^{\frac{5}{2}}$, rectam ML fore, ut $bK \times BD$, sive ut illam vim. Inde adhibito valore totius areæ $BLNM$, quem invenio fore $\frac{16}{15} BC^2$ (ubi C est centrum commune, ut CEA perpendicularis ipsi Bb), & posito, quod vim exprimat massa divisa per quadratum distantiæ, invenio demum vim totam gravitatis puncti siti in axis vertice in B in totam materiam $BAbEB$ differentiam sphæroidis a sphæra exprimi per $\frac{8}{15}$ peripheriæ circelli descripti radio AE, quæ est differentia semiaxium ellipseos genitricis; vel posita 1 ad c ratione radii ad circumferentiam, exprimi ejusmodi vim per $\frac{8}{15} c \times AE$.

220 Inde gradu facto ad punctum situm in æquatore sphæroidis in A, considero sphæram habentem pro radio ejusdem æquatoris semidiametrum, & facile demonstro vim in differentiam sphæroidis ab hac sphæra habere dimidium prioris expressionis, nimirum $\frac{4}{15} c \times AE$. Est autem vis in sphæram puncti positi in ejus superficie juxta num. 186, eadem, ac si tota sphæra esset in centro, nimirum sphæra divisa per quadratum radii, sive ex inventis ab Archimede $\frac{2}{5}$ c ductum in ejus radium. Quare vis tota puncti in polo B erit $\frac{2}{5} c \times CB + \frac{8}{15} c \times AE$, sive ob $CB = CA - CE$, erit $= \frac{2}{5} c \times CA - \frac{2}{5} c \times AE + \frac{8}{15} c \times AE = \frac{2}{5} c \times CA - \frac{2}{15} c \times AE$. Vis autem tota in æquatore in A erit $\frac{2}{5} c \times CA - \frac{4}{15} c \times AE$. Ratio igitur earum virium erit $\frac{2}{5} CA - \frac{2}{15} AE$ ad $\frac{2}{5} CA - \frac{4}{15} AE$, vel addito utrobique termino perquam exiguo $\frac{2}{15} AE$, erit quamproxime $\frac{2}{5} CA$ ad $\frac{2}{5} CA - \frac{2}{15} AE$, vel CA ad $CA - \frac{1}{5} AE$.

221 Dicatur jam gravitas tota in æquatore m, vis centrifuga ibidem n, & erit ibi gravitas residua $m - n$; posita autem semidiametro æquatoris $= r$, & ejus differentia a semiaxe $= x$, erit, ut $r - \frac{1}{5} x$ ad r, seu quamproxime ut r ad $r + \frac{1}{5} x$, ita gravitas in æquatore m ad gravitatem in polo, quæ evadet $m + \frac{mx}{5r}$. Quare vis in æquatore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m + \frac{mx}{5r}$, sive proxime, ut m ad $m + n + \frac{mx}{5r}$. Hæ vires debent esse in ratione reciproca semiaxium, adeoque ut $r - x$ ad r, sive proxime ut r ad $r + x$. Igitur multiplicando extrema, & media erit $mr + mx = mr + nr + \frac{1}{5} mx$, & $x = \frac{5nr}{4m}$, sive $m . \frac{5}{4} n :: r . x$, unde deducitur hujusmodi theorema: *Semidiameter æquatoris ad differentiam ipsius a semiaxe est, ut gravitas tota sub æquatore ad quinque quadrantes vis centrifugæ ibidem.*

222 Inventum fuerat num. 217 pro omnibus hypothesibus gravitatis tendentis ad unicum centrum eandem rationem esse, ut est gravitas sub æquatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem; quare excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem evadit hic major, quam ibi, in ratione $\frac{5}{4}$ ad $\frac{1}{2}$, sive 5 ad 2. Assumpta fuerat ibidem ratio vis centrifugæ ad gravitatem 1 ad 288.7, igitur erit differentia semidiametri æquatoris a semiaxe ad semiaxem, ut 1 ad $\frac{4}{5} \times 288.7 = 231$, & ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem

mixtem 231 ad 230, quamproxima illi 230 ad 239, quam Newtonus, exiguis quantitatibus paullo aliter contemptis, per falsam positionem invenit assumpta ratione vis centrifugæ ad gravitatem 1 ad 289.

223 Et hæc quidem pertinent ad hypothesim fluidi homogenei; quæ itidem locum habent in casu nuclei solidi fluido & ipsi, & sibi homogeneo penitus demersi. Si enim posteaquam massa fluidi homogenei ad æquilibrium redacta est, concrescat quæcunque ejus pars; nihil is novus partium concrescentium nexus mutuus turbabit reliquarum vires, adeoque & canales omnes a quovis puncto utcunque egressi, & utcunque traducti per residuum fluidum erunt adhuc in æquilibrio, & vis in superficie dirigetur perpendiculariter ad ipsam superficiem. At si nucleus sit densitatis diversæ, determinatio problematis mutabitur, accedente nova materia, vel recedente parte aliqua materiæ veteris, qui accessus, vel recessus mutat vires partium residui fluidi gravitantis in ejusmodi partes; ut etiam si pro unico fluido homogeneo habeatur mutatæ densitatis fluidum, longe aliter se res haberet, & problematis solutio esset longe difficilior, quam quidem egregiè sublimioribus methodis pertractarunt plures nostri ævi Geometræ primi ordinis.

224 Nos hic ejusmodi sublimioribus perquisitionibus omissis, inquiremus tantummodo in casum simplicissimum nuclei solidi densitatis cujuscumque, qui habeat figuram sphæricam, & demersus sit intra fluidum homogeneum, cujusmodi est aqua, intra quam solidum Terræ nucleum demersum cernimus, licet ejus partes aliquæ nonnihil extent, & hanc etiam ob causam marium figuram nonnihil perturbent. Hunc casum pertractavi in illo ipso opusculo 5 Expeditionis Litterariæ: notandum autem pro eo casu illud, si nucleus ipse in variis a centro distantiis sit densitatis utcumque diversæ, dummodo in eadem circumquaque a centro distantia eandem densitatem habeat, rem eodem redire, uti esset, si totus esset homogeneus, & eadem massa constans, densitatis nimirum mediæ. Nam puncta extantis fluidi tendent in orbes singulos, & in totum nucleum eadem vi, qua tenderent, si tota eorum massa esset in centro, ut toties diximus.

225 Porro ad determinandum, quid in hac hypothesi debeat accidere, ego sic progredior. Concipio nucleum redactum ad eandem densitatem cum fluido, amandata in centrum omni materia redundante, qua prima mutatione nihil mutabitur æquilibrium fluidi, cujus singulæ partes iisdem viribus agentur, ac prius, & si nucleus contra fuerit rarior fluido, ea materia, vel potius vis in ipsam habebitur pro negativa, concipiendo ibidem tantundem materiæ repellentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut vis in nucleum homogeneum, & in ejusmodi repellentem materiam conceptam simul accepta æquetur vi nuclei rarioris. Deinde concipio solvi nucleum, qua solutione æquilibrium itidem nihil turbabitur, & habebitur jam massa fluida homogenea, cujus particulæ in se mutuo tendent in ratione reciproca duplicata distantiarum, habebunt vim centrifugam ortam ex motu diurno, & habebunt præterea vim in centrum ob illam massam eo amandatam, quæ vis decrescet in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro.

226 Si hæc tertia vis cresceret in ratione simplici directa distantiarum, haberetur casus generalis Mac Laurinianæ solutionis assumptis tribus ex iis quatuor viribus, quas ipse assumpsit juxta num. 213. Cum ea decrescat in ratio-

ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, discrimen aliquod haberi debet in eo casu a casu Mac-Laurinianæ hypotheseos. Verum inquirens in ipsum discrimen in eodem illo opusculo inveni ipsum ita exiguum, ut nisi densitas nuclei sit multo minor densitate fluidi, & respectu ipsius perquam exigua, tuto contemni possit. Inveni enim hujusmodi theorema, quod pro exigua ellipticitate locum habet; *differentiam elevationis fluidi sub æquatore in casu vis in centrum crescentis in ratione directa distantiarum a casu vis decrescentis in ratione reciproca duplicata esse ad tertiam continue proportionalem post semiaxem, & ejus differentiam a semidiametro æquatoris, uti est vis particulæ sita in æquatore tendens in massam in centro positam ad* $\frac{2}{3}$ *totius vis ejusdem particulæ*, quæ ratio si non sit ingens, debebit illa differentia quæsita esse exigua respectu ipsius differentiæ semiaxis a semidiametro æquatoris, cum debeat esse ejusdem ordinis, ac tertia post semiaxem, & ipsam, jam exiguam respectu semiaxis ipsius.

227 Quamobrem concipiemus vim illam in massam in centro positam, ut crescentem in ratione directa distantiarum a centro, & ex hac hypothesi determinabimus rationem semiaxium. Id autem sic præstabitur. Dicatur densitas fluidi t, densitas nuclei solidi, quem primo concepimus p, & sit $p - t = q$, quæ quidem redacto nucleo ad homogeneitatem cum fluido erit densitas materiæ amandatæ ad centrum. Dicatur ut prius semidiameter æquatoris r, ejus excessus supra semiaxem x, ratio vis gravitatis in æquatore ad vim centrifugam ibidem m ad n, radius autem nuclei u, & amandata materia redundante in centrum, erit ejus massa $\frac{2}{3} cqu^3$, adeoque vis in ipsam in æquatore $\frac{2cqu^3}{3r^2}$. Quoniam autem hic ea supponitur crescens in ratione directa simplici distantiarum, erit ut r ad x ita $\frac{2cqu^3}{3r^2}$ ad ejus discrimen in æquatore, & polo, quod fiet $\frac{2cqu^3x}{3r^3}$.

228 Jam vero ex nu. 220 vis in æquatore in sphæroidem est $\frac{2}{3} cr - \frac{4}{15} cx$, qui valor hic per densitatem t multiplicatus evadet $\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx$. Vis autem in polo in ipsam erit $\frac{2}{3} ctr - \frac{2}{15} ctx$ ex eodem numero. Quare vis tota gravitatis in æquatore erit $\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}$, & idcirco vis centrifuga ibidem $\frac{n}{m}\left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$, unde vis tota in æquatore $\left(1 - \frac{n}{m}\right) \times \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$. Differentia autem virium in æquatore, & polo erit triplex, ex massa in centro collocata $\frac{2cqu^3x}{3r^3}$, ex tota sphæroide $\frac{2}{15} ctx$, ex vi centrifuga, quæ in polo est nulla, $\frac{n}{m} \times \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$, quarum trium prima pro excessu gravitatis in polo supra gravitatem in æquatore, existente excessu x positivo, erit negativa, cum in minore distantia vis crescens in ratione directa distantiarum debeat esse minor, reliquæ binæ erunt positivæ. Cum autem debeat esse vis in æquatore ad vim in polo, ut semiaxis ad semidiametrum æquatoris, erit illa ad differentiam, ut hic ad differentiam nimirum

(1 —

$\left(1-\frac{n}{m}\right)\times\left(\frac{2}{3}ctr-\frac{4}{15}ctx+\frac{2equ^3}{3r^2}\right)-\frac{2equ^3x}{3r^3}+\frac{8}{15}ctx+\frac{n}{m}\times$ $\left(\frac{2}{3}ctr-\frac{4}{15}ctx+\frac{2equ^3}{3r^2}\right)::r-x.x$; ubi multiplicando extrema, & media habebitur pro quavis differentia densitatum q, & pro quovis radii nucleo u valor x, qui eruetur facilius, si omittantur termini, in quibus x, valor exiguus, assurgat ad secundam potentiam, vel multiplicetur per quantitatem $\frac{n}{m}$ exiguam.

229 Omissis ejusmodi terminis habetur $\frac{2}{3}ctrx+\frac{2equ^3x}{3r}=-\frac{2equ^3x}{3r^2}+\frac{8}{15}ctrx+\frac{n}{m}\left(\frac{2}{3}ctr^2+\frac{2equ^3}{3r}\right)$; unde eruitur valor $x=\frac{n}{m}\times\frac{tr^4+qu^3r}{\frac{2}{5}tr^3+2qu^3}$. Quod si radius nuclei u habeatur pro æquali radio æquatoris r, contempta nimirum exigua marium altitudine, ponaturque pro q suus valor $p-t$, formula evadit $\frac{n}{m}\times\frac{pr}{2p-\frac{6}{5}t}$ sive $\frac{nr}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$, in qua $\frac{t}{p}$ est ratio densitatis fluidi ad mediam densitatem nuclei, $\frac{n}{m}$ ratio vis centrifugæ in æquatore ad vim gravitatis totius ibidem, r semidiameter æquatoris.

230 Hanc ipsam formulam inveni num. 199 illius opusculi tertii, ubi tamen, ob exiguas quantitates alio pacto neglectas, erat r semiaxis non semidiameter æquatoris, discrimine utique perquam exiguo. Eandem ibidem num. 204 ostendi cohærere cum formula D'Alamberti, & num. 215 cum formula generaliore Clerautii; at num. 202 ostendi, eandem non cohærere cum formula proposita a Daniele Bernoullio in suo tractatu de æstu maris, de cujus, summi cæteroquin viri, hoc methodi vitiosæ lapsu agemus infra, ubi de maris æstu.

231 Multa circa ejusmodi formulam notanda occurrunt, illud in primis, quotiescunque densitas nuclei p fuerit major, quam densitas fluidi t, valorem x fore positivum, qui erit positivus etiam, ubi ea fuerit minor, dummodo ad densitatem fluidi habeat rationem majorem, quam 3 ad 5; ad quam si satis accesserit, compressio augebitur in immensum, & fiet infinita, si eam ipsam rationem habuerit; quæ densitas si adhuc fuerit minor, evadet jam $1-\frac{3t}{5p}$ quantitas negativa, & valor x negativus. Nimirum figura sphæroidis erit semper compressa ad polos, ubi densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, vel non minor ipsa, quam in ratione 3 ad 5. At si fuerit ea densitas adhuc minor, figura erit potius producta ad polos, & compressa ad æquatorem, quod veluti mysterium quoddam unde proveniat, quo pacto accipiendum sit pro æquilibrio quodam, quod perstare non possit, minima vi inducente perpetuum recessum ab ejusmodi figura, ut idcirco ea figuræ productio nulli usui esse possit pro figura Telluris determinanda, abunde exposui a num. 209 ejusdem illius opusculi, in quibus, ut & in aliis notatu dignis, quæ ibidem persecutus sum, hic immorari non licet.

232 Sed aliud elegantissimum theorema a Clerautio inventum omnino omitti non debet, quod nobis summo erit usui ad conferendam theoriam cum observationibus; est autem hujusmodi. Dicatur differentia semidiametri

merri æquatoris a semiaxe divisa per ipsam semidiametrum *ellipticitas*, uti hactenus præstitimus, differentia virium in æquatore, & polo divisa per vim in æquatore *fractio gravitatis*, *& erit in hypothesi homogeneitatis ellipticitas æqualis fractioni gravitatis* (nimirum utraque $\frac{1}{231}$); *in hypothesi vero nuclei sphærici diversæ densitatis erunt eadem inæquales ita, ut ea fractio, & ellipticitas pertinens ad casum homogeneitatis sit media arithmeticè proportionalis inter easdem pertinentes ad casum heterogeneitatis*.

233 Ad eruendum id theorema oportet determinare fractionem gravitatis, cum binæ ellipticitates jam habeantur altera ex num. 221 pro homogeneitate $\frac{5n}{4m}$, cum nimirum sit ibi $x = \frac{5nr}{4m}$, quæ divisa per r evadit $\frac{5n}{4m}$; altera eodem pacto ex numero 228 pro nucleo heterogeneo, quæ evadit $\frac{n}{m} \times \frac{tr^3 + qu^3}{\frac{5}{4}tr^3 + 2qu^3} = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^3 + 5qu^3}{4tr^3 + 10qu^3}$, & in illam abit, facto $q = o$.

234 Quod attinet ad casum homogeneitatis, erat num. 221 vis in æquatore $m - n$, & differentia virium $n + \frac{mx}{5r}$; si in illa priore omittatur ille terminus exiguus n, & hæc per illam dividatur, evadit fractio gravitatis $\frac{n}{m} + \frac{x}{5r}$, quæ ob $x = \frac{5nr}{4m}$ evadit $\frac{n}{m} + \frac{n}{4m} = \frac{5n}{4m}$, æqualis nimirum ellipticitati inventæ superiore numero; unde patet primum; patet autem ex n. 222 eum valorem fore $\frac{1}{231}$.

235 Pro casu nuclei heterogenei notandum diligenter illud, ellipticitatem quidem esse eandem pro casu, quo vis in massam in centrum amandatam agat in ratione directa simplici distantiarum, & pro casu, quo eadem agat in ratione reciproca duplicata earundem, sed posita juxta num. 228 vi in eam massam in æquatore $\frac{2cqu^3}{3r^2}$, vim in eandem in polo non esse eamdem pro utroque casu: sed pro primo casu debere esse minorem in ratione $r - x$ ad r, & in secundo majorem in ratione rr ad $rr - 2rx + x^2$. Quare erit pro primo casu vis illa in æquatore ad differentiam virium ibi, & in polo, ut r ad x, in secundo ut rr ad $2rx - x_2$, vel omisso x_2 respectu $2rx$, erit ut r ad $2x$, nimirum differentia dupla prioris, & non subtractiva, ut illa, sed additiva. Factis igitur, ut r ad $2x$, ita $\frac{2cqu^3}{3r^2}$ ad $\frac{4cqu^3x}{3r^3}$, hæc erit differentia virium in massam in centro positam pro secundo casu, pro quo vis tota in æquatore in eam massam est $\frac{2cqu^3}{3r^2}$ sequenti num. vis in sphæroidem fuerat in æquatore $\frac{2}{3}ctr - \frac{2}{15}ctx$, & differentia virium ibi, & in polo $\frac{2}{15}ctx$, quæ pro utroque casu est eadem, ac vis centrifuga fuerat $\frac{n}{m}\left(\frac{2}{3}ctr - \frac{4}{15}ctx + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$, ex quibus jam habetur & vis tota in æquatore constans binis viribus positivis, & hac vi centrifuga negativa, & differentia virium debita secundo casui constans tribus, omnibus positive acceptis.

236 Si

236 Si accipiendo hanc differentiam in vi centrifuga contemnatur terminus $\frac{4}{15}ctx$ exiguus respectu reliquorum binorum, differentia ipsa tota virium evadet $\frac{2cqu^3x}{3r^3} + \frac{2}{15}ctx + \frac{n}{m}\left(\frac{2}{3}ctr + \frac{2cqu^3}{3r^2}\right)$; & si pariter in vi tota in æquatore omittatur vis centrifuga exigua respectu summæ reliquarum duarum, & in harum posteriore contemnatur secundus terminus $\frac{2}{15}ctx$ exiguus respectu præcedentis, relinquetur vis in æquatore tota $\frac{2cqu^3}{3r^2} + 3ctr = \frac{2cqu^3 + 9ctr^3}{3r^2}$. Differentia illa virium per hanc divisa, evadit $\frac{2qu^3x + \frac{6}{5}tr^3x}{qu^3r + tr^4} + \frac{n}{m}$, quæ erit fractio gravitatis. Addatur ipsi ellipticitas $= \frac{x}{r}$ & reductis prioribus terminis ad eundem denominatorem fiet $\frac{15qu^3x + 6tr^3x}{5qu^3r + 5tr^4} + \frac{n}{m}$. Est autem $x = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^4 + 5qu^3r}{4tr^3 + 10qu^3}$ ex num. 228 juxta numerum 223. Igitur illa summa remanet $\frac{n}{m} \times \frac{3}{2} + \frac{n}{m} = \frac{5n}{2m}$, qui valor cum sit duplus valoris $\frac{5n}{4m}$ exprimentis fractionem gravitatis; & ellipticitatem respondentem homogeneitati; oportet idem sit medius arithmeticè proportionalis inter fractionem gravitatis, & ellipticitatem respondentem nucleo heterogeneo, quod erat alterum demonstrandum.

237 Hoc pacto Clerautianum theorema remanet demonstratum pro quavis nuclei sphærici magnitudine, quod quidem in illo Expeditionis Litterariæ opusculo demonstraveram solum pro casu, in quo esset nuclei radius æqualis semiaxi. Facile autem illud statim innotescit non posse in casu nuclei sphærici, & fractionem gravitatis, & ellipticitatem esse simul majorem, vel simul minorem, quam in casu homogeneitatis, sed alteram majorem, alteram minorem. Utra autem major esse debeat data nuclei densitate, & magnitudine respectu fluidi facile deduci poterit e superioribus formulis. Nam e formula exhibente ellipticitatem $\frac{x}{r} = \frac{n}{m} \times \frac{5tr^3 + 5qu^3}{4tr^3 + 10qu^3}$ divisione instituta habetur $\frac{5n}{4m} - \frac{15qu^3}{8tr^3 + 20qu^3}$; qui valor erit minor, vel major valore $\frac{5n}{4m}$, prout posterior terminus sine suo signo consideratus fuerit positivus, vel negativus. Porro si densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, semper valor q erit positivus, adeoque ille secundus terminus positivus totus. Si autem densitas nuclei fuerit minor, valor q erit negativus, & idcirco numerator $15qu^3$ negativus semper, denominator autem $8tr^3 + 20qu^3$ erit positivus, vel negativus, prout $20qu^3$ fuerit minor, vel major, quam $8tr^3$, sive valor $\frac{q}{t}$ minor, vel major, quam $\frac{2r^3}{5u^3}$. Porro in iisdem casibus erit etiam positivus, vel negativus denominator $4tr^3 + 10qu^3$ ellipticitatis, cujus numerator $5tr^3 + 5qu^3$ debet esse semper positivus, cum debeat radius nuclei u esse minor radio æquatoris r, & differentia densitatum q fluidi, ac nuclei non major densitate t fluidi, ubi, existente q negativo, nucleus minorem densitatem habet, vel nullam. Quamobrem quotiescunque ellipticitas fuerit posi-

positiva, adeoque figura compressa, densitas nuclei minor conjungetur cum ellipticitate majore, quam sit ea, quæ pertinet ad casum homogeneitatis.

238 Hinc eruitur pro figura compressa hujusmodi generale theorema: *Si densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, differentia virium in æquatore, & polo erit major, quam in casu homogeneitatis, sed ellipticitas minor: contra vero si densitas fuerit minor*. Prima pars est directè contraria illi, quod Newtonus expressè affirmavit Principiorum lib. 3 prop. 19 sub ipsum finem, ubi sic habet. *Hæc ita se habent ex hypothesi, quod uniformis sit Planetarum materia. Nam si materia densior sit ad centrum, quam ad circumferentiam, diameter, quæ ab Oriente in Occidentem ducitur, erit adhuc major*. Porro illa diameter, quam ibi nominat, est diameter æquatoris, & pro ipsa æquatoris diametro ibidem ab eo assumitur in contextu; & hunc quidem Newtoni errorem Clerautius deprehendit, ac protulit. Censuit fortasse Newtonus conjectura quadam usus, & re ad geometricam trutinam nequaquam redacta, in quavis hypothesi, ut in casu homogeneitatis, vires in æquatore, & in polo, esse reciprocas distantiis, quas vidit magis augeri in polo, si massa nuclei fiat major, ob excessum gravitatis in illam massam adjectam pro loco viciniore ipsi in polo. At illa ratio reciproca distantiarum a centro locum habet in casu, in quo massa redundans concipiatur amandata in centrum, & vis in ipsam variata in ratione directa distantiarum, non in casu, in quo vis in ipsam mutetur in ratione reciproca duplicata distantiarum, pro quibus binis casibus figura quidem est proxime eadem, sed virium differentia longe diversa, uti vidimus num. 235, nimirum in altero major, ubi minor in altero, & viceversa.

239 Ex formula ellipticitatis respondentis casui homogeneitatis $\frac{5m}{4n}$ haberi potest figura pro eodem casu debita etiam reliquis Planetis, in quibus haberi possit ratio vis centrifugæ ad gravitatem sive $\frac{n}{m}$, Ea potest erui pro *iis* omnibus, quorum cognoscitur massa, & conversio circa proprium axem; sed hic agemus de solo Jove, de quo hic egit Noster, & in quo solo ob celeritatem diurni motus conjunctam cum ingenti mole compressio tanta est, ut sensus percellat.

240 Porro res tes hoc pacto admodum facile expedietur in ipso Jove. Sit 1 ad d, ut semidiameter Jovis ad semidiametrum orbitæ satellitis cujuspiam: sit tempus conversionis satellitis T, tempus conversionis Jovis circa proprium axem t, & erit primo (num. 265 tom. 1) vis centrifuga in æquatore Jovis ad vim gravitatis satellitis in Jovem, ut $\frac{1}{tt}$ ad $\frac{d}{TT}$. Deinde gravitas satellitis in Jovem ad gravitatem in superficie Jovis, ut 1 ad dd. Quare ratio vis illius centrifugæ ad hanc vim gravitatis erit, ut $\frac{1}{tt}$ ad $\frac{d^3}{TT}$, adeoque pro Jove $\frac{m}{n} = \frac{T^2}{t^2 d^3}$, & ellipticitas $\frac{5T^2}{4t^2 d^3}$.

241 Est ex §. 1 tempus T satellitis Jovis extimi dierum 16, hor. 16. 32′ 10″ $=$ 24032′, 2, tempus rotationis Jovis t horarum 9. 56′ $=$ 596′, distantia satellitis in semidiametris Jovis $d = 28, 4$, nec hic habenda est ratio

tio centri gravitatis communis, cum satellites respectu Jovis sint perquam exigui, adeoque centrum commune quamproximum centro Jovis. Hisce valoribus substitutis obtinetur ellipticitas $= \frac{1}{11}$, uti diximus in adn. ad versum 1962; Newtonus invenit circiter $\frac{1}{9}$ alia methodo, nec in tanta compressione approximationes adhibitæ accuratæ sunt usque ad limites tam arctos. At ex observationibus ea censetur $\frac{1}{13}$ juxta adn. in vers. 1962. Ejus discriminis ratio esse potest major densitas in Jove centrum versus, quæ est altera e causis, quas innuimus in eadem adnot. ad versum 1962. At nec satis certas censeo observationes compressionis Jovis, cum in tam exigua diametro apparente error in ratione axium diametri apparentis facile committatur tantus, ut rem omnem perturbet; Jovis enim diameter apparens in distantia media a Terra est 37'', cujus pars decima est 3''. 70, pars decima tertia 2''. 84, ut idcirco error uno secundo minor in differentia axium observanda alteram rationem alteri substituat. Mihi nuper post adnotationes impressas dimetienti Jovis diametros ope micrometri objectivi aptati egregio telescopio Gregoriano duorum pedum, cujus mihi usum Barberinus Princeps humanissime concesserat, plures ineunti observationes prodiit semper ellipticitas decimæ, vel nonæ parti proxima. Sed unius secundi determinatio in diametro apparenti capienda & mihi tum minus certa fuit; & erit sane incerta semper, ubi etiam longe majora instrumenta adhibeantur.

242 Quæ de Tellure demonstravimus, cum observationibus facile conferri possent, si haberemus observationes gravitatis in polo ipso, uti eas habemus in æquatore institutas; liceret enim videre, an fractio gravitatis sit $\frac{5}{231}$, uti eam supra ostendimus debere haberi in casu homogeneitatis. At nulli Mortalium licuit eo hucusque progredi. Adhuc ei malo aliud remedium adest petitum a proportione, qua gravium vis mutari debet per superficiem Telluris, de qua hic itidem agendum, ubi & Nollet de ea agit, ex qua nimirum licet invenire, quæ debeat esse vis in ipso polo.

243 In primis pro casu homogeneitatis vis in centrum ubicumque per superficiem sphæroidis debet esse in ratione reciproca simplici distantiarum, uti abunde exposuimus, & demonstravimus in adn. ad vers. 1797 ex eo, quod columnæ omnes terminatæ ad centrum sint inter se in æquilibrio, & vis intra singulas columnas sit, ut distantia a centro. Id quidem in ea hypothesi accurate locum habet, si consideretur vis directa ad centrum sphæroidis, & ad absolutam rei demonstrationem abunde sunt, quæ in eadem adnotatione diximus. Atque hic illud sane notatu dignum e lege rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum pertinente ad vires mutuas inter puncta, & vim in globum puncti extra ipsum siti necessario profluere, non ad arbitrium temere compaginatas confingi, binas alias leges adeo simplices, & contrarias, alteram rationis directæ simplicis distantiarum pro puncto descendente intra globum, vel sphæroidem ellipticam recta versus ejus centrum, alteram rationis distantiarum itidem simplicis, sed reciprocæ pro puncto abeunte per superficiem sphæroidis.

244 At in vi absoluta, qua urgetur punctum positum in superficie sphæroidis, quæ quidem non dirigitur ad centrum, sed perpendiculariter ad super-

perficiem, illa ratio reciproca distantiarum non est accurata, ne in hypothesi quidem homogeneitatis. Nam, uti vidimus numer. 232, ea est ut normalis PL figuræ 28 terminata ad axem, quæ quidem ex conicis est reciprocè, ut perpendiculum demissum ex centro C in tangentem ductam per P, quod perpendiculum est proxime, non accuratè æquale distantiæ CP; atque ea ratio reciproca ejus perpendiculi habet locum etiam, ubi in centro concipiatur massa, in quam vis tendat in ratione distantiarum directa, sed ne ipsa quidem habet locum in casu nuclei solidi diversæ densitatis, in quem vis tendat in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro. Sic & pro casu homogeneitatis, & pro casu nuclei habet locum satis proximè, non accuratè aliud theorema, quod enunciavimus in adnotatione ad vers. 1858, pertinens ad incrementum gravitatis, quod habetur pergendo ab æquatore ad polos, quod theorema hic demonstrandum est, & illa ipsa adnotatio illustranda. Ejus theorematis demonstrationem pro casu nuclei omisi in illo opusculo Expeditionis Litterariæ, contentus demonstratione applicata vi directæ ad centrum pro casu homogeneitatis, ad quam tamen hæc etiam reducitur.

245 Theorema est hujusmodi. *Excessus gravitatis supra gravitatem in æquatore, qui habetur pergendo ab ipso æquatore ad polos est, ut quadratum sinus latitudinis, vel ut sinus versus latitudinis duplicatæ.* Se-

F. 29 cunda pars profluit a priore. Sit enim in fig. 29 arcus AE duplus AD, & radius AD secabit chordam AE perpendiculariter bifariam in F, eritque AF sinus AD. Demisso autem EG perpendiculo in diametrum AB, erit AG sinus versus arcus AE, qui ex natura circuli æquatur quadrato AE diviso per AB. Igitur, mutato utcunque arcu AD, erit is sinus versus, ut quadratum chordæ AE ob AB constantem, adeoque erit, ut quadratum ejus dimidii AF, sive sinus versus arcus dupli AE, ut quadratum sinus recti arcus simpli AD.

246 Porro ut demonstretur, eum excessum esse proxime, ut est quadratum sinus latitudinis, satis est demonstrare ipsum esse, ut est decremen-

F. 30 tum distantiæ a centro. Sit enim in fig. 30 $ABab$ sectio sphæroidis per axem, cujus æquator in A, & a, poli B, b, & ducta per quodvis ejus punctum F recta, quæ secet Aa ad angulos rectos in G, occurrat ipsi in D, d circulus radio CA, qui rectis FC, Bb occurrat in punctis H, h, & E, e eritque FH decrementum distantiæ a centro C. Quoniam autem ex natura ellipseos (conicor. num. 365) est semper GD ad GF in constanti ratione CE ad CB, erit & earum summa Fd, & earum differentia FD proportionalis ipsis, adeoque erit rectangulum DFd, sive ipsi æquale rectangulum HFh, ut quadratum GD. Si igitur ob exiguam ellipticitatem habeatur Fh pro constanti, & pro distantia loci F ab æquatore, sive pro ejus latitudine arcus AD, cujus DG est sinus; erit solum decrementum HF distantiæ CA abeuntis in CF, ut quadratum sinus latitudinis. Q. E. D.

247 Jam vero excessum vis in F supra gravitatem in A, esse, ut defectum distantiæ FH, sponte patet, ubi vis sit proxime in ratione reciproca distantiæ CF. Erit enim, ut CF ad CA, sive CH, ita vis in A ad vim in F, adeoque ut CF ad FH, ita vis in A ad eum excessum, cumque primus terminus sic ad sensum constans, & tertius omnino constans, mutabuntur

buntur in eadem ratione secundus, & quartus, eritque ille excessus ut PH.

248 Vim autem esse proxime in ratione distantiæ a centro pro casu homogeneitatis, & pro casu massæ in centro collocatæ, cujus massæ vis mutetur in ratione simplici directa distantiæ, diximus num. 243; & id facile pro iis hypothesibus evincitur ex eo, quod ipsa vis sit directè, ut normalis PL figuræ 28, sive reciproce ut perpendiculum ductum ex C in tangentem. Id enim perpendiculum ita proxime æquale est distantiæ CP, ut utriusque excessus etiam ac defectus sint proxime in eadem ratione. Ducta enim CV perpendiculari in PL, patet eam fore parallelam tangenti, adeoque PV æqualem illi perpendiculo demisso ex C in tangentem. Cum autem angulus CPV sit exiguus, & angulus V rectus, differentia inter CP, VP est exigua respectu ipsius CV, adeoque exigua secundi ordinis, quæ idcirco erit exigua etiam respectu differentiæ distantiarum CP, CA, cujus idcirco rationem non turbabit ad sensum. F.28

249 Pro casu nuclei solidi vis in P erit diversa a vi, quæ habetur, ubi vis in massam agat in ratione directa distantiæ a centro, sed totum discrimen erit in ea vi, quæ pertinebit ad hujusmodi massam in centrum amandatam; nam vis in sphæroidem, quæ pro utroque casu est ad sensum eadem, & vis centrifuga, quæ pendet a sola distantia ab axe, manebunt eædem. Id autem discrimen erit & ipsum, ut est differentia distantiarum CA, CP. Si enim dicatur $CA = r$, & ea differentia $= z$, erit $CP = r - z$, & si vis in A in massam in centro positam dicatur u, ad habendam vim in P, fiet in casu rationis simplicis directæ $r . r - z :: u . u - \frac{uz}{r}$, & in casu rationis reciprocæ duplicatæ fiet, ut $rr - 2rz + zz$ ad rr, ita u ad $\frac{rru}{rr - 2rz + zz}$, sive divisione instituta $u + \frac{2zu}{r} + \frac{3rzzu + 2z^3u}{rr - 2rz + zz}$. Differentia vis posterioris a priore, contempto termino, in quo habetur z^2, & z^3 respectu ejus, in quo habetur z, evadit $+ \frac{3zu}{r}$, qui excessus ob 3, u, r constantes evadit, ut differentia distantiarum z.

250 Referat PH vim secundum PL, & ducatur HQ parallela PC referens ejusmodi excessum; eritque PQ vis composita, angulus vero HPQ erit perquam exiguus respectu ipsius HQP sive QPC exigui, ut HQ est respectu PH, adeoque directio PQ erit directioni PL ita proxima, ut idcirco figura primo casui debita non mutetur ad sensum in secundo casu. Quod si centro P intervallo PQ fiat arcus QR usque ad PHL, facile patet, ob angulum QHR æqualem interno, & opposito HPC exiguo, fore HR proxime æqualem HQ, adeoque excessus vis etiam compositæ PQ supra vim priorem PH erit proxime, ut differentia distantiarum CP, CA. Cum igitur & excessus vis debitæ puncto P in primo casu supra vim debitam puncto A in utroque idem sit, ut eadem differentia, erit etiam excessus vis in P supra vim in A in secundo casu, nimirum in casu nuclei heterogenei, ut eadem differentia distantiarum. Quamobrem cum hæc differentia distantiarum sit, ut est quadratum sinus latitudinis, sive ut est sinus versus latitudinis duplicatæ, erit etiam ubicunque excessus vis in casu nuclei heterogenei supra vim in æquatore, ut idem quadratum, sive ut idem sinus versus, quo pacto remanet accuratè demonstratum idem theorema etiam pro casu nuclei heterogenei.

251 Patet igitur vim gravium terrestrium pergendo ab æquatore ad polos debere augeri, & patet, in qua ratione progredi debeant ea incrementa, si Terra homogenea sit cum aquis, & si paribus a centro distantiis sit æque densa, utcunque diversam in diversis distantiis habeat densitatem. Porro minorem esse vim gravium prope æquatorem, quam pergendo ad polos, ex observationibus a Richero primum institutis in insula Cajenna, & Parisiis, tum ab aliis pluribus vidimus sub finem tomi 1, ubi & Noster a versu 1725 ad 2064, & nos in adnotationibus in ea loca fuse egimus de eo argumento, ac Hugenianis meditationibus expositis huc reservavimus ea, quæ ad Newtoni theoriam circa idem argumentum pertinerent: quod quidem hic præstitimus. Notandum tantummodo illud, rationem hanc, in qua mutatur excessus vis supra vim in æquatore, habere locum etiam in theoria gravitatis constantis, quam Hugenius consideraverat, quod quidem facile demonstrari potest, considerata, & ad directionem debitam redacta vi centrifuga, quæ sola in ea hypothesi cum constanti gravitate composita vim gravium perturbat; sed varium esse absolutum discrimen vis gravium ab æquatore ad polos, cujus ratio ad vim totam posita *m* ad *n* ratione gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem est in hypothesi gravitatis constantis $\frac{n}{m-n}$, vel proxime $\frac{n}{m}$, ut patet; in theoria gravitatis Newtonianæ cum homogeneitate $\frac{5n}{4m}$ juxta numer. 232, & in eadem theoria, sed posito nucleo heterogeneo, est adhuc majus, vel minus, prout nuclei densitas respectu densitatis fluidi fuerit itidem major vel minor juxta num. 238.

252 Ad instituendam comparationem cum observationibus, utar eadem methodo, quam adhibui in illo opusculo Expeditionis Litterariæ, qua quidem unico intuitu statim patet, an observationes incrementi gravitatis consentiant cum theoria, & quam ellipticitatem exhibeant binæ quævis ex ipsis. Ad habendam ellipticitatem per binas quascunque satis est invenire differentiam virium in æquatore, & polo respondentem differentiæ ipsarum, factis, *ut differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum locorum, ubi observationes institutæ sunt, ad duplum radium, qui est sinus versus dupli quadrantis, seu semicirculi, ita differentia virium observatarum* (pro quibus viribus exprimendis adhiberi possunt ipsæ longitudines observatæ pendulorum isochronorum, ipsis nimirum proportionales) *ad differentiam quæsitam debitam toti quadranti*. Ea differentia divisa per vim in æquatore exhibet fractionem gravitatis, & vis in æquatore inveniri potest ex illis ipsis duabus, faciendo, *ut eadem differentia sinuum versorum ad sinum versum alterius, ita ea differentia virium, ad quantitatem demendam a vi, cujus sinus versus assumptus est, ut habeatur vis in æquatore*. Sed cum eæ vires a vi in æquatore parum admodum differant, assumi potest pro vi in æquatore vis altera, ut illa, quæ æquatori est propior, & ad calculum numericum facilius instituendum assumi possunt dimidii sinus versi, ut pro duplo radio adhibeatur radius simplex. Habita fractione gravitatis, si ea æqualis obvenerit valori $\frac{5n}{4m}$ sive $\frac{1}{231}$ juxta num. 232, ea ipsa erit ellipticitas quæsita; secus ea ablata ab ejus valoris duplo relinquet ellipticitatem juxta numerum eundem.

353 Jam

253 Jam vero si fractio gravitatis ex omnibus binariis obveniat eadem; differentiæ illæ observatæ respondebunt sinubus versis, ut oportebat; secus, ab ea discrepabunt; sed si nimis inter se proxima sint binarum observationum loca, exiguum gravitatis observatæ discrimen a debita ingentem secum trahet differentiam a debito in excessu computato pro toto quadrante. Quamobrem idcirco, & etiam ut unico intuitu liceat deprehendere, an consentiant, & quantum discrepent observatæ pendulorum longitudines, satius est assumere binas ex ipsis maxime remotas, ac ex iis eruta differentia debita toti quadranti, invenire differentiam vis debitæ loco cuivis a vi in æquatore, factis, *ut radius ad dimidium sinum versum latitudinis duplicatæ ejus loci, ita differentia illa totalis inventa ad differentiam quæsitam*, cujus consensus, vel dissensus ab observata, exhibebit consensum vel dissensum observationum cum theoria.

254 Ejusmodi comparationes exhibentur sequentibus binis tabellis, quas proposui in eodem illo opusculo, quarum prima pertinet ad hanc comparationem incrementorum, secunda ad ellipticitates inde erutas. Adhibui autem quinque pendulorum longitudines, quas noveram maxime accuratas usque ad eos limites, quos nunc in adeo delicatis observationibus requirimus. Priores quatuor occurrunt in Bouguerii opere de figura Telluris pag. 342, quas ipse liberavit & ab aeris impedimento, & a differentia caloris, adhibitis correctiunculis inæqualitatum, quas eæ causæ inducunt; postremam ego deduxi inde, & ex differentia, quam Maupertuisius invenit 59" in eodem pendulo Grahami adhibito Pelli, & Parisiis spatio horarum 24, calculo rite instituto ad eruendam inde differentiam longitudinis penduli debitam iis binis locis; sed priori tabellæ addo differentiam calculo erutam, uti addidi in opusculo inserto actis Bononiensibus to. 3, & posteriorem compleo adjectis tribus combinationibus, quas omiseram.

Tabula 1 pro gravitate

Locus Observationis	Latitudo	$\frac{1}{2}$ sin. vers. ad rad. 10000	Pendulum in lin. Paris.	Differentia a primo	Differentia cōputata	Error
In æquatore	0. 0	0.	439. 21	0	0	0
A *Portobello*	9. 34	271.	439. 30	. 09	. 07	.02
A *Petit Goave*	18. 27	1002.	439. 47	. 26	. 26	.02
Parisiis	48. 50	5667.	440. 67	1. 46	1. 38	.08
Pelii	66. 48	8450.	441. 27	2. 06	2. 06	0

Tabula 2 pro ellipticitate

Binarium	Differ. in polo & æqu.	Fractio gravitatis	Ellipticitas	Binarium	Differ. in polo & æqu.	Fractio gravitatis	Ellipticitas
1, & 3	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	2, & 4	2. 54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
2, 3	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	1, 3	2. 59	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
4, 5	2. 16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$	2, 3	2. 33	$\frac{1}{188}$	$\frac{1}{300}$
1, 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$	1, 2	3. 32	$\frac{1}{132}$	$\frac{1}{918}$

255 In prima tabula patet errorem in postrema columna reduci ad paucas admodum centesimas lineæ. In secunda tabula postrema differentia secundæ columnæ 3. 32 nimis discrepat a reliquis, ut & quarta 2. 16 ob nimiam locorum viciniam; omnes tamen exhibent fractionem gravitatis positivam, & omnes majorem $\frac{1}{231}$, adeoque omnes indicant compressionem ad polos, eamque minorem compressione debita homogeneitati, adeoque indicant densitatem Telluris mediam majorem densitate marium. Si assumatur omnium medium, differentia debita toti quadranti erit 2. 536, sed rejectis quarta, & decima habetur differentia media 2. 485, quæ quidem adhuc a priore non nisi 5 centesimis lineæ dissidet.

256 Ex hac differentia media inter 8 minus dissidentes habetur fractio gravitatis $\frac{1}{177}$, & inde ellipticitas $\frac{1}{332}$. Ratio autem densitatis mediæ Telluris ad densitatem aquæ erueretur e formula $x = \frac{er}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$ posita n. 228. Ellipticitas enim hæc $\frac{1}{332}$ debet esse æqualis $\frac{e}{r} = \frac{n}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$, ubi juxta num. 208 est $\frac{n}{m} = \frac{1}{288.7}$, adeoque $1 - \frac{3t}{5p} = \frac{332}{577.4}$, & $\frac{3t}{5p} = \frac{245.4}{577.4}$, adeoque $\frac{t}{p} = \frac{1227.}{1732.2}$ paullo plus, quam $\frac{2}{3}$. Nimirum densitas media Terræ paullo minor, quam sesquialtera densitatis aquæ.

257 In illo opusculo omissis postremis tribus comparationibus adhibueram priores tres, tum omissa quarta tres reliquas, unde differentia media gravitatis profluxerat 2. 49 fere eadem; sed cum pro valore $\frac{5n}{4m}$ adhiberem $\frac{1}{230}$, profluxerat ellipticitas tantillo minor $\frac{1}{335}$. Sed quid mihi de re tota sentiendum videatur, aperiam, ubi sequenti libro egerimus de figura Telluris investigata per gradus.

258 Hi-

258 Hisce fusius expositis percurremus jam adnotationes a versu 1797 ad 1995, quæ pertinent ad hæc duo argumenta figuræ Telluris ex æquilibrio, & inæqualitatis gravitatis in diversis Terræ locis, ut illustrentur, quæcunque adhuc illustratione indigent.

259 Quæ dicta sunt in adnot. ad vers. 1797, & 1858 abunde patent ex iis, quæ hic pertractavimus. In adnot. ad vers. 1880 promisimus ostensuros, quo pacto ex binis pendulorum isochronorum longitudinibus observatis in binis latitudinibus datis possint facili calculo deduci longitudines eorundem pro aliis locis datis quibusvis: id & præstitum est hic num. 253, & immediate facile præstatur factis, *ut differentia sinuum versorum latitudinis duplicatæ pertinentis ad loca, in quibus est observatum, ad differentiam sinuum versorum alterius ex iis locis, & loci dati, ita differentia longitudinum observatarum ad quartum addendum longitudini pertinenti ad locum observationis assumptum, vel demendum ab eo, ut habeatur penduli longitudo quæsita, prout is locus fuerit propior æquatori, quam novus datus, vel ab eo remotior.*

260 Attigimus ibidem illud, posse eo pacto transmitti accuratius mensuras magnitudinum ad Posteros, quod & Noster hic attigit. De methodo transmittendi mensuras magnitudinum ope pendulorum egimus tomo 1 in Supplementis a num. 634, quod nimirum fit referendo eas mensuras ad longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda horaria, & vocando ex. gr. pedem horarium trientem ejus longitudinis. Inter alias rei difficultates illud etiam ibidem est notatum, oportere nosse, in qua ratione mutetur vis gravitatis pergendo ab æquatore ad polum, ut ex longitudine penduli pertinente ad unum locum deducatur longitudo pertinens ad alium. Is progressus hic definitus est ponendo excessum gravitatis proportionalem sinui verso latitudinis duplicatæ. At id ipsum non habet locum, nisi in hypothesi homogeneitatis, vel nuclei sphærici habentis densitatem paribus a centro distantiis æqualem, & in alia quapiam ejusmodi regulari hypothesi. At si Terræ pars solida habeat inæqualitates densitatis irregulares, & non ita exiguas, potest ea omnis ratio perverti, & inde fieri potest, ut alicubi in eadem etiam latitudine pendulorum isochronorum longitudo diversa sit, uti vidimus in tabella 1 eum progressum non accuratè inventum esse, sed in observatione haberi discrimen 8 centesimarum lineæ ab eo, quod ei latitudini conveniret, cumque in alio loco paralleli ejusdem possit æque inveniri discrimen æquale oppositum, potest, respiciendo etiam eas solas observationes, haberi inter pendula ejusdem ab æquatore distantiæ discrimen 16 centesimarum lineæ, quod mensuram illam generalem erroneam redderet, errore, qui sub sensus cadat; quin immo & multo majus adhuc discrimen inveniri potest, ac a pluribus Observatoribus jam est inventum, quanquam nullam ego adhuc habeam observationem, quæ magis discrepet, cui omnino fidere possim. Huc autem respicit id, quod hac de re diximus in iisdem tomi 1 Supplementis num. 635.

261 In adn. ad vers. 1902 primo loco, diximus esse multo facilius invenire relationem, quam habent inter se incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polos in ellipsoide orta ex motu circa proprium axem, quam datis axibus invenire gravitatem; sive rationem gravitatis totius ad hanc suam differentiam; adhuc tamen repertas esse plures methodos inveniendi attra-

attractionem puncti collocati in axe solidi geniti conversione curvæ cujusplam circa proprium axem. De hoc posteriore egimus supra §. 4; illud prius constat ex eo, quod curvarum quadraturis est opus ad computandam vim gravitatis absolutam in sphæroidem in polo, & æquatore, quod & Mac Laurinus generaliter accurate præstitit, & nos hic generaliter, sed tantum proxime, & pro compressione exigua invenimus num. 221 posita semidiametro æquatoris r, differentia ipsius a semiaxe x, esse ejusmodi rationem r ad $r - \frac{1}{5}x$; Newtonus autem exhibuit non expressione generali, sed in prop. 19 lib. 3 pro data ratione axium 100 ad 101, ex qua deinde per falsam positionem progressus est ad figuram Terræ debitam in casu homogeneitatis.

262 Is nimirum ibi invenit, in ratione axium 100 ad 101 esse vim in sphæroidem in polo ad vim in sphæram radio 100, ut 126 ad 125; vim in eam sphæram ad vim in sphæram radio 101 in superficie esse, ut 100 ad 101; vim in hanc sphæram ad vim in sphæroidem, cujus idem superficiei punctum esset polus, ut 126 ad 125; vidit autem illud, quod in parum compressis ellipsibus locum habet, & quod ego in opusculo illo Litterariæ Expeditionis facile demonstravi num. 153, differentiam virium in sphæroidem, & sphæram in casu, in quo idem punctum sit in superficie sphæræ, & in æquatore sphæroidis, esse proxime dimidiam ejus, in quo id punctum sit in polo sphæroidis; adeoque vidit rationem vis in eam sphæram, & in punctum positum in ejus sphæroidis æquatore esse 126 ad $125\frac{1}{2}$. Hinc hisce tribus rationibus collectis, invenit rationem $126 \times 100 \times 126$ ad $125 \times 100 \times 125\frac{1}{2}$, sive 501 ad 500. Ea ratio ex nostra formula obvenit eidem satis proxima; nam in eo casu fit 101 ad $100\frac{4}{5}$, sive 505 ad 504, discrimine exiguo ex diversa approximandi methodo, & diverso exiguarum quantitatum contemptu.

263 Eo ejuctatus vidit binorum canalium e centro eductorum pondera fore inter se, ut hasce vires, & longitudines canalium conjunctim, cum in utroque canali in eadem ratione decrescant vires versus centrum, adeoque ut 501×100 ad 500×101, sive ut 501 ad 505; adeoque vidit ad æquilibrium requiri illud, ut vis centrifuga compenset illas $\frac{4}{505}$ ponderis, quæ vis centrifuga si habeatur, haberi æquilibrium in ellipticitate $\frac{1}{101}$. Hic jam supposuit ellipticitates esse proportionales vi centrifugæ, quam cum invenisset pro nostris gravibus in æquatore $\frac{1}{289}$, iniit rationem ut $\frac{4}{505}$ ad $\frac{1}{101}$, ita $\frac{1}{289}$ ad ellipticitatem quæsitam, quæ illi obvenit $\frac{1}{230}$, quamproxima illi, quæ obvenit hic nobis $\frac{1}{231}$ discrimine exiguo orto ex illa diversa ratione 505 ad 504 pro 501 ad 500, & ex vi centrifuga apud nos $\frac{1}{288{\cdot}7}$ pro $\frac{1}{289}$.

264 Clerautius in opere de figura Telluris miratur, Newtonum vidisse figuram Telluri debitam hac methodo, velut trans nebulam quandam; at mihi quidem videntur prona omnia in hac ejus methodo. Invenerat vim gravium descendentium in æquatore ad vim in polo esse reciproce, ut distantias a centro, adeoque in parva compressione differentiam virium proportionalem

lem esse differentiæ distantiarum, sive ellipticitati assumendæ. Ex ipso calculo inito pro eruendo gravitatis primitivæ discrimine in casu axium, ut 101 ad 100, facile videre potuit, ipsum discrimen debere esse proportionale eidem ellipticitati. Quare debuit inde inferre, vim etiam centrifugam debere esse eidem ellipticitati proportionalem, ex qua nimirum, & vi gravium descendentium coalescit gravitas primitiva. Nihil in toto hoc progressu mihi videtur alienum a sagaci quidem, sed & solida, & usitata Newtono perquirendi ratione. Esse autem ellipticitatem exiguam proportionalem vi centrifugæ in hypothesi homogeneitatis, constat etiam ex nostra ellipticitatis formula $\frac{5n}{4m}$, quæ est ut $\frac{n}{m}$.

265 Ibidem additur ex eo, quod ellipticitas sit $\frac{1}{230}$, elevationem sub æquatore esse circiter milliariorum 17, id constat diviso radio æquatoris r, qui per num. 208, est pedum 19668203, per 230, vel per 231; proveniunt enim pedes 85501, vel 85131, nimirum in utroque casu milliaria 17, & præterea passus 100, vel 26. Newtonus ex assumpto majore æquatoris radio invenit in eadem prop. pedes 85820, qui adhuc exhibent milliaria 17, & passus 164. Additur itidem Newtonum invenisse differentiam vis, qua gravia descendunt in æquatore, & polo esse itidem $\frac{1}{230}$ majoris, vel $\frac{1}{229}$ minoris. Id ipsum habet Newtonus ibidem, & sponte consequitur ex eo, quod vires sint in ratione reciproca distantiarum, adeoque differentia virium ad vim, ut differentia distantiarum ad distantiam. Id & nostra formula proximè exhibet, cum ostensum sit, ellipticitatem in hypothesi homogeneitatis æquari fractioni gravitatis.

266 Quæ habentur in sequenti adnotatione ad vers. 1941, prona sunt omnia ex iis, quæ hic fuse sunt pertractata. In sequenti adnotatione plures difficultates proponuntur contra solutionem problematis de figura Telluris ex æquilibrio, ex quibus, quæ pertinent ad inæqualem textum partium Telluris, quem etiam irregularem suspicari licet, per se patent; sed de eo uberius sequenti libro. Quod attinet ad figuram Jovis, quam observationes indicant minus compressam, quam requirat hypothesis homogeneitatis, & de Newtoni lapsu circa effectum majoris densitatis versus centrum, abunde hic pertractavi a num. 240.

267 Addidit Noster ibidem & aliam causam, quæ possit fortasse conferre aliquid ad mutandam figuram in Jove, si nimirum in eadem a centro distantia densitas æquatorem versus sit diversa a densitate versus polos; & quidem major densitas in nucleo versus æquatorem pareret majorem ellipticitatem, minor minorem; nam in fig. 28, si post æquilibrium concipiatur nova mate- F.28
ria compenetrata in ipsa peripheria æquatoris *Aa*, directio vis novæ in novam materiam in punctis *P* Meridiani *BAba* in infinitum accedentibus ad æquatorem, in infinitum accederet ad punctum *A* æquatoris sibi proximum, adeoque eadem etiam in punctis sensim remotioribus, etiam ubi materia diffunditur nonnihil ab æquatore hinc, & inde circa ejus peripheriam, respectu prioris directionis *PL* vis agentis in sphæroidem caderet ad partes oppositas centro *C*, adeoque & directio vis ex utraque compositæ recederet a centro, & ad habendam superficiem ei novæ directioni perpendicularem deberet

ret crescere compressio ad partes *B*, & augeri curvatura, atque intumescentia ad partes *A*. Quamobrem major raritas versus æquatorem Jovis posset parere illam minorem ellipticitatem; si revera est minor. Videtur autem mihi materia prope æquatorem, ubi perpetuo caloris vi rarescunt omnia, debere esse potius rarior, quam ubi perpetuo densantur frigore ad polos, quantumvis Newtonus censuerit potius materiam sub æquatore veluti tostam densiorem esse, quanquam quodcunque inde discrimen proveniat, exiguum esse debeat. Sed si ex primigenio Telluris textu materia sit collocata prope æquatorem satis rarior, potest inde obvenire etiam pars incrementi gravitatis polum versus, ut innuimus in adnot. ad vers. 1995, qua de re iterum aliquid sequenti libro, ubi de figura Telluris determinata per graduum mensuras.

268 Mentio ibidem injecta est etiam nuclei solidi elliptici, cujus theoriam excoluit Clairautius, ut conciliaret figuram Telluris cum inæqualitate gravitatis. Posset nimirum figura Terræ esse etiam producta ad polos, cum tota vertigine circa proprium axem, si nucleus solidus adhuc magis productus esset, ut vis centrifuga productionem, quæ sine vertigine in ea hypothesi haberetur, minueret. Potest autem considerari is nucleus vel ut homogeneus, vel cujuscunque diversæ densitatis, tum etiam cujuscumque figuræ. Pro nucleo homogeneo elliptico Clairautius hanc ellipticitatis formulam exhibuit §. 31 partis 2 operis de figura Terræ $\frac{6a^5f\alpha+5a^5f\beta+5\varphi}{10a^3f+4}$; ubi semidiameter figuræ fluidi $=1$, figuræ nuclei a, ellipticitas hujus α, densitas fluidi 1, densitas nuclei $1+f$, ratio vis centrifugæ in æquatorem ad gravitatem ibidem φ.

269 Ejusmodi disquisitionem, ut & alias eo pertinentes omitto, quæ & sublimiores sunt, atque prolixiores, potissimum, si ut fere ubique hic præstamus, rem geometrica methodo, qua & Newtonus fere semper est usus, tractare oporteat, & ex alia parte ad arbitrarias hypotheses delabuntur: ubi enim a sphærica figura receditur, nihil est, quod suadeat nuclei figuram ellipticam esse potius, quam alterius figuræ cujuscumque; ut & si ab uniformi densitate receditur, infinita sunt genera mutationum, quæ haberi possint, in quibus & irregularitates plurimas debere occurrere suadent omnia fere, quæcunque intuemur Naturæ opera. Sed de hoc iterum aliquid sequenti libro.

§. 7. Ad notam in vers. 1707. &c.

DE DEVIATIONIBUS PENDULORUM EX ASPERITATE SUPERFICIEI TERRESTRIS, ET METHODO DEFINIENDI MASSAM TERRÆ.

270 IN adnotationibus ad vers. 1707, 1734, 1761 egimus de deviationibus pendulorum in montes, ac in adnotatione ad vers. 2019 exposui meam methodum determinandi massam Terræ relatam ad corpora nobis nota, ut ad aquam; unde etiam media ejus densitas potest innotescere, a qua uti vidimus para-

paragrapho superiore, & Terræ figura pendet. Supplendæ sunt hic demonstrationes nonnullæ ibi omissæ, ac alia quædam pauca adnotanda.

271 In primis dictum est illud in adn. ad verſ.1707, *si sit mons, cujus vis æquivaleat vi sphæræ homogeneæ Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum, deflecti debere pendulum circiter per unum minutum primum*. Accurata ejus deviationis quantitas facile definitur. Sit in fig.31 *C* centrum Terræ, *I* centrum globi impositi superficiei Telluris habitæ pro sphærica, quod hanc perquisitionem nihil ad sensum perturbat, & pendeat e filo *DB* pondus *B* proximum ejus superficiei in radio *BI* perpendiculari ad *BC*, in quem radium *IB* productum incurrat in *E* recta *DE* parallela *BC*, adeoque ipsi *BE* perpendicularis. Patet fore *DE* ad *EB*, ut est vis in Terram ad vim in eum globum, cum *DB* dirigatur juxta vim ex utraque compositam, quæ quidem vires sunt, ut sphærarum radii (ex §.4) cum vis in Terram in *B* sit proximè eadem, ac in *A*. Est autem *DE* ad *EB*, ut radius ad tangentem deviationis *EDB* a positione rectæ *BC* perpendicularis superficiei terrestri. Habebitur igitur hujusmodi theorema. *Radius ad tangentem deviationis penduli est, ut semidiameter Terræ ad semidiametrum globi*. Semidiameter sphæræ æqualis ipsi Terræ pedum 19641762, semidiameter globi milie passuum habet pedes 5000. Hinc tangens deviationis 254 ad radium 1000000, & angulus quæsitus secundorum 53. Unum autem minutum accurate haberetur, si adhiberetur milliare Geographicum, cujusmodi 60 continet gradus circuli Terræ maximi, cum arcus unius minuti debeat esse unius milliaris, & idem confundatur cum sua tangente, existente radio ipsa semidiametro Terræ. F.31

272 Hinc patet, massam, quæ æquivaleat globo habenti decimam milliaris geographici partem pro radio, parere aberrationem secundorum sex, adeoque si observatio instituatur hinc, & inde ab eadem, habetur aberrationum summa 12 secundorum, quæ quidem majoribus instrumentis, ut ope sectoris, admodum facile definiri possunt, cum & unius vel alterius secundi satis accurata determinatio obtineri possit eorum ope: eundem verò effectum præstant addensationes ingentes materiæ, quæ forte occurrant infra superficiem prope ipsam; ut si infra superficiem sit ingens hiatus superficiei proximus, parit deviationem in partem contrariam.

273 Montes, qui molem habeant multo majorem, quam ut æquivaleant globo habenti pro radio passus 100, occurrunt ubique. Hinc ope ejusmodi observationis inquiri posset in ipsam Terræ massam, cujus densitas media esset major, vel minor media densitate montis in ea ratione, in qua deviatio observata esset e contrario minor, vel major densitate computata; & facile per theorema generale numeri 179 computari posset deviatio debita vi in montem cujuscunque formæ, determinata proxime per observationes ejus forma, & magnitudine, ac eruta ex eo theoremate vi in ipsum, & comparata cum vi in Tellurem. Sed ea obstant, quæ exposuimus in adn. ad verſ.1734, nimirum perturbationes, quæ haberi possunt ab aliis irregularitatibus, & id, quod in plerisque montibus accidit, vacuum ipsis subjectum, & æquale, quod ubi vi internorum ignium Terræ crusta in montem assurexit, ejus loco relictum est.

274 Hinc ut in ejusmodi mediam densitatem Terræ inquiri possit methodo exposita in adnot. ad verſ.2019, proponam hic solutionem problematis ibi pro-

promissam, excerptam ex mea dissertatione de observationibus Astronomicis, quod quidem & ad deviationum vim intimius cognoscendam conducet. Est autem hujusmodi, ac iisdem fere verbis inde & problema, & ejus solutionem excerpo correcto exiguo calculi erroreulo, quem dum hæc inde exscribo, animadverto.

F.32 275 Problema. *Attrahatur vi Newtoniana corpusculum* C *in fig.* 32 *collocatum in communi intersectione* FM *plani horizontalis* FEM *cum plano verticali* FNQM *a singulis punctis existentibus inter ea plana, & alterum planum horizontale* NQ *usque ad datam distantiam* CV, *data praterea distantia* CA *planorum horizontalium. Resolutis omnibus viribus in tres sibi invicem perpendiculares, secundum directiones* CM, CE, CA, *& elisa prima actionibus contrariis, quærantur reliqua dua.*

276 Centro C intervallo CF sit quadrans sphæræ, qui occurrat planis horizontalibus in semicirculis, quorum radii CF, & AN. Positis $CF = x$, $CA = 1$, $CV = m$, erit $AN = \sqrt{(xx - 1)}$, & per notissimam circuli quadraturam erit segmentum $FNQM$ semicirculi verticalis $FTM = 2x - \frac{1}{3}x^{-1} - \frac{1}{20}x^{-3} - \frac{1}{56}x^{-5} - \frac{5}{576}x^{-7}$ &c. Jam vero attractio perpendicularis plano FTM superficiei sphæricæ est (ex §. 4) area $FNQM$ divisa per CF^2. Quare si radius sphæræ CF augeatur per elementum dx, ea vi ducta in ipsum dx, erit vis orbis sphærici clausi iisdem planis, & earum sphærarum superficiebus $2x^{-1}dx - \frac{1}{3}X^{-3}dx - \frac{1}{20}x^{-5}dx - \frac{1}{56}x^{-7}dx - \frac{5}{576}x^{-9}dx$ &c. Ejus integrale est $2 log. x + \frac{1}{6}x^{-2} + \frac{1}{80}x^{-4} + \frac{1}{336}x^{-6} + \frac{1}{3468}x^{-8}$ &c. $+ Q$, addita constanti Q, si opus erit.

277 Ponatur pro $CF = x$ primo $CV = m$, tum $CH = 1$, & formularum differentia exhibebit attractionem orbis sphærici clausi planis horizontalibus, & superficiebus sphærarum, quarum radii CV, CH, quæ erit $2 log. m + \frac{1}{6}\left(\frac{-2}{m-1}\right) + \frac{1}{80}\left(\frac{-4}{m-1}\right)$ &c, & si m fuerit numerus nimis magnus, evanescent m^{-2}, m^{-4} &c. Iis igitur omissis, evadit vis $= 2lm - \frac{1}{80} - \frac{1}{336} - \frac{1}{3468}$ &c. Huic si addatur vis in dimidium hemisphærium HAI, quæ ex §. 4 erit quadrans HA peripheriæ, sive posita ratione radii ad semiperipheriam 1 ad p, erit $\frac{1}{2}p$ sive $\frac{355}{226} = 1.571$ (hic valor in illa dissertatione assumptus fuerat $= p$, duplus veri valoris, sed error evadit admodum exiguus in summa, ubi valor m sit satis magnus, ut patebit paullo inferius) subducta summa, erit vis tota secundum $CE = 2 log. m + 1.571 - 0.182 = 2 log. m + 1.389$.

278 Ut vero inveniatur vis normalis ad planum horizontale, attractio superficiei sphæricæ NTQ est ex §. 4 semicirculus in quem projicitur divisus per quadratum radii, qui radius æquatur $AN = \sqrt{(xx - 1)}$. Ejus semicirculi area est $\frac{1}{2}pxx - \frac{1}{2}p$, & proinde attractio ejus superficiei $\frac{1}{2}p - \frac{1}{2}px^{-2}$; ac attractio orbis $NTQ = \frac{1}{2}pdx - \frac{1}{2}px^{-2}dx$, cujus integrale $\frac{1}{2}px + \frac{p}{2x} + Q$. Facto primum $x = m$, tum $x = 1$, & sumpta differentia formularum, erit vis in segmentum quadrantis hemisphærici radio CV descri-

descripti jacens infra planum $NQ = \frac{1}{2} pm - \frac{1}{2} p + \frac{p}{2m} - \frac{1}{2} p = \frac{1}{2} pm + \frac{p}{2m} - p$. Vis totius quadrantis hemisphærici est quadrans peripheriæ circuli maximi $\frac{1}{2} pm$. Igitur vis residua quæsita $p - \frac{p}{2m}$, & evanescente $\frac{p}{2m}$, ubi numerus m est nimis magnus, ea vis evadet $p = 3.141$.

279 Sit jam altitudo CA pedum 50, sive passuum 10, CV milliarium 100, ut posita $CA = 1$, sit $CV = m = 10000$. Erit in logistica tabularum, cujus subtangens 0.4333, $log.\ m = 43$ ac proinde in logistica, cujus subtangens 1, erit 9.2313 vis igitur horizontalis corpusculi C secundum directionem $CE = 2 log.\ m + 1.389$ erit 19.851, & vis verticalis 3.141 paullo major, quam septima ejus pars.

280 Jam vero semidiameter Terræ est pedum 19641763 (num. 114) sive unitatum CA, quarum singulæ continent 50 pedes, 3928355, qua posita $= r$, est sphæra $\frac{4}{3} pr^3$, & proinde vis in ipsam (n.186) $\frac{4}{3} pr = 16455045$; adeoque gravitas ad vim horizontalem in id stratum, ut 1645504 ad 19.851, sive ut radius 1000000 ad 121 tangentem deviationis, quæ evadit 2''. 31''', vix quidquam discrepans ab illa, quæ in ea dissertatione inventa fuerat 2''. 38'''. Porro multum etiam aucto, vel imminuto intervallo $CV = m$, parum mutarur deviatio, cum logarithmi ingentium numerorum, ut est log. m, parum mutentur, ipsis etiam multum mutatis.

281 Altera vis verticalis, quæ gravitatem in Terram auget, & erat ad horizontalem ut 3.141 ad 19.851, vix est ad ipsam gravitatem, ut 2 ad 1000000, quam idcirco nihil ad sensum auget. Sic etiam ille globus I figuræ 31 radio unius miliaris, si jaceret non ad latus corpusculi B, sed infra ipsum, gravitatem augeret parte ipsius $\frac{254}{5000000}$, quod incrementum longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda augeret eadem parte, quæ longitudo cum sit linearum proxime 440, vix augeretur $\frac{15}{100}$ unius lineæ, quod probe notandum est, ut appareat, quanto magis directionem penduli turbent inæqualitates, quas habemus in superficie Telluris, & infra ipsam, quam longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda, dum massa, quæ integri minuti primi deviationem parit, eam longitudinem vix mutet decima parte lineæ. Contra vero majores inæqualitates altius depressæ infra superficiem Terræ, cum nimis obliquè trahant, debent, si adsint, multo majorem productionem parere in penduli ad secunda horaria oscillantis longitudine, & deviationem minorem in directione quiescentis, quod probe notandum est.

282 Sed ut ex solutione problematis capiamus eos fructus, quos nobis proposuimus, in primis notetur illud, stratum ejusdem extensionis in longum, & latum, quod sit altum 500 pedibus, sive sola decima milliaris parte, debere parere deviationem decuplo majorem secundorum 25, 10''', ingentem sane; ac proinde ubi solum perpetuo assurgit ad ingentem distantiam, ut Italia ab utroque mari ad Appenninos attollitur, ingentem haberi debere deviationem penduli, nisi æquali inferno hiatu illa materiæ aggestio compensetur; ac illud demum, inæqualitates, quas in superficie Telluris cernimus, licet exiguæ sint respectu Telluris totius, & penduli oscillantis longitudinem

vix

vix quidquam ad sensum immutent, pares esse deviationibus etiam ingentibus inducendis, nisi per infernos hiatus habeatur compensatio, quam utcunque haberi sæpissime videatur admodum verosimile, adhuc tamen ubique satis accuratam esse, mihi quidem suadere nequaquam possum.

283 Deveniendo deinde ad determinationem massæ terrestris, ea obtineri posset per hujusce problematis solutionem methodo exposita in ea adnotatione. Quoniam sunt loca, in quibus maris æstus assurgit etiam ad 50 pedes, ut in Britanico freto, ac ad multa milliaria protenditur illud stratum undæ recens allapsæ, & succedentis æquali strato aeris; pendulum longius constitutum in ipso marium margine, ut supra, vel statim post aggeres, potissimum microscopio adhibito, debet admodum sensibilem deviationem acquirere versus undam ipsam, si densitas media Telluris non sit multo major, quam media aquarum densitas. Erit in fig. 32 NQ superficies aquæ infima, *HM* suprema, & quoniam massæ remotæ parum trahunt, etiam si procul a littore elevatio sit aliquanto minor, ac littora opposita serpant, & magis distent, deviatio pro altitudine pedum 50 debita mediæ densitati Telluris homogeneæ aquæ erit proximè 2'', 31''', quæ pro aliis altitudinibus erit proximè proportionalis ipsis, & pro diversa densitate media Telluris, erit reciprocè proportionalis ipsi densitati, ut idcirco observata altitudine maris succedentis aeri, & deviatione, definiri possit ea densitas, & ex data mole Telluris, etiam ejus massa relata ad hæc corpora nobis nota, non tantummodo ad Solem, Jovem, Saturnum, Lunam, quod unum hactenus est præstitum; unde etiam liceret conjicere, an Terra sit ad centrum usque perpetuo materiæ ductu plena, an crusta quædam tantummodo, cum ingenti vacuo nucleo, ut etiam inde de figura Terræ inducta per æquilibrium judicari melius posset, cum ea, uti vidimus superiore paragrapho, pendeat a media Telluris densitate comparata cum densitate marium.

284 Ad accuratiorem calculum satis esset determinare accuratius figuram littorum, altitudinem marium circumquaque, respondentem datæ cuivis altitudini loci assumpti pro observatione, & elevationem etiam versus medium fretum, cujus satis accuratè determinandæ ex ipso littore per majoris telescopii micrometrum ratio est tuta, & facilis, ex quibus datis determinari posset admodum accuratè vis in illam massam aquæ allapsæ, ac per eam deviatio debita, ex cujus collatione cum observata erueretur densitas quæsita.

285 Sed sunt etiam in superficie Telluris loca plurima, in quibus regiis impensis concludi posset muro, vel aggere ingens tractus satis altus, ubi valles montibus concluduntur, in quem ex altioribus fontibus deduci posset aqua succedens aeri, ac deinde emitti; & inde etiam ope ingentis penduli ad latus constituti observari deviatio, & comparari cum deviatione computata. Satis est meminisse illud deviationem secundorum sex respondere moli aquæ æquivalenti globo habenti pro radio decimam partem milliaris geographici, cujusmodi hiatus haudita difficulter concludendi inter asperos montes non raro occurrunt. Eo pacto posset perpetuum quoddam constitui velut *Geometrum*, quo impleto, ac evacuato ad libitum, universa Terra tanquam ad stateram quandam appenderetur, comparata ejus actione, cum actione datæ massæ aquæ, datæ molis, & formæ.

SUP-

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUINTUM

§.1. Ad notas a versu 124 ad 270.

DE VETERUM CONATIBUS PRO MAGNITUDINE TERRÆ DETERMINANDA.

286 IN præcedentis libri supplementis diutius moratum, utcumque omnia, quantum licuit, contraxerim, hic adhuc contractiorem esse oportebit, & in iis tantummodo plerumque versari, quæ ad Nostrum rite intelligendum necessaria erunt. Sed argumentum de magnitudine, & figura Telluris investigata per graduum mensuras a Veteribus, & Recentioribus, quod fere dimidium hunc librum occupat apud Nostrum, nos aliquanto diutius detinebit, quod argumentum in piures partiti paragraphos, hoc priore, quæ ad Veterum methodos, & observationes pertinent, paucis percurremus.

287 Veteres habuerunt Terram pro sphærica, uti innuimus in adn. ad versum 124; neque enim hic moramur absurdas quorumdam imperitissimorum Veterum sententias, quas Riciolius persequitur Almagesti lib.2 cap.1, ut est illa Anaximandri, qui censuit columnæ similem, Leucippi, qui cylindro, Cleantis, qui cono, Heracliti, qui scaphio, Democriti, qui disco cavo, Anaximandri, & Empedoclis, qui mensæ planæ, Xenophanis Colophonii, qui deorsum infinitis fultam radicibus per summam Naturæ ignorationem existimavit. Nec vero novimus, an Aristarchus, & qui Veteres Pythagoræi Telluri motum tradiderunt, quidquam de vi centrifuga, & compressa Telluris forma inde proveniente subodorarint. Ita autem sententia de accurata figura sphærica marium, atque Telluris, abrasis, vel neglectis asperitatibus extantis continentis, & montium viguit sæculis omnibus, quorum monumenta ad nos pervenerunt, ut usque ad sæculum septimum decimum, nemo de illa, quod ego saltem aut noverim, aut nunc meminerim, dubitarit. Argumenta, quibus ejusmodi sententia innitebatur, fusius persecutus sum, & ad accuratiorem trutinam revocavi in mea dissertatione de Veterum argumentis pro Telluris sphæricitate. Fuerunt autem potissimum primo quidem æquilibrii leges, cum nimirum gravitatis vim censerent dirigi ad unicum commune centrum, nec nisi illam solam considerarent; cujus directio cum perpendicularis esse debeat superficiei fluidi quiescentis, uti & ratio, & experimenta docent, nec nisi sola sphæra habeat superficiem ubique perpendicularem rectis tendentibus ad datum punctum, necessario consequebatur sphærica marium figura, cui argumento addebatur & æquilibrium æqualium tantummodo columnarum Telluris conceptæ, ut fluidæ usque ad centrum, qua ratione Archimedes est usus. Deinde globosam Telluris formam persuasit curvatura perpetua, quam indicabat, & poli elevatio, ac depressio tendentibus in Boream, vel Austrum, & ortus, ac occasus anticipatio, vel posticipatio tendentibus in ortum, vel occasum indicata ab eclipsibus, conferentibus unius loci horas cum horis alterius, & circularis forma, quæ in marino horizonte se ubique oculis objiciebat, & notissimum illud phœno-

menon, quo adventantibus e mari prius summi montes, tum littora, prius domorum tecta, tum limina, ac prospectantibus e littore prius summi mali, & vela, tum ipsæ naves, & spuma rostris eruta apparebant. Sed præ reliquis argumentis ab observatione petitis umbra Terræ, quæ in eclipsibus Lunæ circularis apparet semper, sphæricam Telluris formam persuadebat, cum sola sphærica forma umbram solaris disci, qui circularis cernitur, circumquaque projiciat; eclipses autem tam ad Orientalem, quam ad Occidentalem plagam quamcunque contingant, & in magna etiam amplitudine ad Boream, & Austrum.

288 Verum quid ex æquilibrio deduci possit, fuse vidimus in penultimo superioris libri §, quod quidem argumentum enervat penitus sententia de gravitatis tendentia orta ex vi composita in omnes Terræ particulas, & incerta constitutio partium internarum Tellurem solidam constituentium, & vero etiam externarum, tam exigua ejus parte nota Veteribus, orbe nondum circum navigato, nondum America, & Orientali Asia detectis, ac Boreali Europa, australi Affrica perlustratis. Argumenta autem petita a curvatura, curvaturam ipsam perpetuam tantummodo, non accuratam sphæricitatem evincebant, cum nullæ adessent, præter incertam quandam oculorum æstimationem, accuratæ mensuræ, quæ æqualem ubique curvaturam evincerent, nullis accuratis graduum dimensionibus, quæ inter se conferri possent, nullis determinatis phænomenorum, quæ enumeravimus, comparationibus institutis cum dimensionibus rite definitis intervallorum, per quæ acciderent, ac mutationes certas subirent, nulla accurata mensura inita ad definiendum, an horizontis marini limbus satis accuratè circularis sit, quam quidem perquisitionem nunc etiam inutilem reddit refractionum horizontalium inæqualitas, quæ sæpe eodem tempore horizontem physicum ex altera parte attollit magis, quam ex altera. Demum quod pertinet ad Terræ umbram, id quidem, licet ea atmosphæræ, non Terræ sit umbra, utcumque haberet vim, supposita nimirum ubique exigua, & ad sensum æquali elevatione atmosphæræ supra superficiem Telluris (quanquam ne id quidem satis constare potuit Veteribus, potissimum barometro, quod atmosphæræ pondus exhibeat, nondum invento) sed utcumque vim habere posset, si integrum terrestria umbræ ambitum, vel simul maximam ejus partem in Lunæ disco susciperemus, ac dimetiremur accuratè, & formam accuratè circularem semper deprehenderemus; at nec arcum nisi exiguum in Luna cernimus, cujus disci diametro diameter umbræ est fere triplo major, & ita incertum reddit umbræ marginem penumbra, ut nihil inde, ne pro illo quidem exiguo arcu, quem videmus, inferri possit, nec post accuratissima astronomica instrumenta, quibus utimur, quorum instrumentorum defectus multo magis incertam apud Veteres reddidisset hanc methodum inquirendi in accuratam Telluris figuram, si quidquam supra incertam oculorum æstimationem tentandum ea in re suscepissent.

289 Inde constat suppositam apud Veteres, non satis solidis probatam fuisse rationibus Terræ sphæricitatem; videndum nunc, quo pacto ex ejusmodi suppositione in magnitudinem inquisierint ipsius Terræ, & illustranda, quæ Noster proposuit, & quæ attigimus in adnotationibus sequentibus, utcunque satis elementaria. In adnot. ad vers. 131 occurrit dimensio Eratosthenis,

nis, & ibidem exposita sunt principia, quibus innitebatur. In fig. 33 refert T centrum Terræ, A Alexandriam, DAE semicirculum hemisphærii ibi erecti ab Heratostene, positum in plano Meridiani, sIF radium Solis terminantem arcum AF, per quem extendi debuit umbra styli verticalis AI positi in directum cum radio Terræ TA, B Syenem, cujus puteum BH radius Solis verticalis illuminabat ad fundum usque, qui radius idcirco supponebatur proveniens a Sole verticali ita, ut ejus productio in directum esset ipse radius Terræ BT. Assumptis ob immanem Solis distantiam radiis Fs, TS pro parallelis, habitus est angulus ATB pro æquali alterno AIF, cujus arcus AF cum esset ex observatione pars quinquagesima circuli maximi ejus hemisphærii, habitus est hujus arcus AB pro parte quinquagesima circuli itidem maximi sphæræ terrestris, & cum hic ex viatorum æstimatione esset 5000 stadiorum, intulit Heratostenes circulum Terræ maximum continere stadia 5000 $\times$ 50, nimirum 250000. F.33

290 Plura falso assumpta, quæ hujusmodi determinationem reddiderunt erroneam, habentur in adn. ad vers. 561, quibus correctis methodus pro illis temporibus fuisset utcunque opportuna. Quod pertinet ad parallelismum radiorum; si radii provenirent ab eodem Solis puncto, haberi utique possent pro parallelis. Si enim concipiatur, puncta S, & s coire in unicum punctum, angulus IST esset perquam exiguus. Nam integer Terræ radius TK visus e Sole est tantummodo secundorum $10\frac{1}{2}$, quanta est parallaxis horizontalis Solis juxta n.70, & 505. Est autem TK circiter pars sexta peripheriæ terrestris, & IB, seu AB intervallum illi ad sensum parallelum pars quinquagesima, adeoque hoc ad illud, ut 6 ad 50, sive ejus pars minor quam octava, quæ idcirco videri debet e Sole sub angulo paullo majore, quam unius secundi. Et is error committeretur in angulo ATB assumpto pro æquali AIF, a quo debet deficere, quod quidem in unum gradum circuli terrestris, qui est minor quam septima pars totius arcus AB continentis 7° 12', induceret errorem fractionis exiguæ unius secundi. At possunt ii radii non provenire ab eodem puncto Solis. Nam umbra AF terminatur a puncto supremo disci solaris, non a centrali radio, ut patet, ac ad illuminandum totum puteum utcunque profundum, & arctum usque ad fundum, satis est, sit verticale quodcunque punctum disci solaris; quod quidem punctum si fuerit imum punctum disci, in accipiendo parallelismo committitur error æqualis toti diametro solari, nimirum circiter dimidii gradus; quod inducit errorem fere $4''\frac{1}{2}$ in singulos gradus, nempe errorem fere $\frac{1}{13}$ totius.

291 Ea methodus pro accuratioribus perquisitionibus, cujusmodi hodie in usu sunt; est minus apta erroribus etiam correctis, quia determinatio umbræ styli satis accurata haberi nequaquam potest ob penumbram. Quamobrem quadrantes vel sectores requiruntur, qui accurate determinent angulum FIA oppositum ad verticem angulo ZIS distantiæ a zenith limbi Solis utriuslibet, & ad definiendam in B distantiam itidem a zenith ejusdem limbi, si Sole uti libeat, ac præterea & refractionis habenda ratio, quæ pro 7 gradibus est circiter 8", & minuit distantiam apparentem in A a zenith.

292 In adn. ad vers. 183 habetur methodus prior Possidonii, qui usus Canopo stella assumpsit binas ejus positiones, alteram Rhodi, ubi horizon-

 tem

tem stringebat, alteram Alexandriæ, ubi simul ad meridianum appellens elevabatur supra horizontem parte $\frac{1}{48}$ totius cælestis circuli, sive gradibus 7. Si observatio accurata fuisset, rite hinc intulisset arcum inter eas urbes contentum esse $\frac{1}{48}$ totius tellestris ambitus. Cum enim horizon distet a zenith per unum quadrantem, oporteret arcum inter bina zenith interceptum esse itidem $\frac{1}{48}$ circuli cælestis, a cujus altero distaret stella $\frac{1}{48}$ parte ejusdem circuli minus, quam ab altero. Arcus autem terrestris est similis arcui cælesti inter bina zenith in hypothesi Telluris sphæricæ, ut itidem patet.

293 Verum & huic determinationi obsunt plura, quæ in eadem adnotatione innuimus, inter quæ refractio horizontalis & ingens, & admodum incerta, ac varia justa num. 40, rem prorsus omnem perturbat. Fixarum observatio, ut infra videbimus, est omnium aptissima ad graduum mensuram, sed Fixarum, quæ proximæ zenith habeant refractionem exiguam, & satis certo definitam, non quæ proximæ horizonti habeant ingentem, & incertam.

294 In adn. ad versum 212 habetur altera Possidonii methodus per intervallum, per quod gnomones verticales umbram non projiciunt in meridie.
F. 34 Sint in fig. 34 *TS*, *Ts* binæ rectæ jacentes in plano meridiani, & tangentes globum Solis *Ss*, quæ incurrant in arcum *I*, *i* meridiani terrestris. Satis patet stylos verticales *IC*, *ic*, & omnes alios, qui inter illos erigantur, nullam debere umbram projicere in meridie; stylos autem *AB*, *ab* projecturos umbram *AD*, *ad* terminatam a radiis *EBD*, *ebd* provenientibus a punctis *E*, *e* paullo ulterioribus. Arcus *Ii* carens umbra metitur angulum *ITi*, sive *STs*, qui est diameter apparens Solis visi, e centro Terræ: & quoniam diametri apparentes sunt reciprocè, ut distantiæ, semidiameter autem Terræ *TI* habetur jure instar puncti respectu distantiæ a Sole, semidiameter visa ex *I* accipi potest pro eadem, ac si videretur ex *T*; si fiat, ut diameter apparens Solis ad unum gradum, ita arcus meridiani terrestris, per quem nulla apparet umbra, ad quartum, habebitur mensura unius gradus, & per eam integer ambitus Terræ.

295 Difficultates contra hanc methodum habentur in eadem adnotatione petitæ a difficultate definiendi satis accuratè limites, in quibus incipiat, & desinat umbra verticalium corporum esse nulla, ob penumbram, & difficultate summa determinandi apparentem diametrum ante inventa telescopia, & micrometra; accedit nimis exiguus tractus assumptus, pro mensura totius circuli, qui est circiter dimidii gradus, ut Solis apparens diameter, ut idcirco error in eo tractu commissus crescat, ubi per ipsum definiatur unus gradus, qui decrescit, si adhibeatur tractus aliquot graduum. Cæterum cum hæc methodus Solem verticalem adhibeat, evitat difficultatem petitam a refractionibus.

296 Additur in eadem adnotatione, casu hanc methodum inter omnes veteres exhibuisse minime omnium erroneam mensuram gradus. Ea quidem exhibuit milliaria Romana antiqua 75. Nos gradum in Italia invenimus hexapedarum Parisiensium 56979, ut infra videbimus, sive reductis mensuris, eorum milliarium $74\frac{1}{2}$, quam proxime, & gradus sub Tropico, ubi ea observatio instituta est, debuit esse paullo brevior ita, ut dum aliæ methodi

thodi errorem induxerant plurimum milliarium, hæc ne unius quidem milliaris errorem induxerit.

297 In adn. ad verſ. 236 occurrit dimenſio Arabum per poli altitudinem, qua in patentibus campis obſervata, progreſſi ſunt recta in Boream, donec eadem uno gradu major inveniretur, quem Terræ tractum habuerunt pro uno gradu terreſtris circuli. Si altitudo poli accuratè definiatur, conſtat methodum rite procedere; ſi enim ab eodem polo alter horizon diſtat plus, quam alter, uno gradu, diſtat itidem & alterum zenith plus, quam alterum; quæ puncta ſi in eodem arcu ejuſdem meridiani jacent, differentia illa diſtantiarum binorum zenith a communi puncto eſt ipſa diſtantia inter eadem bina zenith, quæ diſtantia idcirco erit unius gradus, adeoque unius gradus etiam arcus terreſtris inter bina loca, quibus ea bina zenith verticaliter imminent.

298 Ibidem additur, cur incerta ſit ea dimenſio, cum nimirum nec conſtat, quibus menſuris ſint uſi ad illum terreſtrem camporum tractum definiendum (ei malo mederi potuiſſet ſaltem quamproxime menſuræ communis determinatio per pedem horarium ab Hugenio inventum ope penduli ad minuta ſecunda oſcillantis; de qua egimus ſupra num.260); nec qua ratione determinaverint poli altitudinem. Ea definiri ſolet capiendo altitudinem ſupra horizontem maximam, & minimam ejuſdem Fixæ circumpolaris, ubi ad meridianum appellit ſupra, & infra polum; nam altitudo poli eſt media arithmetica inter illas binas altitudines obſervatas. Verum & inſtrumenta requiruntur accuratiora, quam, quæ tum in uſu fuerint; & refractionis habenda eſt ratio; cujus an illi rationem habuerint, non conſtat; & ſi Fixis utendum eſt, ſine determinatione ipſius polaris altitudinis, quæ per bina obſervationum ejuſdem Fixæ binaria perficitur, ſatis eſt adhibere in locis ſingulis obſervationes ejuſdem Fixæ, ut habeantur binæ ejus maximæ altitudines ſupra horizontem, ſive minimæ diſtantiæ a zenith, quæ ſolæ binorum zenith diſtantiam definiunt. Verum & ubi Fixarum uſus eſſe debeat, multo ſatius eſt, uti ſupra monuimus, Fixas adhibere proximas zenith, quam proximas polo, ad evitandos nimirum refractionum errores, & ad faciliorem, certioremque determinationem per ſectores majoris radii verticaliter erectas.

299 Omnes hæ Veterum methodi exhibebant immediate aliquem circuli cæleſtis arcum, per quem immediate obveniret circumferentia circuli Terræ maximi, ex qua deinde diametrum eruebant ope rationis circumferentiæ ad ad diametrum, quam Archimedes definivit 22 ad 7, & quæ multo veræ propior exhibetur ab illis notiſſimis numeris 355 ad 113. Atque hinc patet illud, quod initio libri 4 Noſter propoſuit, & innuimus in adn. ad verſ. 100 ejuſdem libri, ac in §. 1 ſupplementorum libri ejuſdem huc remiſimus illuſtrandum: homines nimirum, inventa Geometria, & exculta per minora camporum intervalla, ac montium altitudines, primo quidem peripheriam terreſtrem determinaſſe, tum diametrum, ex ea nimirum deductam. Verum methodi & diametri immediatè definiendæ pares a Recentioribus, & inventæ ſunt, & adhibitæ, ut conſtabit ſequenti §, in quibus etiam evidentius perſpicitur, quo pacto a dimenſionibus agrorum, & montium itum ſit ad Tellurem, & inde in Cælum, ac Geometria a neceſſitate Naturæ velut ad luxum quendam traducta: ſed ex methodi parum iidem felices extiterunt, nec ad abſolutam accurationem idoneæ eſſe poſſunt. Sed de eo aliquid ſequenti §.

§. 2. Ad notam in verſ. 270. &c.

DE PRIMIS RECENTIORUM CONATIBUS PRO DETERMINANDA MAGNITUDINE TELLURIS.

300 Statim poſt reſtitutam ſæculo decimoſexto Aſtronomiam, quæ diu tam diuturna tot præcedentium ſæculorum barbarie velut obruta cum cæteris omnibus bonis ſtudiis jacuerat, de magnitudine Telluris determinanda cogitari eſt cœptum, & quidem uſque ad Richerianum compertum gravitatis inæqualis, evulgatum ſub finem ſæculi ſuperioris, & inæqualitatem graduum accuratius definitorum deprehenſam paullo poſt, ſemper ex hypotheſi Telluris ſphæricæ. Plura ejuſmodi tentamina extiterunt vix iterum ortis, vel adhuc adoleſcentibus hiſce ſtudiis, quorum bina tantummodo Noſter attingit Fernelii in Gallia, & Riciolii in Italia.

301 Et Fernelius quidem uſus methodo nimis craſſa potiſſimum ad intervallum terreſtris arcus dimetiendum, nihil certi, & accurati præſtare potuit. Riciolius incredibili induſtria, & inſtrumentorum pro eo tempore apparatu, vitio methodi, cui fidebat maxime, gradum auxit circiter $\frac{1}{11}$ ſui par-
F.35 te. En ejus methodum ex Geographiæ Reformatæ lib. 5 cap. 33. In fig. 35 exhibet C centrum Terræ, BA montem Paternum Bononiæ, MD Mutinenſem editiſſimam turrim. Obſervavit angulum $CAD = 89^{\circ}, 26', 13'', 27'''$, $CDA = 90^{\circ}, 15' 7''$, quibus ſubductis a 180, relictus eſt angulus $ACD = 18', 39'', 33'''$; intervallum AD invenit paſſuum Bononienſium $20016 \frac{10}{504}$; unde intulit gradum eorundem paſſuum 64363, qui adhibita ratione pedis Bononienſis ad Pariſienſem $1682 \frac{2}{5}$ ad 1440, & paſſus ad hexapedam 5 ad 6, reducitur ad hexapedas 62665. Cum vero gradus in Italia obvenerit Maírio, & mihi hexapedarum 56979; differentia evadit 5686, pars $\frac{1}{11}$ hujus poſterioris.

302 Et quidem incredibilem in angulis capiendis adhibuit diligentiam, uſus ſatis longa aquæ ſtagnantis ſuperficie, ſummam itidem adhibuit induſtriam in deducendo intervallo per triangula, & baſim actuali menſura definitam, curam itidem ſummam in comparandis inter ſe menſurarum modulis; ac redacto hoc ſuo gradu ad milliaria Romana antiqua proximè 81, omnem itidem conatum intendit, ut aliorum menſuras correctionibus adhibitis ad hanc ſuam adduceret. Verum ipſi refractiones in primis impoſuerunt, quarum nullam rationem habuit, tanquam ſi in imo aere iis ſaltem diei horis, quibus ad vaporum vim evitandam obſervationes inſtituerat, refractio nihil poſſet. At ea poteſt utique ſemper, ubi radius per ſatis ingentem tractum progreditur, in quo ob Terræ curvaturam debet mutare diſtantiam a ſuperficie Telluris, & diverſæ denſitatis atmoſphæram permeare. Refractio attollit objecta, & ejus vi linea viſualis AD attollitur ad AE, & DA ad DF tangentes curvæ AID, quam radius percurrit. Hinc anguli CAD, CDF proveniunt majores juſto, & angulus ACD juſto minor; unde ubi fit, ut angu-

lus

lus *ACD* ad unum gradum, ita intervallum *BM* ad intervallum debitum uni gradui, manente secundo, & tertio termino, quartus provenit major justo in ea ratione, in qua prima est minor.

303 Porro plerumque illud deprehendi solet in hujusmodi observationibus circumterrestribus, ubi montes adhibentur, ut angulus *BCM* obveniat $\frac{1}{9}$ sui parte minor justo. Ipsi, qui alteram stationem habuit humiliorem in Turri Mutinensi, & horas selegit, quibus purgatissimus esset aer, error obvenit aliquanto minor, partis nimirum $\frac{1}{11}$; nam fere totum errorem deberi refractionibus crediderim ob tantam in cæteris omnibus adhibitam curam, quanquam aliquem erroreulum & illa dimetiendorum angulorum ratio parere omnino debuit, & tractus trientis gradus erat nimis exiguus, errore multiplicato, dum itur ad gradum integrum. Addidit ille quidem ad hanc determinationem confirmandam & alias methodos, adhibitis observationibus Astronomicis nonnullis, sed & per sese minus idoneas, & Astronomia nondum satis exculta, minus accuratas, quam ob causam ab iis etiam in eundem errorem inductus est.

304 Et quidem methodus, quam proposuimus, ob admodum incertas in primis, & varias prope horizontem refractiones objectorum etiam alte intra atmosphæram depressorum nunquam sane ita perfici poterit, ut usui esse possit; cæterum ipsa est omnium aptissima ad videndum progressum, quo humana mens ab agrorum dimensione Geometriam traduxit ad dimetiendam Telluris diametrum, & inde ad astrorum distantias definiendas sese extulit. Ubi enim terrestres distantias dimetimur, basim aliquam definimus actuali mensura, ex qua & binis angulis observatis deducimus ad tertium angulum, tum ad latera, ac ex lateribus eo modo inventis, & binis angulis iterum observatis in extremis inventorum angulorum punctis progredimur, ut patebit sequenti §, ad alia aliorum triangulorum latera determinanda. Sic ibi potuisset Riciolius ipsa obliqua rectilinea distantia *AD* per triangulorum seriem definita sine illius reductione ad distantiam *BM* horizontalem, vel potius horizontali proximam in triangulo *CDA* facta, ut sinus anguli *C* ad sinum *CAD*, ita *AD* ad *CD*, eruere immediate semidiametrum, ex qua deinde per eandem Trigonometriam ascenditur ad Lunam, tum ad Solem methodis, quas exposuimus §. 1 libri præcedentis. Verum & hic refractio obest, & ubi in Cælum assurgitur, tot difficultates occurrunt, quemadmodum ibi exposuimus, ut quæ methodi directæ videntur prima fronte omnium aptissimæ ob theoriæ simplicitatem, plerumque fato quodam conditionis humanæ fiant maximæ omnium ineptæ, & per ambages sæpe indirectas ægrè demum eo, quo tenditur, liceat evadere.

305 Norwoodus in Anglia, & Snellius in Hollandia astronomicis observationibus usi, ac meridiani arcum dimensi eam rationem secuti sunt in gradu dimetiendo, quam nunc adhibemus, & §. sequenti explicabimus; sed Astronomia itidem nondum satis exculta, erroneum uterque gradum obtinuit. Et Norwoodus quidem, quem Newtonus prop. 19 lib. 3 commemorat, dimensus distantiam Londinum inter, & Eboracum pedum Londinensium 905751, & observando differentiam latitudinum 2°. 28′, collegit mensuram unius gradus pedum 367196, quos Newtonus reducit ad hexapedas 57300. Is gradus si

cum iis conferatur, quos nunc obtinemus, est 250 circiter hexapedis justo major, licet Newtono visus sit satis vero proximus ob consensum cum gradu definito in Gallia a Jo. Dominico Cassino hexapedarum 57292, quem quidem erroneum esse constitit, ut infra docebimus, mensuris a filio, & nepote iteratis pluribus vicibus, & correctionibus pluribus adhibitis.

306 Et quidem, quod ad Norwoodi mensuram pertinet, ego quidem haud scio, an ullus ejus observationes iteraverit, & invenerit, ubi & qui error commissus sit; in Snellii gradum plures inquisiverunt post ipsum, & alias post alias correctiones proposuerunt. Is quidem ingentem ordinaverat triangulorum seriem, cujus ope distantiam obtineret ad directionem meridiani redactam inter bina extrema loca observationibus astronomicis destinata, prorsus uti nunc fit, & intervallo, ac arcu cælesti intermedio definitis, invenerat eum, qui redactis mensuris evadit hexapedarum 55020. Eum Muschembroekius, rectificatis triangulis, & recentis observationibus astronomicis ipsius Snellii reduxit ad hexapedas 57033: Jacobus Cassinus repetitis etiam observationibus astronomicis anno 1701 invenerat 56496, Cassinus vero de Thury novam basim dimensus, sed paternis adhibitis observationibus produxit iterum ad hexapedas 57145; sed optandum esset, ut ipsæ obobservationes astronomicæ iterarentur, quæ quidem initio hujusce sæculi nondum ad eam accurationem devenerant, quæ in tam subtili investigatione requiritur.

307 Feliciore exitu ex fortuita errorum plurium compensatione ad mensuram gradus veræ quamproximam evasit sub finem superioris sæculi Piccardus in Boreali Gallia. Is enim Ambianum, inter & Malvoisinam ex intervallo, quod ipsi obvenerat, 1°, 22', 55'', definiverat gradum hexapedis 57060. Hunc Maupertuisius primum in opusculo edito statim post regressum ex Laponia correctione adhibita, quam Fixarum motus a Picarto neglectus requirebat, reduxit ad hexapedas 56925, tum iteratis ejus observationibus astronomicis iterum immutavit redactum ad hexapedas 57183: at Cassinus de Thury cum Caillio, invento in ipsa etiam Piccartiana basi errore, qui astronomicarum observationum errorem fere accurate corrigeret, reduxerunt iterum ad hexapedas 57074 mensuram quamproximam primæ 57060, quæ quidem postrema correctio baseos licet quinquies coram multis testibus ad trutinam revocata, observationibus intra paucos digitos conformibus, nihilo tamen minus impugnata iterum, & in suspicionem adducta, ab omni, ut ego arbitror, dubitationis alea est penitus liberata a novis observationibus jussu Academiæ institutis ab illa nova Academicorum turma, quæ suas cum ejus approbatione superiore anno typis impressas evulgavit. Inde autem vel in hoc solo Piccarti gradu facile constat, per quas ambages, & inter quos errorum scopulos ad veritatem emergat humana mens.

308 At nihilo minus perspicuum humanæ conditionis exemplum, sed infelicius, quia sine errorum compensatione, apparuit in gradu illo Jo. Dominici Cassini, quem, quanquam, veluti nunc ex tam multis, & accuratissimis nepotis mensuris certo constat maxime erroneum, Newtonus ut maxime tutum adhibuit; quem nimirum is accepto medio ex arcu 6°, 18' in Australi Gallia inter Observatorium Parisiense, & villam Colioure deduxerat hexapedarum 57292 fere 250 hexapedis longiorem vero. Eum Jacobus filius

filius in Comment. Acad. Parif. ad ann. 1718 reduxit ad hexap. 57097, ut innuimus in adn. ad verf. 580. Idem autem nunc demum reducitur ad hexapedas 57047, fi affumatur medium inter 9 gradus, quos Caffinus de Thury ejus nepos, in Gallia Auftrali definitos a fe, & Caillio, propofuit in opere memorato *Meridienne Verifiée*, in quo quidem & artis obfervandi ad fupremum jam evectæ apicem, & diligentiæ fummæ atque induftriæ vis omnis emicat, & ubique fe prodit.

309 Atque hic quidem primus Caffini gradus collatus cum Picartiano, & cum alio, quem Jacobus Caffinus paternis menfuris Dunkerkam ufque, per Borealem Galliam produxerat, qui tum pariter inventus hexapedarum 56960, paterno multo minor obvenerat, quæftiones omnes initio hujufce fæculi movit de figura Telluris, ac tot meditationibus, tot celeberrimis expeditionibus occafionem præbuit, ad ipfam figuram, a qua & vera magnitudo pendet, determinandam, de quo argumento agemus pluribus fequentibus paragraphis. Hic interea concludendum illud, poft tam multos, tam diuturnos tot hominum doctiffimorum labores, adhuc, quod ad magnitudinem Telluris determinandam pertinet, nihil ex hifce primis Recentiorum conatibus fatis certo conftitiffe, quanquam dubiorum limites fenfim femper magis contracti fint: dum enim difcrimen inter gradus a Snellio, & Riciollo propofitos eft hexapedarum 7645, plus quam octava prioris pars, difcrimen inter primum hunc Caffini, & Picarti gradum eft hexapedarum tantummodo 232, nimirum $\frac{5}{246}$ pars hujufce pofterioris.

310 Affumpto medio inter hofce poftremos gradus, vel adhibito altero, facile inde ex hypothefi Telluris fphæricæ obtineretur tota Terræ circumferentia graduum æqualium 360, & ex ea diameter; fed poft recentiffimas obfervationes tam multas, tanto apparatu inftrumentorum, tanto Obfervatorum labore, tantis Principum munificentiffimorum fumptibus peractas, de quibus agemus §. 5, priores illæ dimenfiones evaferunt jam prorfus inutiles. Iis igitur hic omiffis agemus fequenti §. de ipfa ratione dimetiendorum meridiani graduum, ut illuftrentur ea, quæ Noftrum fecuti propofuimus in adnotationibus a verf. 386 ad 547.

§. 3. Ad notam in verf. 386. &c.

DE DIMENSIONE GRADUUM MERIDIANI, ET PARALLELI.

311 Primo quidem *meridianus terreftris dicitur illa curva, quæ oritur in fuperficie Telluris, fi ea fecetur plano per axem converfionis diurnæ, & unus ejus gradus dicitur is ejus curvæ tractus, ex cujus extremis punctis ductæ in ejus plano duæ rectæ perpendiculares ad ipfam curvam continent, ubi concurrunt, angulum unius gradus. Parallelus autem dicitur curva, quæ oritur fectione perpendiculari ad axem*, & ejus gradus eodem pacto definitur refpectu ipfius. Hæ definitiones funt generales, quæcumque fit figura Terræ, quæ ubi fphærica concipiatur, meridianus erit, ut patet,

tet, circulus ejus sphæræ maximus, & rectæ illæ perpendiculares concurrent in centro, in quo eum gradum continebunt. Quod si eæ perpendiculares contineant angulum majorem, vel minorem, ille arcus curvæ dicetur tot graduum, vel minutorum, quot erunt ejus anguli mensura. Parallelus autem erit
F.36 circulus habens centrum in axe. Sit in fig. 36 *AB* arcus ejus curvæ, *DA*, *EB* binæ normales ad ipsam curvam, quæ productæ concurrant in *C*. Si angulus *ACB* fuerit aliquot minutorum, vel unius gradus, duorum, trium; arcus *AB* dicetur totidem minutorum, vel gradus unius, duorum, trium, & patet ad determinandum meridiani gradum in mensuris datis, ut in hexapedis Parisiensibus, duo requiri; mensuram anguli *ACB* pertinentis ad aliquem arcum meridiani *AB* in gradibus, minutis, secundis, & mensuram intervalli *AB* in iisdem illis mensuris datis, ut hexapedis. Si enim angulus *ACB* inventus fuerit accuratè unius gradus, is ipse tractus *AB* exhibebit unum gradum; secus habito arcu *AB* pro accuratè, vel proximè circulari, fiet, ut angulus *ACB* ad unum gradum, ita intervallum *AB* ad quæsitam unius gradus mensuram.

312 Si superficies Terræ non esset aspera, & scabra, sed polita, & lævis, liceret erigere lineas *AD*, *BE* perpendiculares ad ipsam superficiem in plano ejus circuli, quibus deorsum continuatis, si posset penetrari in intima ipsius Terræ viscera usque ad earum concursum in *C*, liceret ibi actuali mensura determinare angulum *ACB*, qui arcum *AB* denominet. Sed quoniam neutrum licet, definimus pro gradu meridiani verticales lineas *DA*, *EB* ope penduli, cujus filum cum debeat sequi directionem gravium, debet habere directionem rectæ perpendicularis ad totam superficiem, &, si Terra sit solidum ortum rotatione curvæ cujuspiam circa axem, jacere in plano illius curvæ *AB* positæ in superficie ipsa, ac eæ rectæ productæ ad partes *D*, & *E*, abirent ad bina zenith locorum *A*, *B* assumpta in immensa illa cælesti sphæra Telluri concentrica, quam §. 1 lib. 4 concepimus, ut adeo angulus *ACB* sit distantia illorum ipsorum zenith considerata in arcu cælestis meridiani pertinentis ad illam immensam sphæram.

313 Ad angulum *ACB* definiendum utimur Fixa quapiam, ut *F*, dum ad meridianum appellit, determinando in *A*, & *B* angulos *DAF*, *EBF*, qui exhibent apparentem Fixæ distantiam ab illis zenith, & si Fixa jaceat inter bina zenith, ut *F*, assumitur pro angulo *ACB* summa eorum angulorum; si jaceat extra, ut *f*, assumitur eorum differentia. Nam angulus externus *ADF* æquatur binis *ACF*, *AFC* internis, & oppositis, & angulus *EBF* binis *BCF*, *BFC*; adeoque bini anguli *DAF*, *EBF* simul æquantur binis *ACB*, *AFB* simul, nimirum, cum angulus *AFB* sit ad sensum nullus ob immanem distantiam Fixarum (esset enim uno secundo minor etiam, si terminaretur ad Solem), soli angulo *AFB*; & similis est demonstratio pro differentia respectu *f*.

314 Mensura igitur anguli *ACB*, sive arcus cælestis inter bina zenith respondentis arcui terrestri *AB*, reducitur ad mensuram anguli, quem recta verticalis indicata a filo penduli continet cum recta tendente ad Fixam. Id præstatur ope quadrantis Astronomici, ut cum Nostro diximus in adn. ad vers. 386; vel potius ope longioris sectoris. Quadrans, quem Noster describit, exprimi-
F.37 tur in fig. 37. Telescopium *CG* affigitur lateri *BA*, & dirigitur ad Fixam *F*. Exprimit *BIE* quartam peripheriæ circularis partem, cui occurrit in *I* filum *AP* pen-

AP penduli pendentis a centro *A*; quod si concipiatur productum sursum in *D*, angulus *DAF* erit idem, ac in fig. 36; erit nimirum quæsita illa distantia a zenith.

315 Quoniam in dimetiendis gradibus utimur Fixis proximis ipsi zenith; pro toto quadrante *bIE* adhibetur sector paucorum graduum hinc, & inde a telescopio *CG*, quo pacto facile assumi potest instrumentum etiam longius, radio nimirum 9, vel 10 pedum; quod si in totum quadrantem extenderetur, molem haberet immanem, & ad eos usus transferri, ac tractari omnino non posset.

316 Porro, quæ & in constructione, & in usu quadrantis, ac sectoris necessaria sunt, fusè persecutus sum opusculo 4 Expeditionis Litterariæ, ubi plures methodos exhibui & rectificandi ea instrumenta, & errores æstimandi, corrigendique, ac universam praxim ad eam rem necessariam evolvi diligentissimè. Satis est monere illud, quod & primo superioris libri §. monui, eo jam deventum esse in instrumentorum apparatu, & usu, ut si inter plures plurium dierum observationes ejusdem Fixæ satis diligenter institutas ac ritè reductas assumatur medium, id a singulis observationibus plerumque ne uno quidem integro minuto secundo differat.

317 Reductione autem est opus multiplici, ubi plurium dierum observationes adhibentur, ex multiplici Fixarum motu. De Fixarum motibus egimus num.58; tres autem motus, qui mutant distantiam a zenith, commemorat hic Noster juxta adn. in vers.547, pro quibus motibus omnibus habemus demum & tabulas a Caillio computatas in summum Astronomorum commodum in egregio, & immortali opere, quod inscripsit ***Fundamenta Astronomiæ***, ut in illo §. monuimus, oportet itidem adhibere correctiunculam ex refractione juxta adn. in vers. 386, de qua egimus §. 1 lib.4. Verum satis est eam non singulis observationibus, sed toti arcui cælesti demum adhibere, cum in exiguis distantiis a zenith, ut ibidem vidimus, sit ipsi distantiæ proportionalis, & pro duobus, vel tribus gradibus, sit proximè duorum, vel trium secundorum. Ea vera cum Fixas ipsi zenith admoveat distantiam apparentem minuens, addenda est arcui invento per observationes non correctas, ut habeatur arcus correctus.

318 Jam quod pertinet ad intervallum terrestre *AB* fig. 36, si superficies F. 36.
Terræ esset polita, & lævis, liceret in *A* meridianam lineam ducere, tum in ejus directione progredi applicando modulum aliquot hexapedarum, usque ad alteram stationem *B* satis remotam, & eligendam pro observationibus astronomicis instituendis. Sed quoniam id non licet, eliguntur bina loca *A*, & *B* satis inter se distantia, quæ constet parum abesse ab ejusdem meridiani directione, tum assumuntur plures stationes editorum locorum hinc, & inde a directione ipsius meridiani crasso modo æstimata, ut ordinari possit series continua triangulorum ab *A* ad *B*, sive poligonum, de quo egimus in adnot. ad vers. 437; & requiritur saltem una basis rectilinea posita in aliqua planitie, quæ actuali mensura definiri possit, & ex cujus extremo altero ad binas stationes prospectus pateat, ex altero saltem ad earum alteram, ex qua nimirum, & observatis angulis in ipsis ejus extremis, ac in omnibus poligoni stationibus, omnia poligoni latera, & omnes ipsorum respectivæ positiones

ad se

ad se invicem innotescant; sed præstat binas ejusmodi habere bases, quarum altera alterius deductiones confirmet.

F.38 319 Poligonum refert fig. 38. A, B sunt extrema puncta selecta pro observationibus astronomicis; C, D, E, F, G sunt stationes intermediæ, per quas procedit continua series triangulorum ACD, CDE, DEF, EFG, FGB: binæ bases sunt HI, & KL, & prima connectitur cum latere AC per duo triangula HCI, AIC, secunda cum BG per duo KBL, LBG. Habita basi HI, & observatis omnibus angulis omnium ejusmodi triangulorum, primo quidem videre licet, an omnes tres anguli cujusvis trianguli sint æquales duobus rectis, & a differentia, quæ semper erit aliqua ob difficultatem observandi, innotescet, quam exacta fuerit observatio, quæ differentia si fuerit paucorum secundorum, negligi potest, iis per tres angulos distributis ita, ut iidem correcti æquentur duobus rectis. Tum in triangulo HCI factis, ut sinus anguli HCI ad sinum IHC, ita HI ad IC, obtinetur IC: eodem pacto in triangulo IAC ex angulis A, & I, ac latere IC invenitur latus AC, tum in tri. ADC ex angulis omnibus, & latere AC inveniuntur AD, CD, & ita porro devenitur ad extremum latus BG, ex quo latus BL, tum basis LK calculo erui potest, ut innotescat, an eadem sit, quæ ex immediata observatione eruitur.

320 Porro quæ industria adhibenda sit in dimetienda basi, quæ instrumenta ad eam rem idonea sint, quæ correctiones adhibendæ, quæ comparatio mensuræ cum modulo ab aliis adhibito in eadem re versatis; quid in stationum delectu observandum, quæ signa in ipsis stationibus erigenda ad certam collineationem, quæ adhibenda correctio, ubi, quod plerumque accidit, ex ipso signi centro observatio institui non potest, qui anguli observandi, & qua methodo ope quadrantis instructi regula deferente alterum telescopium, & mobili circa centrum ipsius quadrantis, ut & illud, qui errores committi possint, ac timeri, atque alia ejusmodi satis multa fuse persecutus sum in illo eodem opusculo totam hanc ipsam & theoriam evolvens, & praxim, tum quod pertinet ad ea, quæ diximus, tum quod ad ea, quæ supersunt, quæ quidem hic tantummodo cursim attingimus.

321 Dicendum nunc de binis reductionibus poligoni, de quibus egimus in adnotationibus ad vers. 479, & 500. Prima reductio est poligoni ad planum horizontale; nam ejus latera temere jacent inclinata alia magis, alia minus ad horizontem, ad quem reduci debent per rectas a singulis stationibus demissas perpendiculariter in ipsum. En methodum, quam Noster proposuit,
F.39 versibus utcunque perviam. Sit in fig. 39 unum e triangulis ADC reducendum ad planum horizontale transiens per A. Concipiantur Dd, Cc perpendiculares superficiei Terræ habitæ pro plano quodam horizontali ob exiguam in exiguo tractu curvaturam, & rectæ Dd occurrat in N recta CN parallela cd, cui & æqualis erit. Habebitur angulus DAd elevatio stationis D visa ex A ope quadrantis fig. 37, in qua cum arcus BI metiatur distantiam a zenith, arcus residuus IE metitur elevationem supra horizontem: hic vero angulus AdD est rectus, & habetur latus AD poligoni non reducti; quare ope Trigonometriæ habebitur idem latus reductum Ad. Eodem pacto ex elevatione CAc, & latere AC habebitur latus Ac reductum, & ex elevatione NCD, ac la-

ac latere *CD*, latus reductum *CN*, vel *cd*. Ex tribus autem lateribus inventis *Ad*, *Ac*, *cd* invenientur & anguli ejus trianguli, sive anguli omnes poligoni ad horizontem reducti.

322 Hæc quidem methodus est operosior, cum angulos reductos invenire oporteat ex tribus lateribus singulos, post deductionem omnium laterum obliquorum, ac ex iis horizontalium omnium, & est minus accurata ob curvaturam neglectam. Altera quam ibidem innui, & promisi, est multo commodior, & accuratior; est autem hujusmodi. Omnes anguli pertinentes ad singulas stationes reduci immediatè possunt ope Trigonometriæ sphæricæ ad angulos, quos efformant projectiones laterum factæ in subjectam superficiem Terræ habitam pro sphærica. Sint enim in fig. 40 rectæ *AD*, *Ad*, *AC*, *Ac*, eædem, ac in 39, & centro *A*, quovis radio *AO* concipiatur sphæra iis occurrens in *P*, *O*, *Q*, *R*, ac planorum *DAd*, *CAc* communis intersectio sit *CV* occurrens superficiei sphæricæ in *V*. Arcus *PQ* metietur angulum *DAC* observatum, & arcus *VP*, *VQ* erunt complementa arcuum *OP*, *RQ* metientium elevationes *DAd*, *CAc* itidem observatas, qui idcirco darentur, & darentur itidem, si pro elevationibus, quas figura exhibet, observatæ fuissent depressiones infra horizontem. Igitur in triangulo sphærico *PVQ* datis jam tribus lateribus invenietur angulus *PVQ*, sive inclinatio planorum verticalium *DAd*, *CAc*, quæ planorum inclinatio est ipse angulus sphæricus, quem continent in superficie Terræ arcus, in quos per plana ejusmodi verticalia projiciuntur latera *AD*, *AC*. F. 40

323 Habitis hoc pacto angulis omnibus poligoni redacti ad sphæricam superficiem Telluris, jam a basi *HI* incipiendo eodem ordine habebuntur omnia latera poligoni ipsius jacentis in ea superficie sphærica, prorsus ut habebantur latera rectilinea inclinata; nam in Trigonometria sphærica sinus laterum sunt, ut sinus angulorum oppositorum. Cumque arcus exigui sint quamproxime, ut sui sinus, erunt illa ipsa latera, ut sinus angulorum oppositorum. Habebuntur igitur immediatè & latera omnia, & anguli poligoni primo reducti.

324 Secunda reductio est operosior. Oportet invenire tractum *Ab* meridiani interceptum inter punctum *A*, & parallelum *Bb* transeuntem per *b*; quo pacto observatio facta in *B* pro distantia Fixæ a zenith in appulsu ad suum meridianum exhibebit distantiam, quæ inventa fuisset in *b*, si ibi observatio peracta fuisset, & hoc intervallum *Ab* referet illud intervallum *AB* fig. 36 suppositum in eodem meridiano. Hæc secunda reductio fiet concipiendo arcum ipsum meridiani *AM*, & concipiendo hinc, vel inde in ipsum demissos arcus circulorum maximorum ipsi perpendicularium *DO*, *FQ*, *BM*, vel *CN*, *EP*, *GR*, qui singuli assumi poterunt pro rectis lineis. Oportebit autem nosse positionem saltem primi lateris *AV* cum Meridiano *AM*. Ea definiri poterit ducendo actu in *A* meridianam lineam, & notando angulum, quem cum ea constituit planum verticale tendens ad *D*; sed multo facilius id præstabitur, si ope quadrantis observetur angulus *VAD*, quem efficit recta *AD* cum recta tendente ad solem horizonti proximum, assumendo ad filum quadrantis verticale alterum ejus limbum, vel utrumque, ubi licet, ut licet in sphæra satis obliqua, ut habeatur appulsus centri, ac notando diligenter horam, quod admodum necessarium est, ob refractiones horizontales incertas, & varias, ex qua innote-

notefcet per aſtronomicas tabulas angulus, quem cum plano meridiani continet planum verticale ea hora radens limbum, vel centrum ſolare. Innotefcet autem & elevatio Solis ſupra horizontem, ex qua, & ex elevatione puncti *D* viſi ex *A*, una cum angulo *VAD* obſervato eruetur methodo ſuperius tradita in fig. 40 angulus, quem planum verticale tranſiens per *D* continet cum plano verticali tranſeunte per Solis limbum; ſed ſi angulus *DAV* ſit recto proximus, quod facile obtineri poterit reſpectu alterius e lateribus *AD*, *AC*, in ortu, vel occaſu Solis, ſi opportunum anni tempus ad eam obſervationem ſeligatur, is ipſe erit quamproxime ſine ulla reductione angulus ille quaeſitus planorum verticalium. Inventis autem angulis, quos continent illa plana verticalia, nimirum angulis *VAD*, *VAO* reductis ad ſuperficiem Telluris, relinquetur & angulus *DAO*, qui quaerebatur.

325 Ex eo angulo, & angulo *AOD* recto, ac latere *AD* primo reducto habebuntur *AO*, & *DO*. Si jam concipiatur *DS* parallela *AO*, angulus *ADS* habebitur, nimirum complementum *DAO* ad duos rectos: ejus differentia a binis *ADE*, *EDF* exhibebit angulum *FDS*, ex quo, & angulo recto *FSD*, ac latere *DF*, habebitur *DS* aequalis *OQ*, & *FS*, ex qua, & *SQ* aequali *DO* habebitur *FQ*; ac eadem methodo licebit progredi ad reliqua poligoni latera utravis ex parte, nam & in triangulo *CAN* ex angulis *CAD*, *NAD* jam notis innoteſcet *CAN*, ac per ipſum, & rectum *N*, ac latus *AC* invenietur *AN*, & *CN*. Eo pacto habebuntur omnes diſtantiae ſtationum omnium primo reductarum a meridiano *AM*, & fruſta omnia meridiani *AO*, *OT*, *QM*, vel ſimili methodo ex alia parte *AN*, *NP*, *PR*, *RM*, ex qua ſecunda reductione laterum adhuc obliquorum ad meridianum innoteſcet *AM*.

326 Erit autem *AM* ad ſenſum eadem, ac *Ab*, ſi diſtantia *BM* fuerit exigua, quae ſi fuerit aliquanto major, haud difficulter deduci calculo poterit etiam lineola *Mb* ſemper adhuc exigua intercepta inter arcum *BM* circuli maximi, & arcum *Bb* circuli paralleli. Ea facile definitur methodo, quam expoſui num. 294 ejus opuſculi per reſolutionem trianguli ſphaerici rectanguli, cujus baſis eſt diſtantia loci *B* a polo, ſive complementum ejus elevationis poli, angulus ad *M* rectus, & latus *Bm*, ex ipſo intervallo jam cognito in hexapedis, & gradu proxime cognito, notum etiam in partibus circuli maximi. Eſt enim *Mb* differentia inter baſim ejus trianguli, & latus, quod tendit ab *M* ad polum, & iis datis invenitur.

327 Ex ejuſdem trianguli ſphaerici reſolutione invenitur angulus, quem in *B* continet meridianus cum latere *BM*, cujus differentia a recto exhibet convergentiam meridiani tranſeuntis per *B*, cum meridiano *AM*, adeoque angulum, quem is meridianus continet cum recta parallela *AM* ducta ex *B*. Hinc cum methodo numeri 325 inveniatur angulus, quem *FB*, vel *BG* continet cum ea recta, obtinetur angulus, quem utrumvis latus continet cum meridiano, qui angulus ſi obſervetur, uti obſervatus eſt in *A*, ope Solis, habetur jam comparatio anguli computati cum obſervato, ut innoteſcat, an error aliquis in tot angulis obſervatis, & angulorum reductionibus irrepſerit. Et eodem pacto haberi poſſet angulus, quem quodvis latus reductum continet cum meridiano, quod promiſimus in adnot. ad verſ. 500, ut & in adn. ad verſ. 528 promiſſa eſt alia verificatio poſitionis poligoni; quam nimirum hic exhibuimus per novam obſervationem ſolarem factam in *B*,
vel

vel in alia statione quavis, quæ quidem est multo tutior illa, quam ibidem innuimus, observandi per eclipses, an differentia longitudinum pertinentium ad loca *A*, & *B* respondeat intervallo *BM* reducto ad partes paralleli transeuntis per *B*. Hujusmodi reductio est facilis; reducto enim intervallo *BM* ad partes circuli maximi, satis est efficere, ut cosinus latitudinis loci *C* ad radium, ita numerus partium circuli maximi ad numerum ejus paralleli. Sed cum unius secundi error in tempore eclipseos secum trahat errorem 15 secundorum in latitudinum differentia, ea methodus maximis erroribus obnoxia perquam exigui usus esse potest, nec est cum hac posteriore omnino comparanda.

328 Hoc pacto ex intervallo *Ab*, sive *AB* figuræ 36, & angulo *ACB* ejusdem, invenitur juxta num. 311 mensura quæsita unius gradus debita proximè medio illi intervallo. Quod si observationes astronomicæ tam pro arcu cælesti, quam pro positione poligoni instituí non possint in ipsis extremis poligoni punctis *A*, & *B*, sed prope ipsa, requiritur reductio eorum locorum ad ea puncta, quæ quidem non est difficilis: eandem autem, ut & plura præcepta ad contrahendas operationes, & exempla fuse persecutus sum, ut monui, in eodem opusculo. Sic etiam si poligonum jaceat in sublimi in magna elevatione supra maris superficiem, ut in Quitensi valle accidit, reducendum est intervallum inventum ad superficiem maris, reductione facili, ubi elevatio innotescat. Sed ad præsentis instituti rationem, & ad Nostrum prorsus intelligendum, abunde sunt hic, quæ diximus, pertinentia ad hanc graduum meridiani mensuram.

329 Postea quam tum fuse est actum de dimetiendi meridiani gradibus, dicendum hic est aliquid etiam de mensura graduum paralleli, nimirum lineæ, quæ oritur secando Tellurem plano perpendiculari ad axem. Sed quoniam de iis nihil Noster, & meo quidem judicio parum admodum accurata haberi possunt; innuam tantummodo hæc pauca. Satis est poligonum disponere secundum directionem ad sensum perpendicularem meridiano cuipiam, & æque ad sensum hinc, & inde ab eo productum. Ibi distantia binorum extremorum poligoni punctorum reducta ad lineam meridiano perpendicularem obtineri potest fere penitus, ut distantia reducta ad meridianum. In binis illis locis capiendus est accuratissimè appulsus ad meridianum Solis, vel Fixæ cujuspiam per plures observationes altitudinum æqualium; ac eadem nocte in monte edito intermedio, qui ex utroque extremo conspici possit, excitandus ingens ignis subitus accensione pulveris pyrii, quod tempus utrobique notatum, & collatum cum temporibus appulsuum, exhibebit differentiam temporum inter binos illos appulsus ad meridianum, & ex ea numerus partium paralleli inter illa puncta extrema intercepti innotescet. Illa verò distantia inventa, & reducta poterit assumi pro arcu paralleli, qui, si libeat, facile corrigi etiam poterit inventa differentia arcus paralleli ab eo arcu circuli maximi, quem illa perpendicularis exhibet, ex hypothesi Telluris sphæricæ, quæ hypothesis differentiam ipsam nihil ad sensum turbabit. Inde per regulam auream prorsus, ut in gradu meridiani, obtinebitur valor paralleli pro latitudine respondente extremis punctis.

330 Difficultas maxima in eo est sita, quod error unius secundi in tempore trahit secum errorem 15 secundorum in arcu paralleli: non licet autem

multos

multos paralleli gradus assumere ob necessitatem habendi signum commune subitum, & certum, cujusmodi satis aptum in Cælo occurrit nullum; & in singulis temporis determinationibus vix sperare licet accurationem, usque ad dimidium secundum. Adhuc tamen multis assumptis Fixarum appulsibus per multas altitudines, signis iterum, atque iterum repetitis, & continuato labore per multos dies, error, sumendo medium, imminui potest, & inde etiam aliquid erui pro Telluris figura.

§. 4. Ad notam in vers. 596. &c.

DE FIGURA, ET MAGNITUDINE TERRÆ EX PLURIUM GRADUUM COMPARATIONE.

331 UBI ex inæqualitate graduum deprehensa in ipsam Telluris figuram inquiri est cœptum, statim constitit, & plures, & remotiores gradus ad id requiri, quæ tot expeditionum, ac dimensionum occasio fuit, de quibus fuse Noster, & nos eum secuti in adnotationibus. De iis & hic nobis agendum erit. At videndum prius, quid ex ipsis gradibus eruatur pertinens ad Telluris figuram, & magnitudinem; quoniam magnitudo a figura ipsa pendet, & figuram non esse sphæricam constitit ex graduum inæqualitate, uti in hac ipsa adnotatione monuimus, quod erit hujusce §. argumentum. Primo autem loco videndum, quo pacto ex gradibus in figuram sit inquirendum.

332 Primum se offert primus Cassini error, qui cum censeret gradum obvenisse longiorem in Australi Gallia, censuerat primo aspectu, ut in adn. ad vers. 599 monuimus, inde inferri, Tellurem esse compressam ad polos. Occurrebat nimirum illud, si in fig. 41 e centro C ovalis figuræ exeant anguli ACa, BCb unius gradus, fore arcum Aa longiorem Bb existente distantia CA majore. Verum re altius considerata statim constitit pro figura elliptica prorsus contrarium evinci. Nam gradum definit angulus, quem continent non rectæ tendentes ad centrum figuræ, sed rectæ perpendiculares superficiei, ut vidimus num. 311, quas nimirum determinant directiones gravium, sive filum penduli adhibitum in quadrante, vel sectore pro Fixarum observationibus; nimirum angulus DAF, & BIE, quem continent ejusmodi normalium concursus, qui fiunt in ipso centro circuli curvam osculantis alicubi circa medium arcus, qui assumitur pro ipsius circuli osculatoris arcu. Porro hic concursus est remotior, radio osculi existente majore, ubi figura minorem curvaturam habet, propior eo minore, ubi hæc habet majorem, & in ellipsi quidem curvatura est minor in vertice axis majoris, major in vertice axis minoris, & idcirco figura elliptica debet assurgere ad eam partem, ad quam gradus minores sunt. Hinc patet ex Cassiniano gradu collato cum gradu Piccarti debuisse obvenire figuram compressam ad æquatorem, & elevatam ad polos, nimirum ovo similem, quod cum pugnaret cum theoria gravitatis, & Richeriana observatione, inde potissimum tot perquisitiones, & expeditiones sunt ortæ; expeditis in regiones maxime a se invicem distantes Academicis, ut ex binis gradibus a se invicem differentibus magis, quam ut ex observationum errore differentia plus æquo perturbari posset, Telluris figura, & magnitudo investigaretur.

F. 41

333 Por-

333 Porro bini gradus dati, sive bini radii osculi in binis datis angulis cum axe, non pro quavis figura utcunque ignota sufficiunt ad ipsam figuram determinandam, sed notum est Geometris, datis generaliter utcunque radiis osculi, per eorum inclinationes ad axem curvæ, posse definiri curvam ipsam, cujusmodi syntheticam curvæ constructionem exhibui in opusculo 5 Expeditionis Litterariæ num. 309. In dissertatione autem de figura Telluris exhibui etiam curvam, quæ in axis brevioris verticibus minorem compressionem habeat, quam in verticibus axis longioris, cum e contrario in plerisque curvis oppositum accidat, & ut de ellipsi diximus, ubi compressio est major, ibi curvatura sit minor. Verum, ut ubi de circulis agitur, datis tribus peripheriæ punctis, per ea circulus definitur; sic in ellipsi, quam requirit, ut vidimus §. 6 superioris libri, hypothesis quidem homogeneitatis accuratè, hypothesis verò nuclei sphærici heterogenei proximè, datis binis gradibus ad binas latitudines datas pertinentibus, datur & species, & magnitudo ellipseos.

334 Methodum determinandi speciem ellipseos per binos gradus, utcunque magna sit ellipticitas, exhibui in eodem opusculo 5 a num. 269, & quidem purè geometricam, & simplicissimam, deductam ex nonnullis ellipseos proprietatibus, quas in meis conicorum elementis demonstraveram: sunt autem hæ proprietates hujusmodi conicorum num. 520, *Radii circulorum osculatorum inter se sunt in ratione reciproca triplicata perpendiculi e centro in tangentem, ac directa triplicata normalis ad utrumlibet axem terminatæ*: ex num. 523 *radius osculi est quartus continuè proportionalis post dimidium latus rectum principale, & normalem axi transverso*, vel generalius *est quartus continuè proportionalis post latus rectum axis utriuslibet, & normalem terminatam ad ipsum*: his accedit lemma hujusmodi admodum elegans, *in ellipsi differentia quadratorum binarum ordinatarum quarumvis axi utrilibet, ad differentiam subnormalium, quæ ipsis respondent, est, ut quadratum semiaxis ejusdem ad quadratum alterius*, cujus lemmatis prorsus elementaris demonstrationem admodum expeditam exhibui num. 275 ejusdem opusculi.

335 Ex hisce proprietatibus habetur hujusmodi expedita solutio problematis. Sit in fig 42 *BAb* semiellipsis meridiani terrestris axe *Bb*, & dentur bini gradus respondentes binis locis *I*, *i* eum datis latitudinibus locorum; sint autem *IF*, *if* normales terminatæ ad axem; & constat, fore angulos *IFB*, *ifB* eos, quorum mensura est distantia poli, ad quem tendit *FB* producta, a zenith, ad quod tendit *FI*, adeoque ipsos esse complementa latitudinum, & angulos *FIH*, *fih* latitudines ipsas locorum *I*, & *i*, quibus datis dabuntur ob angulos ad *H*, & *h* rectos rationes ipsarum normalium *IF*, *if* tam ad ordinatas *IH*, *ih*, quam ad subnormales *HF*, *hf*. Quare cum datis gradibus detur ratio radiorum osculi, adeoque per num. 334 ratio normalium *IF*, *if* eorum radiorum directa subtriplicata ad se invicem; dabitur & ratio ordinatarum *HI*, *hi*, & subnormalium *HF*, *hf* ad se invicem; adeoque & ratio differentiæ quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, sive ratio quadrati *CB* ad quadratum *CA*, adeoque & species ellipseos. F.42

336 Quod si dentur bini gradus parallelorum, qui sunt ut radii *HI*, *hi*, res eodem redit, ob datam rationem earundem ad *HF*, *Hf*, quæ est radii ad

tangentes latitudinum HIF, hif, unde iterum datur ratio illarum, & harum ad se invicem: Porro ex priore illa analysi geometrica, & constructionem geometricam admodum simplicem erui num.285, qua ex datis binis meridiani gradibus investitur species ellipseos, & aliam num.286, qua invenitur magnitudo, quæ haud difficulter reducitur ad casum etiam, quo dentur bini gradus parallelorum. Eruo autem inde & formulas analyticas pro hisce binis problematis. Si nimirum dicatur gradus propior æquatori g, remotior G, & $g^{\frac{2}{3}}=a$, $G^{\frac{2}{3}}=A$, sinus, & cosinus illius ad radium 1 sit s, & c, hujus S, & C; sit autem $CB=1$, $CA=x$, patet, ubi ratio quæritur, poni posse a, & A pro ipsis normalibus, adeoque fore $hi=ac$, $HI=AC$, $hf=as$, $HF=AS$, & idcirco $a^2c^2-A^2C^2 . A^2S^2-a^2s^2 :: 1 . xx=\frac{A^2S^2-a^2s^2}{a^2c^2-A^2C^2}$, unde jam habetur species ellipseos. Inde autem ob $cc=1-ss$, & $CC=1-SS$ eruitur $\frac{1}{xx}=1-\frac{A^2-a^2}{A^2S^2-a^2s^2}$, formula expeditior, & ex illa num.288 hoc elegans theorema, *fore eccentricitatem ad semiaxem in subduplicata ratione* AA — aa *ad* AASS — aass; unde pro ellipticitate exigua facile num. 289 eruitur differentia semidiametri CA a semiaxe $CB=\frac{1}{3}\times\frac{G-g}{GSS-gss}$ formula notissima, quam longe alia methodo invenit Maupertuisius, & quæ puncto i existente in æquatore reducitur ad hanc $\frac{1}{3}\times\frac{G-g}{GSS}$, & puncto quoque I abeunte in polum, ad hanc $\frac{1}{3}\times\frac{G-g}{G}$ utique simplicissimam.

337 Æque facile inveniri potest formula pro binis gradibus parallelorum. Si detur gradus meridiani, & paralleli in eadem latitudine, problema facile expeditur ibidem num.279 pro specie, & magnitudine simul; si autem detur gradus paralleli in uno loco, & æquatoris in alio, id problema num.280, & 281, ubi ejus solutio analytica indicatur, dicitur esse nimis sublime. Id ad æquationem gradus quinti sic facile reducitur. Dicatur, ut prius, $CB=1$, $CA=x$, gradus meridiani in $i=g$, & gradus paralleli in $I=G$; dicantur autem s, & c sinus ac cosinus latitudinis in i, ac T tangens latitudinis in I; ratio autem gradus ad radium sit 1 ad r. Erit $IH=rG$, $HF=rTG$; erit autem (ex conicis) dimidium latus rectum axis $Bb=\frac{1}{x}$, & posita normali $if=z$, erit n. 334 radius osculi rg quartus continue proportionalis post $\frac{1}{x}$, & z. Quare factis $\frac{1}{x} . z :: z . zzx :: zzx . z^3x^2=rg$, erit $z^3=\frac{rg}{x^2}$, & $z^2=\frac{r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$; unde $ib^2=c^2z^2=\frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$, & $hf^2=\frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$. Cum igitur sint $IH^2=r^2G^2$, & $HF^2=r^2T^2G^2$, patet per lemma num. 334 obtineri hujusmodi proportionem $\frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}-r^2G^2 . r^2T^2G^2-\frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}} :: 1 . x^2$, ad eq. posito $x^{\frac{2}{3}}=y$, unde $y^3=x^{\frac{6}{3}}=x^2$, erit $c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}y-r^2G^2y^5=r^2T^2G^2y^2-s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}$, æquatio gradus quinti, ex cujus resolutione pendet inventio valoris y, & per eum $x=y^{\frac{3}{2}}$.

338 Ve-

338 Verum ubi ellipticitas fit exigua, habeo methodum adhuc multo contractiorem, quæ immediate deducat ad formulas simplices pro omnibus quatuor iis problematis, quam serius inventam protuli in ipso fine ejus operis; innititur autem huic lemmati pertinenti ad sectiones conicas: *ubi ellipticitas sit exigua, differentia dimidii lateris recti axis utriuslibet a semiaxe altero, ad differentiam ejusdem a normali terminata ad eundem priorem axem est proxime in ratione duplicata radii ad cosinum latitudinis*. Id lemma admodum expeditam habet demonstrationem, quam exhibui ibidem num. 334. Quamobrem si dimidium latus rectum axis Bb dicatur 1, ejus differentia a CA dicatur x, cosinus latitudinis I ad radium 1 sit, ut prius C, cosinus i sit c, factis $1 . CC :: x . CCx$, erit normalis $IF = 1 - CCx$, & inde $1 . C :: FI = 1 - CCx . IH = C - C^3x$; cum autem radius circuli osculatoris sit quartus continue proportionalis post dimidium latus rectum, & normalem num. 334, erit ejus differentia a latere recto proxime tripla differentiæ normalis ab eodem, nimirum $3CCx$, adeoque erit is radius osculi $1 - 3CCx$.

339 Habemus igitur pro radio paralleli, & radio osculi in I binos valores $C - C^3x$, & $1 - 3CCx$, & eodem pacto, pro iisdem in i valores erunt $c - c^3x$, & $1 - 3ccx$. Hi valores sunt ut gradus, adeoque datis vel binis gradibus G, & g paralleli, vel binis meridiani, vel gradu paralleli, & meridiani in eodem loco, vel gradu paralleli in uno, & meridiani in alio, habetur semper proportio, quæ valorem exhibeat admodum simplicem x; is autem valor est ipsa ellipticitas; cum enim sit CB ad CA, ut CA ad dimidium latus rectum, erit priorum differentia divisa per primum, sive $\frac{x}{1}$, æqualis posteriorum differentiæ divisæ per tertium, nimirum ellipticitati.

340 Pro binis gradibus meridiani datis, $1 - 3CCx . 1 - 3ccx :: G . g$; inde $g - 3CCgx = G - 3ccGx$, & $x = \frac{1}{3} \times \frac{G - g}{ccG - CCg}$.

341 Pro binis gradibus parallelorum datis $C - C^3x . c - c^3x :: G . g$; inde $Cg - C^3gx = cG - c^3Gx$, & $x = \frac{cG - Cg}{c^3G - C^3g}$.

342 Pro gradu meridiani, & paralleli in eodem loco, ut in I, datis, posito primo G, & secundo g fit $1 - 3CCx . C - C^3x :: G . g$, sive $g - 3CCgx = CG - C^3Gx$, & $x = \frac{CG - g}{C^3G - 3C^2g} = \frac{CG - g}{C^2(CG - 3g)}$.

343 Pro gradu meridiani G in I, & paralleli g in i datis $1 - 3CCx . c - c^3x :: G . g$, sive $g - 3CCgx = cG - c^3Gx$, & $x = \frac{cG - g}{c^3G - 3CCg}$.

344 Ego quidem vix crediderim posse simpliciore, & magis uniformi methodo solvi hæc quatuor problemata, quæ omnes hoc in genere combinationes complectuntur, & prima quidem formula ob G proximè æqualem g, & $CC = 1 - SS$, $cc = 1 - ss$, adeoque $cc - CC = SS - ss$ abit in illam $\frac{1}{3} \times \frac{G - g}{SSG - ssg}$ positam num. 336. Earundem autem formularum ope facile admodum, & magnitudo invenitur ellipseos. Si enim dimidium latus rectum fuisset appellatum z pro 1, haberetur pro radio osculi $z - 3CCx$, & pro radio paralleli $Cz - 3CCx$, ac valor x in singulis e quatuor formulis obve-

niret

niret multiplicatus per z. Quare valor radii jam haberetur per z, qui posita ratione gradus ad radium 1 ad r, esset $= rG$, vel rg, unde erueretur z.

345 Sit exemplum in binis meridiani gradibus. Esset $x = \frac{1}{3} \times \frac{G-g}{rrG - CCg} \times z$, quod ponatur $= mz$. Quare radius osculi $z - 3CCx$ fiet $z - 3CCmz = rG$, adeoque $z = \frac{rG}{1-3CCm}$, ubi ob $3m$ valorem exiguum, & CC adhuc minorem unitate, facta divisione habebitur proximè $z = rG(1 + 3CCm)$ cujus ope invento $x = mz$, habebitur dimidium latus rectum z, & $CA = z - x = z(1 - m)$, adeoque etiam magnitudo ellipseos, existente CB proximè $= z - 2x = z(1 - 2m)$.

346 Porro inventis valoribus z, & x licebit etiam computare tabulas graduum omnium tum meridiani, tum parallelorum per formulas superiores, quæ exhibent eorum radios, adeoque & gradus ipsos.

347 Hæc aliquanto fusius persequi libuit, ut illustrarentur, promoverentur, & ordinatiora sub unicum conspectum proponerentur, quæ ad hanc perquisitionem pertinentia in eo opere continentur; verum remanet adhuc pro binis meridiani gradibus methodus omnium expeditissima, & prorsus similis illi, quam superioris libri § 6 adhibui pro investiganda ellipticitate ex pendulis isochronis, qua quidem ibidem sum usus, sed cujus demonstratio est simplicior, quam ibi adhibita, & ipsa etiam prorsus analoga demonstrationi hic adhibitæ pro iisdem pendulis, pendet nimirum tota methodus, e solo theoremate primo num. 334, quod *radius circuli osculatoris* (adeoque & gradus) *sit in ratione reciproca triplicata perpendiculi demissi e centro in tangentem*, dummodo ipsi accedat hoc lemma elementare, *differentia exigua binorum cuborum divisa per primum cubum est tripla differentiæ radicum divisa per primam radicem*, quod est multo generalius pro omnibus potentiis, & pertinet ad elementa infinitesimalis methodi; hic autem sic facile demonstrari potest per simplicem Geometriam. Sint in fig. 43, AB, AC, AD, AE
F.43 continue proportionales, eritque $AB . AE :: AB^3 . AC^3$. Quare $AC^3 - AE^3 . AC^3 :: BE . AB$. Sunt autem BC, CD, DE ad se invicem in eadem ratione AB ad AC, quare si hæ sunt proxime æquales inter se, sunt & illæ, adeoque $BE = 3BC$. Igitur $\frac{AC^3 - AE^3}{AC^3} = \frac{3BC}{AC}$. Q. E. D.

348 Jam vero primo quidem excessus gradus cujusvis supra gradum in æquatore erit proximè ex illo theoremate, ut defectus cubi perpendiculi, seu proximè per hoc lemma, ut defectus ipsius perpendiculi in tangentem, sive juxta n. 244 proximè, ut defectus distantiæ a centro, vel juxta n. 245 proximè ut quadratum sinus latitudinis, vel juxta num. eundem proximè, ut sinus versus latitudinis duplicatæ. Hinc eadem methodo, qua in illo §. ex binis penduli longitudinibus inventa est totalis differentia penduli in æquatore, & polo, longitudo in utroque loco, & longitudo pro quavis loci latitudine, etiam hic eadem omnia locum habebunt in gradibus. Quare eodem modo & hic licebit explorare, an gradus habeant differentias ellipsi debitas, quantus sit error, & an eadem ex binis quibusque gradibus differentia obveniat pro toto quadrante. Ibi autem deinde ellipticitatem exhibebat in casu homogeneitatis hæc differentia divisa per longitudinem totalem, hic autem ex superiore

lem-

lemmate exhibebit eandem ellipticitatem triens ejusdem differentiæ graduum divisus per totum gradum, cum perpendicula ex centro in tangentes ductas in fig. 42 per A, & B sint ipsæ CA, CB, adeoque gradus in A, & B reciprocè ut cubi ipsarum CA, CB, & differentia ipsarum CA, CB divisa per CA, sive ellipticitas, triens differentiæ eorum graduum divisæ per gradum in B. F.42

349 Habito autem gradu in æquatore, & differentia totali graduum in æquatore, & polo, admodum facile eruetur magnitudo ellipsoidis. Nam si ipsius differentiæ triens addatur gradui in æquatore, & idem triens ei summæ, habebuntur gradus circulorum habentium pro radio semiaxem, & semidiametrum æquatoris. Radii enim circulorum ellipsim osculantium in verticibus axium sunt (ex conicis) dimidia ipsorum latera recta; quorum singula cum sint tertia continuè proportionalia post semiaxem alterum, & suum (ex conicis), erunt ipsi semiaxes medii continuè proportionales inter bina illa semilatera recta, & proinde etiam ipsorum gradus inter gradus illorum, adeoque si in fig. 43 AE, & AB referant gradus in polo, & æquatore. referent AD, AC, mediæ inter illas, gradus debitos semidiametro æquatoris, & semiaxi, ac ED, CD, BC, proximè æquales inter se, erunt proximè trientes totius BE. Ex gradu autem invenitur radius ob datam rationem semicircumferentiæ ad radium. F.43

350 Quod si quæratur radius sphæræ æqualis sphæroidi, satis est a semidiametro æquatoris demere trientem differentiæ ipsius a semiaxe: nam (ex conicis) is radius est primus e binis terminis continuè mediis inter semidiametrum eandem, & semiaxem. Porro ex ipsa fig. 43 facilis eruitur ratio deducendi aliquanto accuratiorem ellipticitatis fractionem habentem unitatem pro numeratore, & expeditior, ubi jam habeatur gradus in æquatore, & inventa sit differentia totalis. *Per trientem differentiæ totalis graduum in æquatore, & polo dividatur gradus in æquatore, & quoto addatur binarium, ac habebitur denominator quæsitus*. Nam ellipticitas erit $\frac{CD}{AD}$. Quare dividenda est AD per CD ad habendum denominatorem. CD est multo accuratius triens BE, quam reliquarum utralibet, cum sit media inter BC, & DE, & dividendo AD per CD, habetur $\frac{AB}{CD}+2$ ob BC, CD proximè æquales. E superioribus formulis, e quibus ellipticitas est $\frac{1}{3}\times\frac{BE}{AE}$, addendum esset ternarium discrimine exiguo ob contemptum exiguum, qui fit, ubi DE sumitur pro triente BE. Hæc notare libuit, ut haberetur methodus minus erronea; licet ad expeditiorem calculum passim & nos hic etiam sæpe exiguas ejusmodi quantitates, & differentias contemnemus; unde fiet, ut sæpe in substitutionibus numerorum accurationem substitutionis promoveamus longe ultra limites illos, intra quos, ob alios contemtus, quantitas accurata esse non potest.

§. 5. Ad notam in verſ. 667.

DE RECENTISSIMIS GRADUUM DIMENSIONIBUS, ET FIGURA, AC MAGNITUDINE TERRÆ INDE DERIVANDA.

351 QUÆ expeditiones, & a quibus ſuſceptæ fuerint poſt Caſſiniani, & Piccartiani gradus diſſidia, & a ſe invicem, & a theoria gravitatis, ubi, & quanto cum labore obſervationes inſtitutæ, univerſim expoſuimus in pluribus adnotationibus uſque ad adn. in verſ. 947. Infinitum eſſet ſingula perſequi, & obſervationes ipſas, quibus ſingulæ determinationes innituntur, producere. Videri ea poſſunt in pluribus Maupertuiſii, Bouguerii, & Condaminii, Caſſini de Thury, Caillii vel voluminibus, vel opuſculis, & diſſertationibus eo de argumento editis, &, quod ad meam pertinet, in opere de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, in quibus conſtabit, quantum hæ recentiſſimæ obſervationes, atque determinationes illis veteribus præſtent. Quamobrem producam hic tantummodo ipſum tot laborum fructum, nimirum gradus in quinque poſtremis hiſce expeditionibus definitos in Laponia a Maupertuiſio, Clairautio, Camuſio, Moinierio, per Galliam a Caſſino de Thury, & Caillio, in ditione Pontificia a Maireo mecum, ad Promontorium Bonæ Spei a Caillio, in Quitenſi valle in America a Godinio, Bouguerio, & Condaminio.

352 Utinam haberem jam abſolutam dimenſionem, quam dum hæc ſcribo, ineunt in Auſtria Lieſganigius, & Scherfferus doctiſſimi, mihique amiciſſimi e noſtra Societate homines juſſu, auſpiciis, munificentia Auguſtiſſimæ Romanorum Imperatricis Mariæ Thereſiæ, quam ego ſuperiore anno ſub ipſum diſceſſum meum ab urbe Vienna incitavi volentem, annuentemque ad id opus, quod ad hanc de Telluris magnitudine, ac figura nobiliſſimam perquiſitionem promovendam locorum opportunitate permotus, cenſebam maximè idoneum, ipſi autem admodum facile, quæ domi haberet homines, & in aſtronomicis rebus verſatiſſimos, & celebritatem nominis apud Litterariam Remp. jam aſſecutos, atque idcirco rei optimè gerendæ aptiſſimos; quod quidem opus ea tum, pro ſuo incredibili ſtudio in bonas artes, & in omne cultioris litteraturæ genus, omnino curaturam promiſit; nunc autem inter hoſce tantos atrociſſimi belli tumultus tam proximos, tantaſque imperii curas, nihil animo perturbata, tanquam in media ſecuriſſimæ pacis tranquillitate, exequitur.

353 Dum ejus dimenſionis exitum expectamus habendum brevi, proferam hic tabellam graduum ad ſuperiores quinque expeditiones pertinentium, quam propoſui etiam in opuſculo 5 Expeditionis Litterariæ: primus eſt Laponicus, detractis tamen hexapedis 16, uti jam paſſim in eo gradu fit ob refractionem 1" neglectam in ejus arcu cæleſti determinando: ſuccedunt 11 per Galliam definiti, & deſumpti ex Caſſiniano opere *Meridienne Verifiè*, tum noſter in Italia, deinde Africanus Caillii, ac demum Quitenſis, quem aſſumpſi medium inter Bouguerianum, & Condaminianum ſolis 4 hexapedis a ſe invicem diſcrepantes. Ii omnes meridianorum ſunt gradus, quibus adjeci poſtre-

postremo loco gradum paralleli ex eodem decerptum opere Cassini de Thury. Omnium numeri Parisienses hexapedas exprimunt.

	Latitudo	Gradus		Latitudo	Gradus
1	66°. 20'	57422	9	45°. 45'	57050
2	49. 56	57084	10	45. 43	57040
3	49. 23	57074	11	44. 53	57042
4	49. 2	57069	12	43. 31	57048
5	47. 58	57071	13	42. 59	56979
6	47. 41	57057	14	-33. 18	57037
7	46. 51	57055	15	0. 0	56751
8	46. 35	57049	16	43. 32	41618

354 Hanc tabellam vel primo aspectu intuenti statim patet, hosce gradus multo minus cum theoria consentire, quam pendulorum longitudines consenserint §. 6 lib. 4; neque enim imminuta latitudine imminuuntur perpetuo & gradus. Mitto nonum octavo longiorem, duodecimum undecimo, hunc decimo, qui & nimis inter se proximi sunt, & paucissimis hexapedis differunt, intra quas determinatio ab observationibus repetita non potest esse satis certa; at decimus quartus, qui in latitudine 10 gradibus minore, deberet esse plurimis hexapedis minor; est adhuc major hexapedis 58. Tertius decimus, & duodecimus, qui in latitudine fere eadem deberent esse fere æquales, differunt hexapedis 69. Id jam exhibet dissensum observationum a theoria majorem, quam qui ab ipsis observationum erroribus timeri possit; quas intra 20 ad summum hexapedas arbitror satis tutas, uti nunc quidem fiunt.

355 Infinitum esset in tanto numero omnes binariorum combinationes inire, ut innotescat, quantum inter se discrepent ellipticitates a singulis oriundæ, & præterea, uti & de pendulorum longitudinibus diximus num. 253, proximorum combinationes ad rem ineptæ sunt, crescente nimium errore datorum in quæsitis. Quamobrem seligam tantummodo quinque, quos & in eo opusculo adhibui, & in dissertatione, quam inserui tomo 4 Actorum Academiæ Bononiensis, ex illis 11 Cassinianis selecto illo Piccartiano observationibus toties repetitis, & ad trutinam revocatis correcto, qui quidem in tabella est tertius; & eadem fere methodo, qua usi sumus ad computandas binas tabellas num. 254 pro longitudinibus pendulorum ex num. 252, proponemus binas alias computatas pro gradibus ex num. 348.

Tabula 1 pro gradibus.

Locus Observationis	Latitudo ° '	$\frac{1}{2}$ sin. vers. ad rad. 10000	Gradus	Differētia a primo	Differētia cōputata	Error
In America	0. 0	0.	56751	0	0	0
Africa	33. 18	2987.	57037	286	240	-46
Italia	42. 59	4648.	56979	228	372	144
Gallia	49. 23	5762.	57074	323	461	138
Lapponia	66. 19	8386.	57422	671	671	0

Tabula 2 pro ellipticitate

Binarium	Differ. in polo & æqu.	Ellipticitas	Binarium	Differ. in polo & æqu.	Ellipticitas
1, & 5	800	$\frac{1}{215}$	2, & 4	133	$\frac{1}{1282}$
2, 5	713	$\frac{1}{241}$	3, 4	853	$\frac{1}{202}$
3, 5	1185	$\frac{1}{146}$	1, 3	492	$\frac{1}{349}$
4, 5	1327	$\frac{1}{130}$	2, 3	350	$\frac{1}{47}$
1, 4	542	$\frac{1}{316}$	1, 2	957	$\frac{1}{80}$

356 Quod ad primam pertinet ex hisce tabulis, nihil in ea computanda diversum occurrit ab eo, quod præstitum est pro priore e binis ad pendula pertinentibus: ex primo, & postremo gradu computantur reliquorum differentiæ ex illo theoremate eodem proportionis cum sinubus versis latitudinis duplicatæ. Ex eodem itidem computatur eodem prorsus pacto differentia totalis in æquatore, & polo. Hoc unicum habetur discrimen, quod ibi ad habendam ellipticitatem dividebatur differentia totalis per totam gravitatem, hic debet dividi triens differentiæ totalis per totum gradum. In opusculo 5 illo meo, & in dissertatione inserta Actis Acad. Bonon. trientem differentiæ divisi per gradum in æquatore; hic ad habendam eam, quam ellipticitatem dico, nimirum differentiam semidiametri æquatoris, & semiaxis divisam per semidiametrum æquatoris, divido juxta num. 350 gradum in æquatore per trientem differentiæ totalis, & quotientem auctum binario assumo pro denominatore, existente numeratore 1: eo pacto proveniunt denominatores priores binario aucti, & paullo accuratiores juxta numerum eundem.

357 Considerando hasce tabulas, statim patet ingens discrimen observationum a theoria; ubi enim in priore gravitatis tabula error erat 8 centesimarum lineæ, hic error in priore tabula pertingit ad hexapedas 144, qui quidem & respectu totius est multo major, quam ibi (hic nimirum respectu gradus in æquatore 56751 est $\frac{5}{394}$ totius, ibi respectu penduli in æquatore centesimarum 43921 erat tantummodo $\frac{1}{5490}$) & est omnino sensibilis, cum meo quidem judicio intra 20 hexapedas, & vero etiam intra pauciores, mensura unius gradus definiri possit methodis, & instrumentis, quæ nunc habemus, contra quam censerem, cum primam meam de figura Telluris dissertationem conscriberem. Unius enim minuti error in arcu cælesti, qui habetur dividendo 56751 per 60, inducit errorem hexapedarum 945, & unius secundi

error

error errorem hexapedarum 16, qui error si committatur in arcu duorum, vel trium graduum, induceret errorem hexapedarum 8, vel 5 tantummodo in unum gradum; intervalli autem terrestris mensura obtineri & ipsa potest intra limites paucarum admodum hexapedarum; & dum ibi denominatores fractionum exprimentium ellipticitates fere omnes inter se intra paucissimas unitates conveniebant, hic nulli fere sunt, qui a se invicem non plurimum discrepent, cum alius alio sit & duplo, & triplo, & vero etiam octuplo major; quin immo ex combinatione nona oritur ellipticitas negativa prorsus contraria, nimirum figura producta ad polos, non compressa.

358 Quod si gradum paralleli adhibere libeat propositum postremo loco in tabula graduum, & per formulam numerorum 342 & 343 ipsum conferre cum hisce 5 gradibus meridiani obtinentur, uti proposui in ipso fine operis de expeditione litteraria, ellipticitates $\frac{1}{217}$, $\frac{1}{244}$, $\frac{1}{148}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{154}$, adhuc inter se plurimum discrepantes, quod ostendit figuram illam, cujus gradus determinantur, abludere plurimum non solum a curva, quam homogeneitas requirit, in qua bini quique gradus exhiberent ellipticitatem $\frac{1}{231}$ juxta num. 232, sed etiam a figura quavis elliptica, quam nuclei etiam heterogenei hypothesis requirit; quin immo etiam a figura quavis regulari, in qua series graduum non incerto saltu, sed continua quadam, & regulari lege debeat procedere.

359 Donec bini tantummodo gradus habebantur Laponiensis, & Gallicus, Gallicis nimirum omnibus pro uno habitis ob locorum viciniam, tota difficultas in eo erat sita, quod ellipticitas ex iis inventa nec cum homogeneitate consentiret, nec cum hypothesi nuclei sphærici heterogenei. Homogeneitas requirit ellipticitatem $\frac{1}{231}$, vel $\frac{1}{230}$: at assumendo gradum Laponicum hexapedarum 57438, ut a Maupertuisio est traditus, & gradum Piccarti primo correctum ab ipso 56925, prodit gradus in æquatore 56787, differentia totalis 1955, ac inde ellipticitas juxta num. 350 evadit $\frac{1}{89}$; assumendo vero gradum Piccarti secundo correctum a Maupertuisio 57183, prodit ellipticitas $\frac{1}{178}$ duplo minor priore, sed adhuc multo major illa $\frac{1}{230}$. Ex alia parte fractio gravitatis eruta ex longitudine penduli isochroni Parisiis, ac in Laponia, quam in quarta combin. tabulæ secundæ n. 355 invenimus ex hisce observationibus rite correctis $\frac{1}{203}$, est & ipsa major quam $\frac{1}{230}$, dum, ut Clairautius invenit juxta num. 232, debet altera esse æque major, ac altera est minor; quod ipsum Clairautium impulit ad considerandum nucleum solidum ellipticum productum, qui inæqualitatem gravitatis conciliaret cum inæqualitate graduum ita, ut figura evaderet magis compressa, quam æquilibrium requireret ob solidi nuclei ellipticitatem.

360 Ubi gradus Quitensis est definitus, assumptis iis tribus, & Gallico gradu primum assumpto, uti eum secundo Maupertuisius correxerat, inveni differentias graduum, adhibita paucarum hexapedarum correctione singulis, satis consentire cum ratione sinuum versorum debita ellipsi, & eandem e tribus binariis posse ellipticitatem erui; sed mutata paullo post Gallici gradus magnitudine per novam correctionem, quæ ipsum reduxit iterum ad hexape-

das

dus 57074, vidit eum figura elliptica rem omnino conciliari non posse, differentiis graduum non sequentibus rationem illam sinuum versorum, & idcirco tribus binariis prodeuntibus tres ellipticitates diversas. Hinc aliam hypothesim invexit, in qua excessus graduum sequerentur rationem sinuum versorum latitudinis duplicatæ duplicatam, non simplicem; nimirum rationem quadruplicatam, non duplicatam sinuum versorum latitudinis, cum qua hypothesi ii tres gradus consentiebant quamproximè, sed quam nulla ratio physica tuebatur, & ex ea hypothesi derivatam prodidit figuram, ac magnitudinem Telluris.

361 Communicavit post paucos annos Caillius cum Academia suum Africanum gradum, qui a Laponico, & Quitensi non multum recedit, admissa etiam elliptica figura, cum ut hic apparet ex postrema tabulæ primæ columna, illis nihil mutatis, ejus error sit hexapedarum 43, qui per gradus distributus exiguum in singulis admittit discrimen, adeoque ejusmodi, ut in observationes commode refundi possit. At is idcirco vel maxime obstabat Bouguerianæ hypothesi, cum sequeretur in excessibus rationem sinuum duplicatam, non quadruplicatam, dum e contrario hypothesim ellipticam ab eo confirmatam Gallicus gradus everteret.

362 Hinc iterum turbari omnia, quæ, ut conciliarentur, rursus in suspicionem vocatæ sunt Gallicæ mensuræ, meo quidem judicio contra omne fas, cum in Gallia ipsa non unicus gradus definitus esset, sed 11 gradus ex totidem intervallis collatis cum observationibus astronomicis, quos in tabula num. 355 proposuimus, & hi quidem ea diligentia iis instrumentis ab Academicis in observandi arte peritissimis determinati, ut si iis abroganda sit fides, nihil usquam in universa & Astronomia, & Physica habeamus, cui fidem adhibere possimus; at ii omnes, qui a se invicem parum differunt, discrepant, uti diximus, plurimum ab hypothesi elliptica definita per reliquos illos tres gradus. Accessit in ejus opem & noster in Italia gradus, qui utcumque a Gallicis nonnihil discrepet, brevior 69 hexapedis illo, qui in eadem fere latitudine est definitus in Gallia juxta num. 357; adhuc tamen idcirco etiam magis discrepat, quam ipse ab ellipsi per reliquos tres definita; cumque hæc omnia adhuc non satisfacerent hominibus obstinatis in opinione regularis ellipticæ figuræ, quam æquilibrium videtur requirere; novæ mensuræ sunt initæ, quæ judicio Academiæ discrepantem illum Gallicum gradum confirmarunt; ut jam habeamus, meo quidem judicio, penitus indubitatam graduum seriem, quæ cum elliptica forma conciliari nullo modo possit.

363 Adhuc tamen fuerunt multi, qui conciliationem quæsierint illata observationibus vi, quærendo correctiones distribuendas ita per gradus inventos, ut cum hypothesi homogeneitatis requirente ellipticitatem illam $\frac{1}{231}$, vel $\frac{1}{230}$ vel cum aliqua saltem ellipticitate conciliarentur; verum correctiones adhuc occurrunt tam immanes, ut eas in hac tanta Astronomiæ luce, in tanta Observatorum cura admittere omnino non liceat.

364. Alii meo quidem judicio multo potiore jure dubitarunt de aliqua irregularitate in Telluris figura, de qua Maupertuisius ipse etiam ante Caillianum, & nostrum gradum dubitavit in epistola de scientiarum progressu, ubi illud expressè habet latine redditus: *post omnes operationes institutas ad æquatorem*

rem in Gallia, & ad polarem circulum, chorda arcui intercepti Quitum inter, & Parisios, ac Parisios inter, & Pellum, possent esse ad se invicem in ratione ita diversa ab ea, qua ex curvaturis sunt supposita, ut figura Terræ multum recederet ab illa, quam ea habere creditur. Accedit illud, quod cum nulla mensura in hemisphærio meridionali sit capta, dubitari posset, id hemisphærium alteri non esse simile, Tellure forte composita ex duobus hemisphæriis eidem basi innixis. Quid pro irregularitatis suspicione inducenda idoneum magis? Ejusdem autem irregularitatis suspicionem & Condaminius versus finem operis, quo suas Quitenses observationes est persecutus, pluribus egregiè promovet, & confirmat. Quanto poriore jure id ipsum post adjectos hosce duos, Africanum, & Italicum gradum, de eadem irregularitate suspicari licet, cum in postremis hisce binis tabulis tantus consectariorum dissensus per sese incurrat in oculos?

365 At ego quidem jam ab anno 1738 in dissertatione de Telluris figura suspicionem irregularitatis in graduum observandorum serie, & figura Telluris, proposui, cujus ipsius & causam, quam potissimam arbitror, indicavi, & quam tum ibi, tum in binis aliis dissertationibus anno 1741, & 1742 persecutus sum, deviationes nimirum pendulorum, de quibus egimus postremo superioris libri §3 In qua quidem dissertatione cum affirmassem, nihil adhuc satis certo constare de Telluris figura, post ipsum Maupertuisii opusculum de figura eadem determinata per observationes ad circulum polarem habitas, tanquam audacissimus, & ineptus traductus sum. Verum ab eadem imputatione ipse me demum exitus liberavit, dum ad eandem illam veterem, adeo tum improbatam sententiam meam nos ipsa tot dimensionum series necessario deducit, & dum illam ipsam tantam comprессionem, quam in eo opusculo Maupertuisius vulgaverat, exceptam illico passim per Europam omnem, ut certo jam definitam, is idem in suis Elementis Geographiæ aliquanto post, correcto Piccarti gradu, dimidiavit, nec eandem ullus jam admittit uspiam post dimensiones reliquas, quarum nulla prorsus cum eadem consentit.

366 Ceterum ipsa mea cujuspiam irregularitatis suspicio nostræ etiam Italicæ dimensionis occasio extitit, ut exposui opusculo 1 Expeditionis Litterariæ toties jam nominatæ. Videbam enim, si minus regularis esset Telluris figura, uti Maupertuisius de inæqualitate binorum hemisphæriorum dubitarà posse affirmaverat, sic eodem, vel etiam potiore jure dubitari posse de recessu aliquo parallelorum etiam a circulari forma, vi cujus, licet Terra circa proprium axem diurno motu converteretur, adhuc tamen non esset solidum ortum ejusdem curvæ conversione circa proprium axem. Cumque id minus tuto inquiri posse arbitrarer per dimensionem graduum ipsorum parallelorum, quos minus accuratè definiri jam diximus, quam gradus meridianorum, censui rem fore opportunam ad ejusmodi investigationem, si meridiani gradum metirer alicubi in eadem latitudine, in qua alius aliquis jam haberetur, & satis diversa longitudine; nam ipsi ejusmodi gradus æquales inter se esse debent, vel inæquales, prout meridiani omnes eandem, vel diversas habent curvas, parallelis circularem habentibus formam, vel ab ea recedentibus; atque eam investigationem, quam nemo alius aggressus fuerat, proposui Sylvio Cardinali Valentio homini de ingenuis artibus, & omni cultioris litteraturæ genere benemerentissimo, cujus opera id mihi negotii a

Bene-

Benedicto XIV. P. M. commissum est, Mairio adjuncto, qui ut mihi adjungeretur molestissimæ expeditionis comes, & ab ipso Cardinali, & a Summo Pontifice impetravi.

367 Dimensionis exitus suspicionem confirmavit; nam hic noster Italicus gradus, uti sæpius jam monui, in latitudine 42°, 59' brevior evasit hexapedis 69 illo, qui respondet latitudini 43°, 31', quo quidem brevior esse debuerat ob latitudinum differentiam hexapedis tantummodo $6\frac{1}{2}$. Nam assumpto medio inter 10 valores excessus totalis tabul. 2 num. 355, habetur 665, & differentia dimidiorum sinuum versorum latitudinum 42°, 59', & 4 °, 31' est 98, ac factis, ut radius 10000 ad 98, ita 665 ad quartum, prodeunt $6\frac{1}{2}$, crescentibus ibi gradibus per singulos latitudinis gradus hexapedis proxime 11, si debeant esse proportionales illis sinubus versis. Accedit autem, quod nostri gradus mensuram, quam exhibuimus, censeam omnino longiorem justo, uti expressi num. 384 opusculi 4 Expeditionis Litterariæ.

368 Hanc ego horum graduum inæqualitatem repeto ab illa ipsa penduli deviatione, quam hic nominavi, uti jam exposui in ipso 1 opusculo ejusdem Expeditionis Litterariæ sub finem. Nostræ enim observationes astronomicæ institutæ sunt Romæ, & Arimini, inter quæ loca assurgit perpetuo ascensu Italiæ solum cum Appenninis montibus, dum ad partes oppositas humiles camporum tractus, & mare jacet. Dum in hoc solum declinat pendulum sectoris utrinque, recedunt bina zenith, crescente intermedio cælesti arcu, per quem diviso intervallo terrestri, gradus obvenit minor. In Gallia autem cum postremus ille gradus Pyreneis montibus sit proximus; si quid eorum actio potuit in pendulum extremi propioris, quæ in altero remotiore extremo minor esse debuit, admovit utique primum illud zenith huic secundo, & arcum cælestem imminuit, ac gradum auxit; sed priori causæ arbitror plus tribui debere, cum statim ab ipsis observationum astronomicarum locis incipiat utrinque solum attolli, & assurgat perpetuo, ac & nostrum, & Gallicum ex hac causa suspicor breviores justo.

369 Et quidem admodum exigua penduli deviatio requiritur ad hanc inæqualitatem inducendam. Nam juxta num. 355, uni secundo respondent hexapedæ 16; adeoque 9 secunda ad hanc totam rem abunde sunt, cum differentia demptis $6\frac{1}{2}$ reducatur ad hexapedas $63\frac{1}{2}$ pro uno gradu, adeoque pro toto nostro arcu fere 2°, 10' hexapedas 137, quarum 9'' requirunt 144. Porro constat ex num. 280 stratum soli 10 passibus altum, & ad 50 milliaria protensum deviationem penduli parere, si sit ejusdem densitatis, quæ est media Terræ densitas, 2''. 31''', quæ actio duplicata in binis locis hinc, & inde, evadit 5'', ut idcirco stratum passuum 20 abunde sit, cujusmodi strati actionem pluribus etiam vicibus superare deberet illud perpetuum solum tanto altius assurgens ad editissimos montes, nisi juxta num. 273, Internæ cavitates actionem maxima ex parte eliderent.

370 Et quidem ab hac ipsa causa reliquas omnes inæqualitates oriri posse, quas exhibent tabulæ num. 355, facile patet; nam eæ ad 144 hexapedas assurgunt in nostro arcu, ad quas solum assurgens ad 40 passus abunde sufficit, quæ quidem ipsa quantitas minuitur, si extremi quoque gradus, ex quibus prioris tabulæ postrema columna computata est, partem aliquam habeant deviationis.

371 Ac-

371 Atque ex his, quæ diximus, jam satis patet inæqualitates, quas cernimus in ipsa superficie Telluris, abunde esse ad inducendam hanc totam graduum perturbationem sine ullo Observatorum errore, qui si tantum admitterent, nimis utique oscitantes in observando extitissent. Nam ubique passim occurrunt in ipsa superficie Telluris inæqualitates ejusmodi, quæ multo adhuc majores aberrationes parere possint, nisi ex tumore vacuum immane inferius relinquente sint ortæ. Mons, uti vidimus, qui æquivaleat sphæræ habenti pro radio dimidium milliare geographicum, 30 secundorum in singulis observationibus deviationem parit; quam multi sunt ejusmodi, & vero etiam majores montes? Stratum æquivalens strato superficiebus parallelis orto, & per dimidii milliaris altitudinem elevato, ac per 50 milliaria producto elevationem parere potest minutorum primorum duorum. Quam multa etiam multo majora strata occurrunt, ut ad Appennini jugi, ad Alpium, ad Pyreneorum montium radices, & potissimum in meridionali America, ubi non montes tantummodo, sed ipsa Quitensis vallis iis conclusa, adeoque omne illud immane continentis solum ad duo milliaria assurgit, par 8 minutorum deviationem inducendi, nisi obstet interior materiæ defectus. Multo est major utique hæc ipsa Telluris asperitas, utut tam exigua respectu totius diametri, & multis partibus major, quam, quæ totam etiam possit quadringentarum hexapedarum inæqualitatem parere, quam inter Quitensem, & Laponicum gradum observationes exhibent; quæ ipsa cum non nisi 25 secunda requirat, in singulis binorum arcuum comparandorum extremis induci potest a deviatione, quæ pariat differentiam senum tantummodo secundorum respondentem gradibus singulis, a determinatione, quæ in polita, & lævi Tellure haberetur. Et quidem si iis ipsis externis asperitatibus accedant inæqualitates aliæ quamplurimæ, quæ infra superficiem delitescunt, qua hiatus immanes, qua ingentes, ut in marmoribus, & metallis congestiones, atque addensationes materiæ, quas partim sæpe effodiendo detegimus, partim ex jam detectis, & multo adhuc majores conjicimus; mirari licebit potius, non multo majorem adhuc in observatis gradibus irregularitatem occurrere, quæ quidem omnino nonnisi toties memorata illa compensatione aliqua impeditur.

372 Et hæc quidem de hisce harum inæqualitatum caussis ex admodum probabili conjectura; nam inæqualitates ipsas graduum, & quidem satis irregulares haberi constat ex observationibus indubitatis, uti jam toties diximus. Eæ illud omnino evincunt, curvæ terrestris æquilibrii superficiem inæqualem esse, & irregularem, quanquam multo minus, quam hanc physicam, & undantem, quam exterius intuemur, & quæ curvaturam per tot anfractus, & valles, per tot colles, & asperos montes perpetuo sinuat, & nulla certa lege perpetuo etiam immutat. Atque huc ea cadunt, quæ de triplici figuræ terrestris, & curvaturæ genere diximus in adnotationibus ad versum 947, & 997, figura nimirum hac aspera, quam reipsa habet Tellus, figura æquilibrii, & figura, quæ abrasis asperitatibus, & Tellure ad politura quandam continuam redacta haberetur. Primæ illius irregularitatem nemo non videt, hujus tertiæ ideam vagam omnino esse, atque incertam, ubi res non crassa quadam æstimatione pensanda sit, sed ad aliquam præcisionem exigenda, ibidem abunde demonstravimus. Quid illa secunda sit, exposui-

posuimus satis dilucide in earum adnotationum posteriore, in quam quidem figuram unam per graduum dimensionem inquiritur. Eam solidæ Telluris inæqualitates internæ, & exteriores hi procursus inæquales nihil turbarent in hypothesi gravitatis ad unicum punctum directæ; at in hac mutuæ gravitatis theoria, quam superiore libro stabilitam hic applicamus ad varias Naturæ partes, immutant plurimum. Si inæqualitates internæ multo majores essent; posset illa tertia Telluris figura vel ad sphæricam, vel ad sphæroidalem quamcunque accedere, quantum libet, figura æquilibrii ita sinuata, ut curvatura, & in immensum augeretur, & evanesceret, & iu negativam etiam abiret, obversa internis partibus convexitate; inæqualitates autem externæ, quas cernimus, licet tantam inducere mutationem in curvaturam nequaquam possint, possunt tamen, uti vidimus, graduum seriem perturbare mutationibus multo etiam majoribus, quam huc usque detectæ sint.

373 Nec contra hujusmodi irregularitatem figuræ obest illud, quod Maupertuisius in Elementis Geographiæ proposuit articulo 15, ubi latine reddiltus hæc habet. *Omnes observationes Astronomicæ, & Geographicæ docent oppositum. Si ad easdem ab æquatore distantias lineæ verticales angulos eosdem non continerent cum axe Terræ; quando quispiam discedit ab eadem latitudine procursis in Boream, vel in Austrum distantiis æqualibus, non easdem altitudines poli inveniret. Verum in omnibus Terræ locis, ubi itinera habita sunt, & observationes institutæ, post æquales distantias percursas, semper hæ altitudines eadem inventæ sunt.* Hæc ille, quæ nihilo sane majoris sunt ponderis in re præsenti, quam Veterum argumenta ex supposita curvaturæ æqualitate pro sphæricitate Telluris. Nihil in eo genere ante meam observationem habuimus, nisi forte admodum incerto oculorum judicio, & itinerantium æstimatione, definitum. Nemo distantias ab æquatore ad ea loca, in quibus altitudines poli definivit, dimensus est unquam in superficie terrestri, nec vero potuit. Nemo ab eadem latitudine incipiendo dimensus est in binis longitudinibus intervalla datis poli altitudinibus respondentia, cum nullæ habeantur uspiam, ne crassiore quidem aliqua geometrica methodo institutæ dimensiones graduum meridiani in satis magna longitudinum differentia, quo in genere est omnium prima mei gradus comparatio cum australi Gallico, & ne ipsa quidem pertinens ad latitudinem accuratè eandem, sed intervallo dimidii gradus. Quin immo ne illud quidem mihi uspiam legenti occurrit, ut quispiam certas aliquas communium saltem Agrimensorum dimensiones in testimonium adducens, affirmet non ex vulgari suppositione, sed ex determinata aliqua observatione constare, æqualibus intervallis æqualia proxime altitudinum poli discrimina respondere; nam ipsis potius altitudinibus poli observatis utuntur passim Geographi Tellure habita pro sphærica ad tabulas delineandas, & distantias locorum deducendas; vel a distantiis itinerariis crassa æstimatione ad eandem directionem reductis, in ipsas polarium altitudinum differentias inquirunt.

374 Is addit *si dicatur illud, differentias esse nimis exiguas, minores nimirum, quam ut a Geographis deprehendi possint; is male ratiocinaretur, supponendo id, cujus ab experientia nec documentum extat, nec suspicionis fundamentum.* At in primis aliud est positive affirmare, rem ita se habere, aliud profiteri incertum esse, an ita se habeat. Ad hoc, ut ex binis

nis gradibus accurata dimensione institutis non evincatur determinata Telluris magnitudo, & figura, satis est, si regularitas non constet positive, non est necessarium, ut irregularitas positive affirmetur; & ad suspicionem non requiritur positiva observatio irregularitati favens, satis est defectus observationum evincentium oppositum; quas quidem nullas accuratas pro regularitate extitisse diximus, ex minus autem accuratis, sed adhuc maxima pro eo tempore institutis cura, Snelliano,Ferneliano, Norvoodiano, Riccioliano, Piccartiano, Cassiniano, tam inter se discrepantibus indicium potius irregularitatis haberetur; usque adeo eum ea scriberet Maupertuisius, nulla aderant pro regularitate argumenta satis validi ponderis, & observationes incertæ oppositum potius indicabant. Accedit, quod si ad graviorem etiam positivam irregularitatis conjecturam observationes deerant satis certæ; aderat tamen theoria gravitatis mutuæ, cum tot inæqualitatibus asperitatis, & densitatis diversæ, quas in superficie videmus, & prope ipsam; ac aderat Naturæ analogia in tot hisce corporibus, quæ intuemur, sive ad animale, sive ad vegetabile, sive ad minerale regnum pertineant, in quibus fere nunquam, vel etiam omnino nunquam occurrit figura ita accuratè regularis, ut non plurimas irregularitates contineat. Accedit demum, quod Geographorum ratio in ordinandis locorum positionibus non solum exiguas hasce figuræ irregularitates (quæ tamen solæ omnem etiam inventam graduum inæqualitatem perturbare possunt, minorem quam, quæ paucorum secundorum discrimen requirat) non excludebat, sed, uti vidimus superiore numero, ne multo quidem majores.

375 Addit is ibidem, deviationem quidem in montes maximos in theoria gravitatis generalis haberi, Newtono definiente deviationem minutorum duorum in montem, cujus basis sit milliarium trium, altitudo sex; favere quoque deviationi observationem Bouguerii, & Condaminii in montem Chimboraeo, sed raro admodum ejusmodi magnitudinis montes occurrere, & facile evitari posse in delectu locorum ad instituendas observationes. Verum ad irregularitatem observatorum graduum, & vero etiam ad inæqualitatem totam inducendam, non binorum minutorum, sed paucorum admodum secundorum deviatio abunde est, uti vidimus; & colles, & juga, quæ ad ejusmodi deviationem sufficiant, ubique passim occurrunt: montis autem Chimboraeo actionem, utut ingentis, perquam exiguam debuisse existere, uti extitit, si ulla revera extitit (nam de eo ipso dubitari posse constat ex adn. in vers. 1761 lib. 4) conjici poterat ex eo, quod vulcanus olim extiterit, adeoque internam fere omnem materiam debuerit evomuisse jam pridem. Deinde aliud est, quod montes evitari possint, aliud, quod evitati sint in locorum delectu: Maupertuisius ipse observationes suas astronomicas instituit non in vertice montis Kittis, sed ad ipsas ejus radices. Demum utut evitari possint in eo delectu montes, qui extant, & juga altioris soli, quod quidem nec ubique potest, ut in hoc Italiæ tractu, qui totus ab utroque mari perpetuo assurgit; adhuc tamen infernæ cavitates, quæ sub ipsa superficie Telluris delitescunt, & aliæ inæqualitates ejusmodi, nulla sanè industria cognosci possunt, & evitari, ac ex deviationibus inducendis sunt æque pares.

376 Atque hic quidem abunde mihi videtur satisfactum iis omnibus, quæ in eo articulo proposuit vir doctissimus, & de hac terrestris figuræ perquisitione

ac benemerentiſſimus. Miratus ſum ſanè hæc eadem, ad quæ jam dudum maxima ex parte reſponſum fuerat, reſponſione ad reliqua æque facili, & patente, quam hic produxi, iterum ab alio ſummo viro proponi in Pariſienſi Encyclopedia in articulo de figura Telluris, & addi illud, irregularitati obeſſe ipſam dierum ac noctium longitudinem, quæ altitudini poli reſpondet ubique. Longitudo ejuſmodi pendet a refractionibus horizontalibus, quæ intra plura minuta prima incertæ ſunt, & variæ; cum ab iis pendeat ortus, & occaſus Solis, ſi ex immediata obſervatione deprehendi debeant, quæ quidem refractiones id efficiunt, ut re ipſa dierum, ac noctium longitudines, ſi ritè obſerventur, cum altitudinibus poli nequaquam conſentiant. Deinde ſi ortus ipſe æſtimandus eſt ex horizonte phyſico, ab aſpera Telluris ſuperficie definito, hæc ipſa aſperitas obſervationem perturbat, rara enim admodum ea loca ſunt, quæ & Orientem e mari, & Occidentem in mare Solem intueantur. Si vero horizontem definiamus ducto, vel concepto plano ad directionem gravitatis perpendiculari; tum vero deviatio penduli, & irregularitas curvæ æquilibrii utcunque magna, nihil prorſus, nec dierum longitudines, nec ullas alias obſervationes aſtronomicas, immutabit. Cum enim ipſa poli altitudo per eandem gravium directionem definiatur, per quam is horizon; omnia cæleſtia phænomena, quæ ad horizontem, & meridianum pertinent, ibi habebuntur eodem prorſus pacto, quo Tellure ſphærica haberentur in illo alio puncto ſuperficiei ipſius Terræ, in quo recta illi ſuperficiei perpendicularis parallela eſſet verticali huic directioni gravitatis: nam hæc verticalis recta tendit ad idem punctum cæleſtis ſphæræ, ac illa, exiſtente nullo, reſpectu ingentis diſtantiæ, intervallo locorum, quorum alteri verticalis rectæ directio deberetur ſine ulla deviatione, alteri debetur ob deviationem, & irregularitatem curvæ æquilibrii. Diſtinctio figuræ æquilibrii, a reliquis binis, quas nominavimus num.372, omnes hujuſmodi difficultates omnino ſummovet.

377 Atque ex iis omnibus patet, quantum poſſit præoccupata, potiſſimum de regularitate opinio, ad perturbandam rectæ inveſtigationis rationem, apud doctiſſimos etiam, & oculatiſſimos viros, ac in metaphyſicis meditationibus verſatiſſimos, quæ ſæpe ad præmatura judicia mentes minus in aliud intentas impellit. Id ipſum accidit ſuperiorum ætatum Aſtronomis, inter quos habentur multi, eorum potiſſimum, qui poſtremis hiſce duobus ſæculis floruerunt, uti Copernicus, Tycho, & vero etiam Riciolius noſter, maxima & ingenii, & eruditionis, ac doctrinæ laude pollentes, & maxima etiam in obſervationibus aſtronomicis inſtituendis, comparandiſque ſolertia præditi, quibus ad Aſtronomiam rite excolendam obſtitit plurimum præoccupata vel de æquabili aſtrorum motu, vel ſaltem de circulari orbium forma, & præjudicata opinio. At & hic quidem notare, & admirari licet humanæ gentis conditionem ubique uniformem, quæ per crebras poſitiones falſas, erroreſque atque errorum correctiones multiplices, poſt erroneas obſervationes, erroneas etiam ratiocinationes multas ægre demum per longam obſervationum, & contrariarum opinionum ſeriem enitatur ad veritatem. Longe adhuc abſumus a vera figura Telluris ſatis tuto definita, & cognita, ad quam non niſi poſt alias obſervationes plurimas, in plurimis Terræ locis inſtitutas deveniemus olim, vel noſtra potius aliquando deveniet poſteritas.

378 Hu-

378 Hujusmodi autem observationes meo quidem judicio esse debent dimensiones quamplurimæ graduum meridianorum plurium, & vero etiam parallelorum, quanta maxima licebit cura, & diligentia institutæ, atque iteratæ. Nam methodum parallaxium Lunarium a Manfredio propositam, a Maupertuisio excultam, satis jam constat multo minus accuratam esse posse, quam res exigit, ut ostendimus §. 1 superioris libri. Nihilo minus laborant itidem aliæ methodi ab aliis productæ, ut investigandi ex editiore monte, ex quo late circum prospectus in mare pateat, depressionem horizontis physici circumquaque, quam methodum perturbant penitus vapores horizontales, qui tantam refractionum inæqualitatem inducunt. Methodi itidem, quas Eulerus proposuit in egregia dissertatione de Trigonometria sphæroidica eruta ex principiis maximorum, & minimorum, inserta Commentariis Academiæ Berolinensis ad annum 1753, tanto sane homine dignissima, minimo observationum errore plurimum perturbantur; dum Meridiani gradus intra 15, vel 20 hexapedas satis certo definiri potest, ut superius ostendi, & gradus etiam paralleli potest itidem intra laxiores aliquanto limites, sed si debita diligentia adhibeatur, & operationes repetantur sæpe, potest intra limites multo minus laxos, quam ea, quæ iis aliis methodis investigantur.

379 Ex magna multorum graduum congerie multo tutius in hac investigatione licebit procedere. Si ex. gr. habeantur nunc bini gradus inter se proximi, alter ex intervallo per Moraviam, Austriam, Stiriam inter asperos montes, & potissimum initis etiam observationibus astronomicis in pluribus intermedii tractus positionibus, alter in patentibus vicinæ Hungariæ campis; poterunt ii & inter se conferri, & cum Galliæ borealis gradu ad eandem latitudinem pertinente. Si ii duo a se invicem discrepent, & multo magis, si multum differant inter se gradus ad priorem tractum pertinentes, licebit conjicere, id utique provenire ab ipsa hac asperitate superficiei terrestris per expositam deviationem; neque enim est verosimile ex generali constitutione figuræ terrestris eam in tanta vicinia inæqualitatem provenire. Quod si ii fere æquales inter se fuerint omnes; id erit indicio vel mediam densitatem Telluris esse multo majorem densitate corporum, quæ habemus in superficie, vel infra illos montes, & eorum exemplo etiam infra alios plurimos haberi vacua spatia, & cavitates immanes, quæ actionem elidant. Tum vero iis comparatis cum gradu Gallico, poterit se prodere discrimen aliquod, quod habeatur in gradibus ad æquales latitudines pertinentibus ex generali constitutione figuræ terrestris, ob longitudinum differentiam non ita exiguam: & hæc præter idoneam dispositionem camporum, ac rectissimarum etiam, & æquissimarum viarum ad bases, & montium, atque collium ad poligona, est illa locorum opportunitas, quam hic num. 352 commemoravi, hæc utilitas illa summa, quæ me ad eam potissimum dimensionem desiderandam, & promovendam permovit, quam tum ipsam & Augustissimæ Imperatrici, ut rem impetratam, proposui, & scripto etiam expressam apud patronos, & amicos reliqui.

380 Si multas ejusmodi dimensiones habuerimus olim, licebit potiore jure aliquid de hac re tota statuere; interea ex hisce paucis, quas habemus hucusque, cautius, & subdubitanter, sed tamen mihi videor sic de re tota conjectare posse. Quoniam inæqualitatem graduum invenimus satis irregu-

larem, id indicio esse potest eas provenire non a regulari aliquo progressu certæ cujuspiam, & regularis curvaturæ, sed ab irregulari aliqua causa, uti essent deviationes pendulorum, quas exposuimus in massas irregulariter dispositas. Quoniam vero vidimus longitudines pendulorum in tabulis n. 354 multo minus aberrare a ratione debita ellipticæ figuræ, quam in tabulis numeri 355 longitudines graduum, licebit conjicere id non provenire ex inæqualitatibus majoribus alte infra superficiem depressis, sed ex hisce minoribus supra superficiem extantibus, cum n. 281 ostensum sit, hasce multo magis agere in positionem pendulorum quiescentium, quam in longitudinem quiescentium, contra quam ex illis haberetur. Et quidem globus habens pro radio partem unius milliarii quartam pariens deviationem 15″, in unius gradus dimensione mutationem pareret hexapedarum proxime 240, nimirum partis $\frac{1}{240}$ totius gradus; & tamen is ipse infra superficiem depressus penduli longitudinem augeret in ratione $\frac{1}{4}$ ad 3438, sive ad radium Terræ in iis milliariis, nimirum $\frac{1}{13752}$ parte totius, adeoque vix tribus centesimis lineæ Parisiensis, quarum 44000 circiter tota continet penduli ad secunda horaria oscillantis longitudo. Quoniam autem ipsa deviatio multo minorem perturbationem parit in graduum hucusque inventorum irregularitatem juxta n. 371, quam quæ ab hac prominentium partium inæqualitate, quam cernimus, expectanda esset, id indicio erit, vel Terram in intimis visceribus multis viribus densiorem esse, quam prope superficiem, vel hasce superficiei inæqualitates debere maximam suæ originis partem infernis ignibus, qui dum crustam elevant, tantundem vacui spatii relinquunt.

381 In illud primum liceret inquirere methodis, quas proposui postremo superioris libri §, potissimum inquirendo in deviationem penduli versus undam advenientis marini æstus, ubi is est ingens, quæ observatio non ita difficulter institui potest. Hoc posterius ego arbitror multo verosimilius, ut & hic, & alibi pluribus in locis significavi; cum certo constet plures eo pacto insulas emersisse e mari, & immanis illius Athlantidis Platonicæ una nocte demersæ, si verum exemplum est, indicio sit, eam inferne vacuam extitisse, cavitate relicta, cum ea terrestris crustæ pars in vastam insulam primo assurgeret, in quam confracta reciderit; sed alia minorum insularum exempla ad eamdem rem confirmandam non desunt; & inclinata pluribus in locis Terræ strata secundum directionem collium, ac montium, & marinæ productiones in editissimis locis, ac frequentiores in montanis tantummodo positionibus vulcani, quorum tanta est in Peruanis, & Chilensibus montibus editissimis multitudo, ac frequentissima in inæqualibus Italiæ partibus thermalium aquarum vis, conjecturam ipsam confirmant, quam quidem montanam Italiæ partem arsisse olim totam, indicio sunt innumera, quæ passim occurrunt materiæ semiustæ, & ex pluribus generibus liquatis commixtæ documenta, quæ ubique occurrunt, ut & ipsa Phaetontei casus fabula, orta ex recenti adhuc, utut nimis corrupta incendiorum ejusmodi traditione vetusta apud Italos. Ea si esset inæqualitatum origo, nullas, vel fere nullas deviationes haberemus ex inæqualitatibus ipsis. Verum, cum & aquarum cursu assiduo maxima assurgentis materiæ pars devoluta sit, & per eas ipsas collapsorum collium, ac

ac montium fragmenta alio asportata, magna itidem internæ materiæ pars ignium vi eructata in liquidas massas, & in cineres ipsos redacta longissime ejecta, & ingenti terremotuum concussione commutata locorum positio, qua novis hiatibus apertis, qua ingentibus immanium massarum fragmentis in ingentes cumulos aggestis; (nam eam Sorianensis montis Cimini originem extitisse admodum probabili ratione indicavi opusculo 1 Expedit. Litter. num. 194) deviationes ex hisce perturbationibus exortæ sunt, minores utique, quam ipsa inæqualitatum hæc moles omnis externa indicat, sed tamen aliquæ, quæ hanc graduum perturbationem pepererunt.

382 At si ea est hujusce perturbationis causa, ex ea ipsa spes exoritur fore, ut post uberiorem graduum seriem, demum aliquid multo certius de figura, & magnitudine hujusce nostri globi innotescat. Nam in fortuitis ejusmodi combinationibus, si satis magno numero habeantur termini, fortuitarum causarum effectus se mutuo elidunt, & id, quod rei Natura sine iis exhiberet, satis manifesto se prodit, qua de re inferius etiam, ubi de Boreali Aurora agendum erit, occurret sermo. Accedit, quod & errorculi inter observandum admissi ejusdem conditionis sunt, nimirum pertinentes ad combinationes fortuitas, quæ in magno numero se mutuo elidunt. Huc usque nimis quidem paucos habemus gradus, si Gallicos omnes non ita multum a se invicem dissentientes habeamus pro unico, & unicum ex iis seligamus, quod & præstitimus. Eos tamen interea hic adhibebimus, dum plures accedant.

383 In primis ex illis decem combinationibus in tab. 2 n. 355 novem exhibent compressionem ad polos, & unicus productionem, ac ex quinque combinationibus gradus paralleli cum iis quinque gradibus meridiani (n. 358) omnes exhibent compressionem ad polos. Quodsi adhibeantur gradus omnes 15 tabulæ num. 353, qui habent binaria $\frac{15 \times 14}{1 \times 2} = 105$; solæ quinque exhibent productionem, cum solæ 8^i & 9^i; 10^i & 11^i; 10^i & 12^i; 11^i & 12^i; 13^i & 14^i exhibeant gradum posteriorem priori majorem, reliquis 100 exhibentibus compressionem. Quare si omnibus combinationibus eadem adhibenda sit fides, probabilitas pro compressione ad probabilitatem pro productione est, ut 14 ad 1, vel ut 20 ad 1, quæ tamen in immensum crescit, si notetur illud, combinationes, quæ productionem indicant, esse graduum nimis proximorum, saltem priores quatuor, & differentiam esse unius hexapedæ, vel hexapedarum paucissimarum. Igitur si spectentur observationes huc usque institutæ, debet sine ulla prudenti dubitatione haberi Terra pro compressa ad polos.

384 Quantitas compressionis multo magis incerta erit: verum si ex illis quinque meridiani gradibus, quos habemus in tabulis num. 355, capiamus medium inter 10 combinationes tabulæ 2, habebimus totalem differentiam mediam columnæ secundæ 665: gradus in æquatore 56751 divisus per ejus trientem exhibet 256, cui si addatur 2 juxta n. 350, obtinetur denominator ellipticitatis, quæ evadit $\frac{1}{258}$, ejus triens divisus per gradum in æquatore 56751, exhibet $\frac{1}{256}$, cujus denominatori si addatur 2, obtinetur $\frac{1}{258}$; demptis autem tertia, quarta, & nona, quæ a reliquis plus æquo discrepant, reliqua-

quarum media erit 648, ex qua ellipticitas $\frac{1}{265}$ paullo minor priore: ea est minor quidem $\frac{1}{231}$, quam requirit homogeneitas, sed adhuc multo major illa $\frac{1}{331}$, quam num. 236 eruimus ex media gravitatum determinatione.

385 Verum ut ipsum medium assumatur, non utcumque medium arithmeticum, sed aliqua lege accuratius ad regulas fortuitarum combinationum, & probabilitatis redactas, utemur hic problemate, quod indicavi sub finem dissertationis insertæ Actis Bononiensibus tomo 4, & cujus non solutionem, sed solutionis fructum exhibui ibidem. Est autem hujusmodi. *dato graduum numero invenire correctionem adhibendam singulis ita, ut serventur hæ tres conditiones; nimirum ut differentiæ ipsorum sint proportionales differentiis sinuum versorum latitudinis duplicatæ, ut summa correctionum positivarum sit æqualis summæ negativarum, ut summa omnium tum positivarum, tum negativarum correctionum sit omnium minima, quæ servatis prioribus binis conditionibus haberi possit*. Primam requirit lex æquilibrii poscens figuram ellipticam; secundam requirit æqualis probabilitas pro deviationibus, & erroribus Observatorum ad augendos gradus, minuendosque; tertia requiritur, ut ad observationum fidem accedamus, quammaximè licet, potissimum, cum deviationes perquam exiguas esse sit admodum probabile juxta num. 381, & summa ab Observatoribus adhibita inter observandum diligentia suspicionem relinquat errorculorum perquam exiguorum.

386 Hoc problema pertinet ad methodos maximorum, & minimorum; sed communi analytica methodo tractari non potest. Nam algebraica expressio positivas quantitates a negativis non distinguit, sed eodem generali valore exprimit. Valor correctionum, quæ adhibendæ sunt, ut prima conditio servetur, obtinetur admodum facile, denominatis binis quibusvis altera $= x$, altera $= y$, per quas, & graduum, ac sinuum versorum valores invenitur quivis alius gradus correctus, cujus differentia a dato exhibet valorem analyticum correctionis, qui dabitur per x, y, & valores datos, nec nisi ad primum assurget gradum. Ad faciendum satis conditioni secundæ ponenda erit tota summa valorum $= o$, quæ unica positio efficit summam positivorum, & negativorum æqualem, & ex ea æquatione deducto valore y per x, ac substituto, relinquetur summa omnium correctionum data per x. Sed hæc summa, ut per analysim exprimitur, constabit semper positivis, ac negativis permixtis, nec erit variabilis, ut alicubi ad maximum deveniat, sed erit semper $= o$. Hinc e positione $dx = o$ nihil eruetur, sed omnis formula evanescet, Investigatore spe sua frustrato. At ope Geometriæ simplicis, Mechanica etiam in subsidium vocata, sic rem facile expedio.

F. 44 387 Referat in fig. 44 AF diametrum circuli, & AE, AD, AC, AB sinus versos latitudinum duplicatarum, pertinentium ad gradus observatos, ac ex punctis E, D, C, B, ac si in ipso æquatore observatus sit gradus, ut hic, etiam ex puncto A, exeant rectæ EE', DD' &c. perpendiculares ad ipsam AF, indefinitè productæ, quarum segmenta Ee, Dd, Cc, Bb, Aa ad eandem plagam accepta referant gradus, ut notentur puncta extrema e, d, c, b, a.

388 Patet primo, si ducatur quævis recta, ut $A'H$, quæ occurrat iis rectis

rectis in M, L, K, I, A', per ipsam definiri gradus, qui satisfaciant primæ conditioni. Ducta enim $A'F'$ parallela AF, quæ iisdem occurrat in E', D', C', B', erunt excessus graduum supra gradum in æquatore $E'M$, $D'L$, $C'K$, $B'I$, zero, proportionales rectis $A'E'$, $A'D'$, $A'C'$, $A'B'$, zero, sive sinubus versis AE, AD, AC, AB, zero. Problema adhuc remanet bis indeterminatum, cum recta duci possit in quavis distantia, & cum quavis inclinatione. Bini gradus assumpti utcumque eam determinant, qua determinata, determinatur per ejus concursum cum recta e parallelis illis una pertinente ad quamvis latitudinem datam gradus ipsi respondens, determinatione conspirante cum methodo proposita num.348; & hæc exhiberet valores illos indicatos num.386 datos per x, & y.

389 Unum ejus rectæ punctum determinabit secunda conditio. Correctiones erunt eM, dL, cK, bI, aA', positivæ, vel negativæ, prout puncta e, d, c, b, a jacebunt respectu AF citra ipsam $A'H$, vel ultra. Debebit igitur per secundam conditionem summa jacentium citra æquari summæ jacentium ultra. Id habebitur, si ea transeat per centrum commune gravitatis G punctorum e, d, c, b, a, cum ex notissima proprietate centri gravitatis communis summa omnium distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera secundum directionem quamcumque, sit æqualis summæ omnium ex parte opposita. Datis autem illis punctis datur & eorum commune centrum gravitatis G. Datur igitur unum punctum rectæ quæsitæ definitum a secunda conditione. Hæc determinatio æquivalet illi valori y inveniendo juxta numer. 386 per æquationem, quæ ponat summam correctionum $= o$.

390 Remanet adhuc indeterminatum problema, cum infinitæ possint per id punctum duci rectæ, quæ omnes utique e præcedentibus binis conditionibus satisfaciant: unicum ipsa gradum determinat, ducta GS perpendiculari ad AF, ubi exprimet ipsa GS eum gradum, & AS sinum versum ejus latitudinis, ad quam is pertinet. Ipsam rectam, & per eam reliquos gradus determinaret quivis alius gradus assumptus ad arbitrium; sed ea determinanda est per conditionem tertiam, ut nimirum summa correctionum jacentium ad plagam utramvis, nam hinc, & inde sunt semper æquales, sit minima omnium, quæ haberi possunt. Ut id præstetur, concipiamus rectam $A'GH$ discedere a positione SGT in partem utramlibet; initio quidem, donec angulus eum ipsa fuerit perquam exiguus, omnes correctiones aA, bI, cK, dL, eM erunt immensæ; tum perpetuo decrescent; donec ipsa recta appulerit ad aliquod e punctis a, b, c, d, e; ubi vero ea fuerit transgressa quodcumque ex iis punctis, correctio ei puncto respondens mutata in positionem contrariam incipiet crescere, & deinde perpetuo crescet, reliquis, quæ pertinent ad puncta nondum superata a recta mobili, adhuc decrescentibus: summa autem omnium correctionum simul sumptarum decrescet, donec summa decrementorum fuerit major, quam summa incrementorum; & fiet minima, ubi illa desinet esse minor, quam hæc. Ibi vero, ubi fuerit minima summa omnium, fiet etiam minima summa solarum positivarum, & summa solarum negativarum, cum singulæ eæ summæ debeant esse dimidium summæ omnium, ob earundem æqualitatem perpetuam inter se.

391 Porro singularum correctionum mutationes respondentes mutationibus positionis rectæ mobilis, erunt proportionales distantiis AS, BS, CS,

 DS, ES,

DS, *ES*, sive eæ sint incrementa, seu decrementa; nam eæ mutationes erunt bases triangulorum similium habentium verticem in *G*, inclusa binis positionibus rectarum *GA'*, *GI*, *GK*, *GL*, *GM*, adeoque erunt ut hæ rectæ, nimirum ex natura parallelarum, ut illæ *A'S*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES*. Quamobrem, si notetur, quo ordine recta mobilis appellere debeat ad puncta *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & eodem ordine addantur in unam summam illæ e rectis *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES*, quæ ad ea puncta pertinent; donec erit minor hæc summa, quam semisumma omnium simul earundem rectarum, sive minor, quam summa jacentium ex parte utraliber puncti *S* (nam summa jacentium ex parte altera æquatur summæ jacentium ex opposita); summa mutationum pertinentium ad correctiones crescentes erit adhuc minor, quam summa pertinentium ad decrescentes, & summa correctionum adhuc decrescet, quæ tum demum evadet minima, ubi summa rectarum *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES* pertinentium ad puncta, ad quæ jam appulit recta mobilis, desinet esse minor, quam semisumma omnium rectarum ejusmodi, sive quam summa omnium jacentium ex parte utralibet puncti *S*.

392 Nec erit difficile invenire centrum gravitatis *G*, & illum ordinem appulsuum etiam facili numerico calculo. Si colligantur in unam summam sinus versi *AE*, *AD*, *AC*, *AB*, zero, & ea summa dividatur per numerum punctorum; habebitur *AS*; cum distantia centri gravitatis a plano quovis *Aa* æquetur summæ distantiarum punctorum omnium divisæ per ipsorum summam. Eodem pacto si summa omnium graduum *Ee*, *Dd* &c. dividatur per ipsorum numerum, habebitur *SG*. Quin immo satis erit summam excessuum supra primum dividere per ipsorum numerum, & addere primo: si enim *af* parallela *AF*, secet rectas *EE'*, *DD'*, *CC'*, *SG*, *BB'*, *AA'* in *R*, *Q*, *P*, *N*, *O*, erit *NG* summa excessuum *Re*, *Qd* &c. divisa per radium.

393 Ad inventionem autem seriei appulsuum concipiatur recta per *G* parallela *AF*, quæ occurrat rectis *FF'*, *EE'*, *DD'*, *CC'*, *BB'*, *AA'* in *Y*, *r*, *q*, *p*, *o*, *X*, & statim innotescet, in quo ex angulis *SGY*, *YGT*, *TGX*, *XGS* jaceat quodvis punctum; nam debet jacere citra, vel ultra *SGT*, prout ejus sinus versus est minor, vel major inventa *AS*, & citra, vel ultra *XGY*, prout ejus gradus est minor, vel major invento *SG*. Innotescet etiam facile tangens anguli, quem recta transiens per quodvis punctum continebit cum *GS*, vel *GT*. Est enim pro puncto *e*, ut *re* ad *Gr*, ita radius ad tangentem anguli *reG*, sive *eTG*, quæ idcirco erit, ut $\frac{rG}{re}$, & eodem pacto in reliquis: angulorum autem minorum minores sunt tangentes, & ad puncta angulorum minorum prius appellitur in angulis *SGX*, & *YGT*; tum ad puncta angulorum majorum prius in angulis *TGX*, *YGS* ordine suo. Cum igitur sit *Gr* differentia sinus versi puncti *e* ab invento valore *AS*, & *re* differentia gradus ipsius ad invento *sG*; habebitur hujusmodi regula. *Dividatur pro singulis punctis differentia ejus sinus versi ab invento valore* AS *per differentiam ejus gradus ab invento* SG, *& quoti punctorum pertinentium ad binos angulos ad verticem oppositos simul considerati ordinentur incipiendo a minoribus, tum quoti pertinentes ad reliqua puncta jacentia in reliquis binis ordinentur eodem pacto incipiendo a majoribus, ac ordinem ita institutum sequetur in appulsibus recta mobilis, si abeat initio motus in illos angulos prio-*

priores; contrarium, si incipiat moveri in posterioribus. Sed etiam sine calculo plerumque sola utcunque accurata constructio seriem appulsuum multo facilius indicabit.

394 Atque hoc pacto jam habetur, quidquid requiritur ad correctiones quæsitas, & etiam sine ipsis ad eruendam ellipticitatem. Nam is gradus, qui pertinet ad appulsum, remanet sine correctione, ut patet, adeoque per ipsum, & gradum *SG* jam inventum, inveniuntur juxta num. 348 reliqui gradus omnes, adeoque & inventorum differentia ab observatis, sive correctio, & differentia totalis, ac per ipsam ellipticitas quæsita.

395 Patet autem methodum generalem esse pro correctione eorum omnium terminorum, qui datam debeant rationem sequi, qua substituta illi rationi sinuum versorum, omnia eodem redeunt. Sed hic applicanda est methodus ad rem nostram, ubi dimidios sinus versos accipiemus pro integris, ut faciliore calculo numerico, utamur valoribus tabulæ primæ num. 355. Valores *AB*, *AC*, *AD*, *AE* sunt iidem, qui in columna 3 ejus tabulæ, quorum summa divisa per 5, habetur *AS*, sive *aN* = 4356.6: *Ob*, *Pc*, *Qd*, *Re*, sunt iidem, qui ibi in columna 5, quorum summa divisa per 5, habetur *NG* = 301.6, ex quibus definitur gradus *SG* = 56751 + 301.6 = 57052, 6 pro latitudine, cujus duplæ dimidius sinus versus 4356.6 ad radium 10000, sive pro latit. 41°. 15′: sed id quidem nullius est usus. Distantiæ *aN*, *ON*, *PN*, *QN*, *RN* punctorum *a*, *b*, *c*, *d*, *e* a recta *SGT* erunt differentiæ prioris numeri 4356.6 = *aN* a numeris columnæ 3, adeoque 4356.6, 1369.6, —291.4, —1405.4, —4029.4 existente summa tum positivarum tum negativarum 5726.2, & distantiæ *aX*, *bo*, *cp*, *dq*, *er* a recta *XY* erunt differentiæ posterioris 301.6 = *NG* a numeris columnæ 5, adeoque 301.6, 15.6, 73.6, —21.4, —369.4. Quæ habent signa conformia, pertinent ad angulos *SGX*, *TGY*, quæ habent difformia, ad reliquos *TGX*, *SGY*, adeoque priora sunt *a*, *b*, *d*, *e*, posterioris generis est solum *c*. Divisis autem seriei prioris terminis per terminos posterioris, obveniunt tangentes angulorum eum recta *SGT* 14, 88, 4, 66, 11. Igitur illa quatuor, quæ pertinent ad priores angulos *a*, *b*, *d*, *e*, incipiendo ab angulis minoribus, sequuntur ordinem 11, 14, 66, 88, sive *e*, *a*, *d*, *b*, quibus si accedat reliquum punctum *c*, appeller recta ad ea puncta ordine *e*, *a*, *d*, *b*, *c*. Prioris *e* prior distantia 4029.4 est minor, quam summa 5726.2 binarum positivarum, vel trium negativarum, sed accedente distantia sequentis *a* = 4356.6, jam habetur 8386, quod illam summam excedit. Igitur habetur minimum quæsitum in appulsu rectæ ad *a*, gradu in æquatore *Aa* manente sine correctione, & cæteris correctis per positionem rectæ *aGV*.

396 Si motus rectæ mobilis concipiatur ex parte opposita, ordo appulsuum erit contrarius *c*, *b*, *d*, *a*, *e*, & patet ad superandam summam 5726.2 requiri quatuor priorum distantias seriei primæ, nimirum 291.4, 1369.6, 1405.4, 4356.6, ut idcirco etiam hoc motu idem illud minimum inveniatur in appulsu ad *a*.

397 Inventa hac minimi quæsiti positione, statim jam habetur facile ellipticitas. Positio enim rectæ hic erit ipsa *aGV*, manente gradu in æquatore, quod & commodius accidit ad inveniendam statim & differentiam totalem

talem, & ellipticitatem. Erit enim ut inventa $aN = 4356.6$ ad inventam $NG = 301.6$, ita tota $af = 10000$, ad differentiam totalem $fi = 692$, per quam divisa gradu 56751, & addito 2 juxta num. 349, habetur ellipticitas quæsita $\frac{1}{248}$, accedens aliquanto magis ad ellipticitatem homogeneitatis $\frac{1}{231}$, quam superiores duæ $\frac{1}{265}$, & $\frac{1}{258}$, sed remotior ab illa $\frac{1}{332}$, quam æquilibrium requirit in hypothesi nuclei sphærici. Correctiones autem graduum calculo instituto pro 5 gradibus a, b, c, d, e prodeunt 0; $-$ 79.2; $+$ 93.8; $+$ 75.9; $-$ 90.5.

398 Si certi essemus, nullum adhuc errorem latere ex deviationibus penduli in gradibus, nec ex gravitate utcunque parum imminuta, vel aucta in longitudinibus isochronorum pendulorum, oporteret vel ad hypothesim nuclei elliptici recurrere, vel ad aliam aliquam. Verum quinque termini sunt adhuc nimis exiguus numerus, ut in summa irregularitates disipareant; & de re tota certius aliquid statuetur, ubi multo plures habebuntur, & gradus, & pendulorum isochronorum longitudines, pro quibus etiam hæc eadem methodus adhiberi poterit, si a debita ratione aliquanto magis recesserint eorum incrementa, quæ cum hic rationem ipsam sequantur tam proximè, communem assumendi medii rationem æquè patiuntur perquam exiguo discrimine, si hæc adhibeatur. Tum vero, & Galliæ tractu distributo in partes duas borealem alteram, alteram australem hinc & inde ab urbe Lutetia poterit assumi medium inter priores tres boreales, ac inter posteriores 8 australes, qui sunt in tabula num. 353; illi 11 gradus post primum, ut habeatur in ipsa australi Gallia gradus pro latitudine aliquantum diversa a nostra Italica, ac habebuntur gradus bini, pro latit. 45°, 27′ = 57056, & pro latit. 46°, 7 = 57051.

399 Sed si interea retineamus ellipticitatem, quam observationes requirunt, assumpto illo medio $\frac{1}{248}$, licebit quærere, an ea tantum differat a pendulis isochronis, ut cum iis conciliari non possit. Si ea dematur a $\frac{2}{231}$, habebitur fractio gravitatis $\frac{1}{216}$. Divisa longitudine penduli in æquatore 439.21 per 216, habetur differentia totalis 2.03. Hæc quidem est minor omnibus 10, quæ habentur in tabula 2 num. 355, & a media inter octo minus difformes, quam num. 255 invenimus 2.48, differt per 45 centesimas, quæ imminutæ in ratione 2.48 ad 2.06 differentiæ totalis calculo erutæ, a differentia inter longitudines pertinentes ad loca maxime remota, quam immediate exhibent observationes in combinatione prima ejusdem illius secundæ tabulæ, reducitur ad centesimas 36. Ea divisa bifariam pro singulis observationibus reducitur ad differentiam 18 centesimarum, quæ omnino est major, quam ut in Observatorum oscitantiam refundi possit. Error maximus, qui occurrit in postrema columna primæ partis ejusdem numeri, est centesimarum 8 plusquam duplo minor, at non est tantus, ut inæqualitates, quæ sub ipsa superficie Telluris occurrant, ipsum facile parere non possint. Si enim fiat, ut longitudo penduli proximè centesimarum 44000 ad 18, ita semidiameter Terræ passuum 4000000 quamproximè ad quartum, invenitur is proximè 1600, adeoque massa æquivalens globo habenti pro radio circiter sesquimilliare, quæ in te-

altero loco desit per hiatum, in altero adsit duplicata per addensationem, potest ejusmodi discrimen inducere, & majores adhuc inæqualitates occurrere infra superficiem Telluris, est admodum probabile.

400 Quamobrem plures adhuc pendulorum observationes requiruntur ad hoc, ut de eo ipso prudenter judicari possit. Si eæ constanter ostenderint gravitatis fractionem majorem, quam quæ in hypothesi nuclei sphærici respondeat ellipticitati erutæ e gradibus, adhuc non erit necessaria hypothesis nuclei elliptici, sed res conciliari poterit per majorem materiæ raritatem versus æquatorem, a qua, juxta §. 7 l. 4 potest oriri pars illa inæqualitatis gravitatis centesimarum lineæ 36, quæ quidem & imminui potest nonnihil ellipticitate nonnihil aucta per ipsam juxta eundem §. 7; licet si continua lege ea raritas crescat a polo ad æquatorem, parum admodum inde perturbari debeant graduum dimensiones, uti mihi videor demonstrasse Expeditionis Litterariæ opusculo 5 num. 327, cum nimirum in ea hypothesi exigua mutatio densitatis fiat in initio, & in fine gradus cujuslibet, adeoque differentia deviationis penduli in materiam redundantem factæ in utroque extremo in eandem plagam debeat esse exigua respectu deviationis ipsius jam exiguæ; ut nimirum ex ea hypothesi longitudines pendulorum mutentur per quantitatem analogam infinitesimis ordinis primi, & dimensiones graduum, ac ellipticitas inde deducta per analogam infinitesimis ordini secundi, & idcirco insensibilem.

401 Accedit, quod, ut ibidem innui, nec mihi omnino indubitatum est, gravitatis legem, quæ in distantia Planetarum, & fortasse etiam Lunæ satis fere accurate sequitur rationem reciprocam duplicatam distantiarum, in distantia tanto minore particularum Terræ a se invicem, jam non recedere nonnihil ab ea ratione, a qua in mea Physicæ Generalis theoria in immensum recedit, cum demum abeat etiam in vim repulsivam. Exiguus ab ea lege recessus discrimen aliquod pareret in mutatione gravitatis, adeoque in illis pendulorum differentiis.

402 Idcirco, donec ea omnia post longas observationum repetitiones innotescant certius, vocatis etiam in subsidium iis omnibus, quæ pendent a theoria gravitatis, ac figura, magnitudine, massa Terræ, uti est præcessio æquinoctiorum, nutatio axis, Lunaris motus, & si qua alia sunt ejusmodi, interea hic adhibebo ellipticitatem, quam ex gradibus meridiani postremo loco eruimus (gradui enim paralleli, ut sæpius innui, parum fido) $\frac{1}{248}$ etiam idcirco, quod magis accedat ad eam $\frac{5}{231}$, quam requirit homogeneitas, quam, ut Noster censet, juxta adn. in vers. 1037, est probabile respexisse supremum Naturæ Opificem, nec ab ea multum recessisse, exemplo Architecti, qui licet aliquid & calcis tenacitati tribuat, adhuc tamen in ædificio extruendo non multum debet recedere ab ea figura, quam postulat æquilibrium ipsarum partium, quæ disponuntur.

403 Ea assumpta, jam ex gradibus, ex quibus est orta, admodum facile definitur magnitudo Telluris methodo exposita num. 349. Gradus in æquatore est hexapedarum 56751, differentia totalis inventa num. 397 est 692, fractionibus neglectis, adeoque gradus in polo 57443. Sed ad eruendos axes ellipseos usus sum differentia totali, quæ provenit ex gradu in æquatore hexa-

pedi-

pedarum 56751, five pedum 340506, & gradu Laponico correcto per detractionem 90. 5 juxta numerum eundem, qui gradus evadit hexapedarum 57331. 5, five pedum 343989, factis nimirum, ut hujus dimidius finus verfus 8386 erutus e tab.2 num.355, ad radium 10000, ita eorum graduum differentia, quæ jam evadit pedum 3483, ad differentiam totalem, quæ fit 4153. 35 (quod a priore determinatione differt in folis hexapedæ fractionibus, cum reddat hexapedas 692. 22) pedum 243659. 35.

404 Si horum graduum differentiæ triens 1384. 45 addatur gradui in æquatore, tum idem triens fummæ, habentur gradus circulorum habentium pro radio femiaxem, & femidiametrum æquatoris 341890. 45, & 343274. 90. Ex iis adhibita prius ratione gradus ad femicircumferentiam 1 ad 180, tum femicircumferentiæ ad radium 318309886 ad 1000000000, obtinentur is femiaxis, & ea femidiameter pedum 19588830, & 19668203, quorum differentia 79323 triente 26441 dempto a femidiametro æquatoris, obtinetur radius fphæræ æqualis fphæroidi 19641762. Et hi funt valores, quos adhibuimus prioris libri § 2, & deinde pluribus fequentibus locis, ubi iis dimenfionibus opus erat; & utemur impofterum.

§. 6. Ad notam in verf. 1065.

DE PROGRESSU DENSITATIS IN ATMOSPHÆRA TERRESTRI, ET EJUS DENSITATE.

405 A Verfu 1065 ad 1250 agit Nofter de Atmofphæra terreftri, quatenus connectitur cum gravitate, de qua hic agit, & a qua comprimitur: ea in 7 adnotationibus fe continenter excipientibus propofuimus, refervatis huc pluribus de more, quæ Geometriam, vel calculum requirunt: ea illuftrabimus, quam licebit, contractius, ob limites nimis arctos hifce fupplementis conftitutos, quibus fit, ut quo magis progredimur, eo plura ad argumentum, de quo agimus, pertinentia omittere debeamus.

406 Eorum omnium, quæ prioribus adnotationibus continentur, fundamentum eft, aerem effe gravem, & elafticum: elafticitatem autem habere hujufmodi, ut comprimatur in ratione vis comprimentis. Gravitas aeris experimentis quamplurimis demonftratur, quæ ipfius proprietas, & Veteribus cognita fuit; ut & elaftica ejus vis omnibus eft notiffima, cujus effectus in compreffione, & dilatatione aeris obfervantur etiam vulgo innumeri, ac utriufque fimul conjunctæ effectus eft etiam elevatio mercurii in barometris, uti jam & certiffimum, & notiffimum eft, ubi mercurius æquilibratur ab æquali pondere atmofphæræ, quæ aerem imminentem mercurio premens ipfum fuftinet. Suftinetur autem mercurius ad altitudinem digitorum Parifienfium circiter 28; unde fit, ut pondus atmofphæræ prementis certam partem fuperficiei terreftris æquetur columnæ mercurii habentis bafim illi fuperficiei æqualem, & altitudinem pollicum 28; cumque mercurii pes cubicus fit proximè librarum 1064, fi is numerus augeatur in ratione 12 ad 28, habebitur pondus librarum 2463 premens quemvis quadratum pedem fuperficiei terreftris, immo pedem cujufvis corporis immerfi aeri prope fuperficiem Terræ ob

ob pressionem fluidorum æqualem in omnes partes; unde facile est per regulam auream computare pressionem pro quavis alia superficie. Quod si habeatur mutatio altitudinis in barometro ex mutata constitutione atmosphæræ, quæ mutatio est alibi digiti 1, alibi 2, alicubi etiam 3, factis, ut 28 ad eam mutationem, ita numerus inventus ad quartum, invenietur differentia pressionum inde proveniens, quæ est sane ingens.

407 Plurima experimenta circa gravitatem instituta sunt ad inveniendam rationem ponderis aeris, ad pondus aquæ, pari mole, quæ ratio eorum densitatis rationem exhibet: ea varia inventa est ob mutationes, quæ accidunt in ipso aere. Riciolius in aere proximo superficiei Terræ hanc rationem invenit 1 ad 1000, Boyleus itidem censuit 1 ad 1000 posse assumi pro ratione proxima, & communi, cum invenisset prope Londinum 1 ad 938; Mersennus eam censuit inter 1 ad 1300, & 1 ad 1600; Galileus contra 1 ad 400: plures accuratiores observationes eam in Anglia exhibuerunt 1 ad 840, ad 852, ad 860; unde Newtonus Princ. lib. 3 prop. 41 adhibuit rationem 1 ad 850. Muschembroekius autem invenit admodum variabilem inter 1 ad 600, & 1 ad 1000.

408 Inter alias methodos eruendi hanc rationem est & illa videndi, quantum descendat mercurius in barometro elevato ad datam aliquam altitudinem, in qua nimirum densitas aeris sit proximè uniformis; erit enim densitas aeris circa mediam illam altitudinem, ad densitatem mercurii, ut ille descensus ad illam altitudinem, illo aere intermedio habente pondus æquale mercurio detracto; densitas autem mercurii ad densitatem aquæ, ut 14 ad 1. In Cassiniana serie, quam exposuimus in adn. ad vers. 1197, respondet in superficie ima Terræ altitudini pedum 60 descensus unius lineæ. Inde eruitur densitas aeris ad densitatem aquæ 1 ad 617, quæ est fere maxima ratio Muschembroekiana. Ex ratione 1 ad 1000 responderet uni lineæ altitudo pedum 97.

409 Derhamus institutis Londini observationibus in edita columna invenit descensui $\frac{1}{10}$ unciæ Londinensis respondere pedes Londinenses 96; unde ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ, ut 1 ad 823 congruens cum Londinensibus cæteris. Halleyus observatione instituta in summo monte Snowdon, & ad ejus radices invenit differentiam unciarum $3\frac{1}{10}$, altitudo autem erat pedum Londinensium 3720; unde infertur pro $\frac{1}{10}$ unciæ altitudo pedum 98, & ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ 1 ad 839, quæ tamen debetur medii, non imi montis atmosphæræ. Illa altitudo montis reducitur ad pedes Parisienses 3483, vel 3489, prout adhibeatur ratio pedis Londinensis ad Parisiensem 1000 ad 1068 vel ad 1066, quæ posterior est accuratior, sed hic parum refert id exiguum discrimen.

410 Elasticitas debet esse æqualis ponderi comprimentis atmosphæræ; si enim hoc pondus eam superaret, comprimeretur aer adhuc magis: si id superaretur ab ipsa, aer idem dilataretur. Sed ipsa datæ massæ aeris elastica vis est varia pro varia ejus densitate, & vario calore. Et quidem, quod ad calorem attinet, Amontonius experimentis institutis tradidit, accessionem vis elasticæ in aere redacto ad calorem aquæ ebullientis esse ad suam elasticam vim

vim, qua pondus atmosphæræ sustinet, ut 10 ad 35. Quod autem pertinet ad densitatem, plures Physici invenerunt, & experimentis institutis, iteratisque demonstrarunt, quod jam olim & Boyleus, & Mariottus tradiderant, aerem comprimi in ratione ponderis comprimentis, ut nimirum, quo majus sit pondus premens, eo minus in eadem ratione sit spatium, ad quod aer reducitur; & huic proprietati innituntur, quæ Noster tradit cum Newtono de progressu densitatis per atmosphæram.

411 Hanc legem non servari accurate Mariottus tradit, ubi densitas sit satis ingens ita, ut postea quam aer ad quadruplo minorem molem redactus est, quam eam habeat in superficie Terræ, requirat jam vim majorem, quam pro ratione reciproca ejus spatii, ad quod reduci debeat. At ubi dilatari debeat, ad magnas dilatationes extendi satis accurate ejusmodi legem, constat ex plurimis experimentis institutis jussu Academiæ Parisiensis, & alibi ab aliis Physicis. Sunt, qui censeant necessario abrumpi debere eam legem in compressione; cum ubi particulæ aeris ad contactum devenerint, nulla ulteriori vi, magis comprimi possit. At id in mea theoria punctorum simplicium, inextensorum, & a se invicem distantium, nullam habet vim, in qua nimirum potest in quacunque ratione densitas augeri, imminuta punctorum distantia, quantum libet, quæ puncta nunquam possunt ad contactum devenire, sed si abstrahamus animum a vi repulsiva, devenient ad compenetrationem post omnes omnium densitatum gradus.

412 Et quidem si ejusmodi puncta habeant vires repulsivas in ratione reciproca simplici distantiarum, comprimentur eorum massæ in ratione virium comprimentium, uti invenit Newtonus lib. 2 Princ. prop. 23, quæ puncta cum possint eam rationem accurate servare in distantiis quibusvis; possunt existere massæ, quæ illam compressionum rationem sequantur & compressæ, & rarefactæ in quacumque ratione utcumque magna.

413 Illud Newtoni theorema sic facile demonstratur. Dilatetur massa AC cujusvis figuræ in molem similem $A'C'$, cujus pars similis, & æqualis AC sit $A'c$; sint autem superficies homologæ AB, $A'B'$, $A'b$, & distantiæ punctorum a se invicem in primo, & secundo statu ipsæ etiam homologæ sint d, & D. Erit ob similitudinem moles AC ad $A'C'$ ut d^3 ad D^3. Quare densitas ad densitatem ut D^3 ad d^3. Numerus autem punctorum in superficie AB erit idem, ac numerus punctorum in superficie $A'B'$, is autem ad numerum in $A'b$, erit ut superficies $A'B'$ ad superficiem $A'b$, sive ut D^2 ad d^2, & vis singulorum punctorum in AB ad vim in Ab contra æquale obstaculum comprimens erit, ut D ad d, ob rationem reciprocam distantiarum. Igitur summa virium in AB ad summam in $A'b$, erit ut D^3 ad d^3, nimirum ut densitas posterior ad priorem. Q. E. D.

414 Quod si vis repulsiva fuerit in quavis ratione reciproca potentiæ m distantiæ, & dicatur compressio C, vis comprimens V, distantia particularum D, eadem prorsus ratione invenitur, fore virium repellentium summam, sive vim comprimentem $V = \frac{1}{D^2} \times \frac{1}{D^m} = \frac{1}{D^{m+2}}$: hinc $D = V^{\frac{-1}{m+2}}$. Est autem $C = \frac{1}{D^3}$, adeoque $D = C^{\frac{-1}{3}}$. Igitur $V^{\frac{-1}{m+2}} = C^{\frac{-1}{3}}$, & ideo

$C =$

$C = V^{\frac{3}{m+2}}$. Compressio ut dignitas $\frac{3}{m+2}$ vis comprimentis. In ratione vis repulsivæ reciproca simplici distantiæ est $m = 1$, & $\frac{3}{m+2} = \frac{3}{3} = 1$, compressio ut vis comprimens. Pro quavis alia ratione reciproca vel directa satis est ponere pro m suum valorem, & obtinetur ex ea formula valor dignitatis, qui tamen evadit infinitus, si vis repulsiva sit in ratione directa duplicata distantiæ, facto $m = -2$. Sed hæc innuisse sit satis.

415 Verum in Natura ea lex virium non poterit extendi ad omnes distantias. Nam in recessu deveniri debet ad vim attractivam gravitatis, quæ agit in magnis distantiis, & in accessu, saltem in aere, devenietur itidem ad vires etiam attractivas, & alternatas; nam constat ex pluribus observationibus in primis Halesii in Statica vegetabilium, posse aerem reduci ad fixitatem, quod indicat, licet non necessario evincat, amitti ibi elasticitatem, vi repulsiva versa in attractivam; & omnino non est verosimile puncta aeris esse in mea theoria in ultimo arcu repulsivo asymptotico, nec vero is ultimus arcus in mea curva exhibet accuratè rationem reciprocam distantiarum. Sed ea patebunt magis post meam theoriam explicatam tomo 4.

416 Adhuc tamen possunt puncta aeris esse sub arcu repulsivo servante illam rationem reciprocam distantiarum quam libuerit proximè, cujus arcus amplitudo ad reliquum intervallum usque ad distantiam zero sit major in quacumque ratione utcumque magna, & eo casu dilatatio, & contractio sequerentur legem compressionis reciprocæ vi comprimenti per intervalla utcunque magna, & utcunque parva in quacunque ratione. Halleyus censuerat aerem comprimi non posse ultra rationem 800 ad 1; sed Halesius ipsum compressit in ratione 1838 ad 1, & juxta expositam theoriam nulla est ratio, ad quam in compressione deveniri non possit; verum ubi ad ingentem rationem deventum fuerit, molis ita imminutæ mensura iniri non poterit, ut eum vi comprimente comparetur. Dilatationem aeris immanem sanè ipsa etiam experimenta docent, & Meuschenbroekius censuit, aerem in quibusdam crassioribus experimentis dilatatum fuisse in ratione 4000 ad 1, Boyleus autem sola sua expensiva vi dilatatum in ratione 13679 ad 1, quem tamen censuit esse ultimum terminum dilatationis ita, ut ad eum statum redigi debeat in vacuo nulla vi compressum. At id quidem nullis experimentis constare potest; nam aer ad ingentem raritatem redactus sensum effugit. Newtonus sane loco citato num. 407 censuit in immensum rarefieri, & quidem servata eadem lege, ae unum nostri aeris digitum delatum ad distantiam semidiametri terrestris debere ita rarescere, ut sit par implendo toti circumquaque spatio a Sole ultra Saturnum, & censet ultra eam altitudinem unius semidiametri terrestris aerem adhuc rarescere in immensum magis, qua de re hic aliquid inferius.

417 Pendet autem Newtoni calculus a theorematis propositis in adn. ad vers. 1097, pertinentibus ad progressionem, qua aer attenuari debet ascendendo a superficie Terræ. Eas progressiones Newtonus definivit in propositionibus 21, & 22 lib. 2, ac earum scholio. Rem aliquanto generalius hic evolvemus analysi, & constructione geometrica.

418 Sit CA in fig. 46 semidiameter Terræ producta indefinitè in G. Ordinatæ DH ad curvam FHM exprimant vim gravitatis debitam cuivis distan- F. 46

tiæ

tiæ CD a centro, & ordinatæ DE ad curvam BEK pariter indefinitam exprimant densitates atmosphæræ pro altitudinibus AD, quarum curvarum sint ordinatæ etiam AF, AB; & si sint aliæ ordinatæ edh infinitè proximæ prioribus EDH, ac eI parallela Dd abscindat EI differentiam ordinatarum DE, de; pondera atmosphæræ DG, dG poterunt exprimi per densitates DE, de ipsis proportionales; adeoque & differentia ponderum per EI. Erit autem ea differentia æqualis ponderi altitudinis Dd, ubi massam exprimet spatium ductum in densitatem, sive $Dd \times DE$; cumque vim singulorum punctorum exprimat DH, erit pondus, ut $DH \times Dd \times DE$, adeoque erit EI, ut $DH \times Dd \times DE$, & $\frac{EI}{DE}$, ut $DH \times Dd$, sive ut areola $HDdh$.

419 Sit jam quævis logistica PpR accedens ad axem CT perpendicularem AC, & ad eandem plagam curva ALN quadratrix areæ $DAFH$ ita, ut ejus ordinata DL æquetur ei areæ applicatæ ad rectam datam quamcumque Ct; ducanturque LQ, lq parallelæ DC, quæ occurrant axi CT in Q, q, logisticæ in P, p, ac earum posterior rectæ EL in O, & sit pV parallela, & æqualis qQ, ac chordula Pp occurrat axi in S, ubi QS haberi poterit pro constanti subtangente logisticæ.

420 Ob triangula PVp, PQS similia erit $\frac{pV}{PQ}$, ut $\frac{Vp}{QS}$, nimirum ob QS constantem, ut Vp, sive ut LO, quæ cum æquetur areolæ $DHhd$ ductæ in Ct, erit ut ipsa, sive ut $\frac{EI}{ED}$, ut oportebat, & decrescente DE cum pondere, decrescet simul QP. Si igitur logistica fuerit ejusmodi, ut assumpta alicubi differentia altitudinum Dd, & definitis per ipsam, & per quadratricem curvæ gravitatis binis QP, qp exprimentibus rationem densitatum DE, de, sit ibi DE æqualis QP; erit ea ubique deinceps ipsi æqualis; & quævis aliæ binæ ordinatæ ad eam logisticam ita determinatæ exprimens deinde binas densitates debitas iis binis altitudinibus. Hinc facilius logistica determinabitur, & solvetur problema sequenti pacto.

421 Descripta quadratrice ALN, & observatis binis densitatibus in binis altitudinibus AD, Ad quibusvis utcunque a se invicem differentibus, ductis DL, dl parallelis CT; axe ipso CT construatur logistica PR per punctum quodvis a ad arbitrium assumptum, ad cujus subtangentem sit LO differentia ordinatarum DL, dl, ut est logarithmus rationis inventæ densitatum assumptus in quavis logistica ad arbitrium ubivis descripta ad subtangentem ejusdem logisticæ; & mutato utcunque puncto D fiat semper DE æqualis QP, ac habebitur curva BEK densitatum quæsita.

422 Inde autem patet illud *si assumantur differentiæ arearum* ADHF, *sive ordinatarum* DL, *debere haberi seriem densitatum constituentem progressionem geometricam*. Sumptis enim continuo æqualibus segmentis Qq magnitudinis cujuscunque in axe logisticæ habetur series ordinatarum in progressione geometrica ex ipsa logisticæ notione; *& si sumantur bina altitudinum differentiæ, quibus respondeant segmenta ejus areæ æqualia, vel æquales differentiæ ejus ordinatæ; utcunque eæ differentiæ altitudinum inter se distent, habebuntur quatuor densitates geometricè proportionales*, quod constat ex eadem logisticæ natura.

423 Sit

423 Sit jam vis gravitatis constans, & curva *FHM* fig.46 abibit in fig.47 F.47 in rectam parallelam *CIG*, facta *DH* constanter æquali *AF*. Hinc *DL*, quæ est, ut area *AFHD*, erit, ut *AD*, adeoque differentiis æqualibus rectæ *AD* respondebunt differentiæ æquales rectæ *DL*; & idcirco per num. 422 iisdem æqualibus differentiis rectæ *AD* respondebunt ordinatæ *PQ*, sive *DE* in progressione geometrica. Inde autem patet ipsam quoque *BEK* in eo casu fore logisticam, quæ idcirco sine quadratrice, & logistica *PR* immediate describi poterit. Habebitur autem hujusmodi theorema: *densitates atmosphæræ decrescunt in progressione geometrica distantiis a centro, vel superficie Terræ crescentibus in progressione arithmetica*, quod est primum theorema propositum in adn. ad vers. 1097: erunt autem præterea ex eodem numero geometrice proportionales densitates respondentes binis æqualibus altitudinum differentiis quibuscumque.

424 Hæc quidem theoremata expeditius sic demonstrantur. Exprimant in fig.46 ordinatæ *DE* ad curvam *BEK* densitates, & concipiatur series conti- F.46 nua earum ordinatarum, quæ a se invicem distent per differentias æquales *Dd* infinitesimas altitudinum: erunt densitatum differentiæ *EI*, ut *EDde* differentiæ arearum, quæ in ea hypothesi exprimunt pondera pendentia a solis massis. Quare erunt *EI*, ut $ED \times Dd$, sive ob *Dd* constantes, ut *DE*. Nimirum differentiæ densitatum, ut densitates totæ, quæ est elementaris proprietas progressionis geometricæ. Quamobrem erunt illæ densitates in continua progressione geometrica, in qua si sumantur termini utcumque a se invicem remoti, sed æquidistantes, in eadem erunt geometrica ratione. Sed hic libuit generalem constructionem exhibere, & ex ea hunc etiam casum derivare.

425 Quod si fuerit gravitas in aliqua ratione reciproca distantiarum, nempe *DH*, ut CD^{-m}, erit *FHM* ex genere hyperbolarum; & quotiescumque fuerit *m* plusquam 1, erit ex harum hyperbolarum natura area *GDHM* ad rectangulum $CD \times DH$, ut est 1 ad $m - 1$. Capiatur in ea ratione illa arbitraria *Ct* ad *AC*, & erit $Ct \times AF$ ad $CA \times AF$, ut 1 ad $m - 1$, ut area *GAFM* ad idem rectangulum $CA \times AF$; adeoque $Ct \times AF$ erit æquale toti areæ *GAFM*. Per punctum *F* ducatur *ZFY* parallela *CAG*, & occurrens *CT* in *Z*, *EH* in *X*; & cum sit etiam $Ct \times DL = ADHF$, erit $Ct \times LX = GDHM$, quæ area cum sit, ut $CD \times DH$, & *Ct* sit constans, erit & *XL*, ut $CD \times CH$, sive ut $CD \times CD^{-m}$, vel ut CD^{-m+1}, nimirum ut abscissa ZX^{-m+1}. Est igitur etiam *ALN* ex natura hyperbolarum uno gradu inferior habens centrum in *Z*, & res inde generaliter traduci potest ad valores *m* quoscunque.

426 Sed si gravitas sit in ratione reciproca simplici distantiarum, evadit $m = 1$, ac eo unico casu formula fallit, evadente $-m + 1 = 0$; sed determinatio evadit facilior, & elegans. Tum enim *FHM* evadit hyperbola conica, & ejus quadratrix *ALN* logistica etiam ipsa. Hinc æqualibus partibus axis *CT* respondet progressio geometrica tam ordinatarum *QL*, quam *QP*, sive tam distantiarum *CD* a centro, quam densitatum *DE*. Hinc habetur hujusmodi theorema: *Si gravitas decrescat in ratione reciproca distantiarum simplici, acceptis distantiis a centro in progressione geometrica, erunt & densi-*

densitates itidem in geometrica progressione. Hoc est theorema Newtoni prop. 25.

427 Si gravitas decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum, evadit $m = 2$, & proinde XL, ut ZX^{-1}: nimirum evadit ALN hyperbola conica. Sit in fig. 48 ALN eadem hyperbola, cujus tres ordinatæ XL, BF, HI habeant æquales differentias LP, FM ordinatarum: & cum sit $LX . FB :: ZB . ZX$, erit dividendo $LP . FB :: BX . ZX$; eodem pacto erit & $FM . FB :: BH . ZH$. Igitur ob $LN = FM$ erit $BX . ZX :: BH . ZH$, & alternando $BX . BH :: ZX . ZH$, nimirum rectæ ZX, ZB, ZH, sive AD, AE, AG, harmonicè proportionales. Quoniam autem LP, FM, sunt differentiæ ordinatarum etiam DL, EF, GI quadratricis ejus curvæ, quæ exprimit legem gravitatis, ac sunt inter se æquales, respondebunt (n. 422) distantiis CD, CE, CG densitates in continua proportione geometrica. Habetur igitur hujusmodi theorema: *Densitates atmosphæra decrescunt in progressione geometrica, distantiis a centro crescentibus in progressione harmonica*, quod est secundum theorema expressum in adn. ad vers. 1097.

428 Notandum autem illud, in casu gravitatis constantis densitatem decrescere in infinitum auctis in infinitum distantiis, cum ipsa BEK sit logistica in infinitum accedens ad axem CG, & in fig. 47 aucta AD in infinitum augeatur DL, adeoque CQ, & decrescat QP pariter in infinitum. Idem demonstratur facile etiam de casu num. 426. At in casu gravitatis decrescentis in quavis ratione reciproca distantiarum majore, quam simplici accedit in infinitum densitas ad certam quandam densitatem, quam nunquam transgreditur. Eam determinat FZ, ubi occurrit logisticæ in f, exprimitur enim a Zf. Quare tenuitas non augetur in infinitum in theoria gravitatis Newtonianæ. In omnibus autem hypothesibus gravitatis theoria locum habere porest, licet atmosphæra in infinitum non assurgat, si nimirum ubi desinit, comprimatur vi extranea, quæ respondeat illi altitudini, expressa per ordinatam ei debitam in curva BEK.

429 Hæc pertinent ad compressionem proportionalem ponderi comprimenti in ratione simplici directa; quod si pondus sit, ut aliqua dignitas compressionis, erit in fig. 46 pondus ut DE^n; differentia ponderis, ut $DE^{n-1} \times EI$, neglectis minoribus infinitesimis, quæ cum sit, ut $DE \times Dd \times DH$, erit $DE^{n-2} \times EI$, ut $Dd \times DH$, quarum summæ cum sint, ut DE^{n-1}, & area $ADHF$, sive & ordinata DL, abeunte autem D in A, area quidem evanescat cum ordinata DL, & DE^{n-1} abeat in AB^{n-1}, tum illa crescat, hæc decrescat, erit $AB^{n-1} - DE^{n-1}$, ut ordinata DL; unde facilis eruitur ratio rem expediendi etiam in eo casu.

430 Sed eo omisso sistendum est in hypothesi compressionis priore, & in binis hypothesibus gravitatis constantis, ac decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, de quibus solis agit Noster, & primo loco demonstrandum illud, quod diximus in adn. ad versum 1097, initio exiguum esse earum discrimen, quod deinde fit ingens. Patet utrumque; quia donec in fig. 48 AK est exigua, ratio CK ad CD est proxime ratio æqualitatis, adeoque & KE, ED sunt proximè æquales; adeoque densitates geometricè propor-

portionales respondent intervallis fere æqualibus. Secus ubi *AK* sit ingens, *AD* exigua. Potest intervallum *EK* habere ad *ED* quancunque rationem, utcunque magnam. Et quidem vidimus earum hypothesium determinationes a se invicem discrepare in immensum, cum in altera in immensum attenuari debeat atmosphæra, in altera habeatur attenuationis ultimus limes. Is limes admodum facile, & eleganter in ea hypothesi definitur: est nimirum densitas tertia continue proportionalis post eam, quæ habetur in superficie Terræ, & eam, quæ habetur in distantia unius semidiametri terrestris. Cum enim sit alternando *CD*. *DE* :: *CK*. *KE*; ubi *DE* fiat æqualis *DC*, ea ratio fit ratio æqualitatis, & punctum *K* abit in infinitum.

431 Hinc illud quod Newtonus affirmavit, juxta num. 416, ultra distantiam semidiametri terrestris a superficie augeri tenuitatem in immensum, non habet locum in hac hypothesi, si nomine in immensum intelligi debeat absolute in infinitum, vel in quavis ratione, atque id, tum quia nostra atmosphæra demum debet confundi cum solari, desinentibus ibi hisce progressionibus juxta adnot. ad versum 1197; tum etiam ex eo, quod gravitas non sit constans, & in hypothesi gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum habetur ille limes tertius proportionalis hic definitus: in majoribus distantiis turbatur lex etiam a gravitate in Solem. Hujus autem atmosphæra aliam fortasse compressionis legem sequitur non proportionalem ponderi comprimenti; ut idcirco fortasse multo minus in ipsa propositæ progressiones locum habere possint.

432 Jam vero attenuatio debita cuivis altitudini, & altitudo debita cuivis attenuationi facile invenitur in utravis hypothesi ex iis, quæ posuimus n. 408. Cum enim logarithmi rationum earundem in diversis logisticis sint iidem, possumus adhibere tabulas logarithmorum jam computatas, & pro hypothesi gravitatis constantis, in qua ipsæ altitudinum differentiæ sunt differentiæ logarithmorum respondentes rationibus densitatum, habebitur hujusmodi theorema. *Ut differentia altitudinum locorum debitarum binis observationibus densitatum, ad altitudinem quamvis a superficie Terræ, ita logarithmus rationis densitatum observatæ, ad logarithmum quæsitæ pro illa alia altitudine*; ex quo theoremate, & directum, & inversum problema facile solvitur.

433 Ponam exemplum in inverso, ad illustrandum illud, quod occurrit in adn. ad vers. 1139 altitudini milliariorum 7 respondere densitatem quadruplo minorem. Quæratur nimirum altitudo, in qua densitas sit duplo minor. Ex observatione Cassini (num. 408) uni lineæ respondent pedes 60 in superficie Terræ, est autem media altitudo mercurii pollicum 28, sive lin. $28 \times 12 = 336$. Quare ratio densitatum est $\frac{336}{335}$, cujus logarithmus æqualis differentiæ logarithmorum eorum numerorum est 12945 in canone decimalium septem notarum; logar. rationis $\frac{2}{1} = 3010300$. Factis 12945. 3010300 :: 60. 13953, hæc erit in pedibus altitudo debita illi rationi duplæ, quæ altitudo est passuum 2771, & ejus duplum 5542 minus adhuc 6 milliariis exhibet rationem quadruplam. Ex determinatione Derhami tribuentis pedes Londinenses 96 uni decimæ unciæ eruitur altitudo pro ratione dupla pedum Paris. 18697, sive passuum 3739; nam altitudo media barometri est unciarum Londinen-

sium 30, adeoque ratio est $\frac{300}{299}$ pro una decima unciæ, & 96 pedes Londinenses sunt proxime 90 Parisienses, ex quibus datis Instituitur calculus eodem prorsus pacto. Quare pro quadrupla passus 7478. Demum ex Halleyana observatione, cum unciæ $3\frac{8}{10}$ fini $\frac{28}{10}$, ratio erit $\frac{300}{261}$ pro pedibus Parisiensibus 3483; unde pro ratione dupla prodeunt pedes 17824, sive passus 3765, ac pro ratione quadrupla passus 7530. Prima ex hisce tribus determinationibus exhibet multo minus quam 7 milliaria, reliquæ duæ paullo plus, & determinatio media inter ipsas exhibet passus 6850, sive milliaria fere 7, quod ostendit jure a Nostro assumptam esse rationem quadruplam pro 7 milliariis, ut in adn. ad vers. 1139: in altitudine vero ita exigua respectu semidiametri terrestris ea ratio potest assumi etiam pro gravitate decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum.

434 Ex ratione densitatis aeris ad densitatem aquæ potest itidem facilis erui generalis formula ad idem inveniendum. Sit 1 ad r ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ, & erit ad densitatem mercurii 1 ad $14r$. Igitur pro altitudine pedum 100, deprimetur mercurius per digitos $\frac{1200}{14r} = \frac{600}{7r}$. Ratio igitur densitatum erit 28 ad $28 - \frac{600}{7r} = \frac{196r}{196r - 600}$. Sit quævis ratio densitatum p ad 1, & altitudo, cui ea convenit, dicatur $100x$: erit log. 196 + log. r — log. $(196r - 600)$: log. p :: 100 : $100x$ :: 1 : x. Quare habebitur $x = \frac{\log. p}{\log. 196 + \log. r - \log. (196r - 600)}$. Hinc pro quavis ratione r dato p datur x, & viceversa. Assumpta est altitudo $= 100x$, non $= x$ ad commodiorem calculum numericum, ne nimirum nimis exiguæ fiant differentiæ logarithmorum adhibendæ. Si assumatur ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ 1 ad 800 illa media Muschembroekiana, & quæratur altitudo $100x$ pro ratione quadrupla, erit $r = 800$, $p = 4$, & facta substitutione evadit $x = 361.57$, adeoque altitudo $100x$ pedum 36157, sive passuum 7231; nimirum milliariorum proxime 7, quæ accurate exhiberentur a ratione densitatis aeris paullo majore illa media 1 ad 800.

435 In adnotatione ad vers. 1147 duo occurrunt illustranda; primo quidem duplicatio granuli per vices 64, quæ summam efficit, cui avehendæ pares naves nusquam habeantur: tum in hypothesi gravitatis constantis post 210 milliaria deveniri ad numerum constantem 19 notis. Hoc secundum Ibidem satis evincitur; sed facile ope logarithmorum sic demonstratur sine actuali calculo ingenti numerico. Est $\frac{210}{7} = 30$. Igitur deveniri debet ad numerum trigesimum post primum progressionis 1, 4, 16, 64 &c. Patet eum fore potestatem trigesimam num. 4, & proinde ejus logarithmum $= 30 \log. 4 = 30 \times 0.6020600 = 18.0618000$. Cum ejus logarithmi caratteristica sit 18, oportet ipsum constare notis 19.

436 Ad illud primum ostendendum in progressione 1, 2, 4 &c. habebitur sexagesimo quarto loco 2 elevatum ad potentiam 63. Summa autem in hujusmodi progressione terminorum omnium, addita unitate, æquatur duplo postremo; ut facile perspicitur, & admodum facile ex ipsa progressionum natura

cara demonstratur. Quare tota series addita unica unitate est $(2)^{64}$, & ejus log. est 64 log. 2 $= 64 \times 0.3010300 = 19.2659200$, qui numerus constabit notis 20, ac ex ipsis tabulis per numeros post carateristicam statim primæ notæ innotescunt. Est nimirum numerus major quam 1844 cum 16 cyphris zero, adeoque multo major 18 trilionibus.

437 Jam vero navis oneraria ingens sit, oportet, ut possit deferre 3000 illarum mensurarum tritici, quas dicimus *rubbia*, & singulæ continent 600 libras. Quare ingens est oneraria, quæ ferat tritici libras 2000000. Una uncia continet grana 480, quæ ab ipsis frumenti granis nomen acceperunt; sed plerumque continet plurium granorum frumenti pondus, & grana ipsa non omnia sunt ejusdem aut molis aut ponderis. Ego in una uncia, parte duodecima ejusdem illius libræ, inveni grana mediocris speciei frumenti plurium generum 568, 608, 600, 568; quod a pluribus aliorum determinationibus non multum abludit. Medium est 586, sed ponamus adhuc plus, nimirum 600. Continebit una libra 7200, adeoque satis ingens oneraria deferet ægre 14400000000 grana. Si per hunc numerum dividatur ille 1844 cum 16 cyphris, obveniet plus quam 1 cum 9 cyphris, sive plus quam mille millones earum navium requirentur. Nimirum requirerentur plusquam mille nationes, quarum singulæ haberent plusquam mille urbes maritimas ejus commercii, ut singulæ haberent mille naves ejus magnitudinis, ad superandam unitatem cum 9 cyphris. Is numerus nusquam est sane in Orbe universo.

438 In adnot. ad vers. 1188 comparantur inter se binæ gravitatum theoriæ, & affirmatur gravitate constanti post milliaria 840 haberi numerum majorem, quam 7 cum 72 cyphris; gravitate autem decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum superari notas 60. Primum patet ex eo, quod cum sit $840 = 4 \times 210$, oportebit adhuc multiplicare per 4 logarithmum 18.0618000 inventum pro 210, & habebitur 72.2472000, cujus numerus continet notas 73, & est major quam 1 cum cyphris 72.

439 Secundum pendet a solutione hujus problematis. *Datis binis terminis progressionis harmonicæ invenire, quot ejus termini haberi debeant post primum usque ad datam quandam quantitatem.* Id facile solvitur ope theorematis prorsus elementaris, quod occurrit etiam in meis elementis tomo 1, ubi de progressionibus sub finem: nimirum si per terminos progressionis harmonicæ dividatur quantitas eadem quæcunque, obveniunt termini progressionis arithmeticæ. Sint igitur bini termini a, b, & illa magnitudo, ad quam deveniri debet, c: dividatur $\frac{1}{c} - \frac{1}{a}$ per $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, & habebitur numerus quæsitus $= \frac{(c-a) \times ab}{(b-a) \times ac} = \frac{b}{c} \times \frac{c-a}{b-a}$. Nam is numerus exhibet, quoties in progressione arithmetica distantia terminorum replicanda sit, ut deveniatur ad terminum $\frac{1}{c}$.

440 In casu nostro a est semidiameter Terræ milliariorum quamproxime 4000, igitur $b = 4007$, $c = 4840$. Iis valoribus substitutis habetur $\frac{4007 \times 840}{4840 \times 7} = 100$ quamproximè, & totidem erunt termini post primum

progressionis harmonicæ distantiarum a centro, totidem progressionis geometricæ 1, 4, 16 &c. attenuationum. Ii in hypothesi gravitatis constantia erant 120; unde statim patet discrimen ingens. Ad habendam rationem densitatis pro ea distantia oportebit logarithmum 4 = 0. 6020600 ducere in 100, & habebitur 60. 2060000, cui respondent notæ 61.

441 Quod si quæratur, quot termini futuri sint usque ad altitudinem semidiametri terrestris, erit $a = 400$, $b = 4007$, $c = 8000$, adeoque $\frac{4007 \times 4000}{8000 \times 7} = \frac{4007}{14} = 286$, dum in gravitate constanti habetur $\frac{8000}{7} = 1143$ discrimine sane enormi, cum hic sit triplus illius, adeoque numerum notarum post primam triplicet, quod in numeris adeo ingentibus, quo evadat, vix imaginando utcunque concipiamus, & fere ne vix quidem. Ducendo 0. 6020600 in 286 habetur 172. 1891600. Quare ratio densitatum exprimitur per n. 173 notarum, sane enormem: numerus autem qui ultimum in hac hypothesi rarefactionis terminum exprimeret, haberet (n. 430) duplum logarithmum, adeoque contineret notas 345: esset quidem immanis, sed longissimè distaret ab infinito, respectu cujus esset merum nihil.

442 Numerus illam rarefactionem exprimens adhuc est ita immanis, ut comparatio a Newtono instituta sit, fere dixerim, in immensum debilior justo. Semidiameter Terræ continet pedes minus, quam 20000000 (numer. 404), adeoque minus, quam pollices $24 \times (10)^7$. Distantia Terræ a Sole est proxime 20000 semidiametrorum terrestrium, & Saturni distantia media minus, quam decupla. Hinc ea continet semidiametros terrestres minus, quam $2 \times (10)^5$, & proinde digitos minus, quam $48 \times (10)^{14}$, sive minus, quam $5 \times (10)^{15}$. Quare cubus ejus lateris continet pollices cubicos minus quam $125\ (10)^{45}$, & cum sphæra sit proxime quadrupla cubi radii, totum spatium circumquaque usque ad Saturnum continet pollices cubicos minus, quam $5 \times (10)^{47}$; adeoque per eam imaginem non devenimus nisi ad 5 cum cyphris 47. Digitus igitur aeris nostri ad eam raritatem redactus impleret non unicum id spatium, sed tot ejusmodi globos, quot exprimit numerus major, quam 2 cum cyphris 172 — 47 = 125. Is ipse ita adhuc immanis est, ut cubus lateris, quod ad pollicem habeat rationem, quam is pollex habet ad totam Saturni distantiam, debeat sufficere ad impiendum adhuc immensum numerum globorum, quorum singuli spatium usque ad Saturnum tantundem contineant, quia assumpta illa minima molecula aeris, & hoc immani globo non devenimus, nisi ad cyphras 142, remanentibus pro horum globorum numero cyphris 30.

443 Patet inde, quam imparem Newtonus imaginem ibi elegerit ad illam suam tenuitatem exprimendam, cum assumpsit spatium usque ad Saturnum, quod præteriri debeat a pollice redacto ad eam tenuitatem, quam ejus progressiones requirunt in distantia unius semidiametri Terræ a superficie; etiam assumpta secunda progressione, quanquam, ut facile colligitur ex loco Opticæ analogo huic, ipse primam respexerit, quæ adhuc fere in immensum rem auget. Cum 800 milliaria notas 60 exhibuerint, satis erat 600 circiter milliariorum altitudo, quæ per adeo humilem imaginem exprimeretur.

444 Verum tam immanem attenuationem debere haberi est omnino inverosimile; nam ad id requiritur, ut compressio sit semper proportionalis vi

com-

comprimenti, nimirum ut vis repulsiva pergat perpetuo esse aliqua in ea ratione distantiarum reciproca, & fluidum nulla alia vi urgeatur, quam gravitate in illud centrum, quæ conditiones non habentur in Natura; & cum nobis nec innotescat, nec possit, ut arbitror, innotescere, quorsum vis repulsiva extendatur, & in qua ratione agat, ubi distantiæ punctorum paullo majores evaserint; quid post satis ingentem dilatationem accidat, ignoramus.

445 Compressionem in dilatationibus multo majoribus, quam quæ in montium summorum altitudinibus possit occurrere, esse satis accurate proportionalem vi comprimenti deprehensum est plurimis, & accuratissimis experimentis institutis jussu Academiæ Parisiensis potissimum, ubi innotuit depressionem mercurii in ascensu in montes non procedere juxta hujusmodi progressiones; invenerat enim Cassinus illam, quam exposuimus in adnot. in vers. 1197. Ea progressio plurimum discedit ab utraque proposita. Ejus lex sic ad formulam facile reducitur. Sit depressio mercurii infra altitudinem debitam superficiei maris linearum n, habebuntur pedes $60n$, & præterea n termini progressionis numerorum naturalium incipiendo a zero; nimirum $60n + \frac{n \times n-1}{2} = \frac{nn + 119n}{2}$. Formula pro gravitate constanti habetur num. 434, in qua cum p sit ratio densitatis in superficie Terræ ad densitatem propositam, erit $p \frac{28 \times 12}{28 \times 12 - n} = \frac{336}{336 - n}$, & altitudo est $100x$. Quare formula pro altitudine evadit $\frac{100 \log. 336 - 100 \log. (336 - n)}{\log. 196 + \log. r - \log. (196r - 600)}$, ubi ex prima Cassiniana linea est (num. 408) $r = 617$, & formula est generalis pro quavis supposita aeris tenuitate r in superficie terrestri. Simplicior pro data altitudine depressionis primæ lineæ invenitur formula, si illa altitudo dicatur b, & fiat $\log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336 - n} :: b . b \times \frac{\log. 336 - \log. (336 - n)}{\log. 336 - \log. 335}$.

446 Hæ posteriores formulæ locum habent in theoria gravitatis constantis, quæ in exiguis montium altitudinibus assumi potest pro theoria gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; pro qua tamen facile admodum erueretur sua formula ex hujusmodi positione: dicatur semidiameter Terræ a, una linea b, altitudo quæsita x, & erunt tres termini harmonici a, $a + b$, $a + x$, adeoque arithmetici $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a + b}$, $\frac{1}{a + x}$. Quare erit $\log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336 - n} :: \frac{1}{a} - \frac{1}{a + b} . \frac{1}{a} - \frac{1}{a + x} :: \frac{b}{a + b} . \frac{x}{a + x}$; ubi donec $a + b$ haberi potest pro æquali $a + x$, redit formula superior; pro quavis autem altitudine obtinetur formula ex valore x, quem statim exhibet æquatio eruta ex ea proportione.

447 Si ponatur $n = 60$, nimirum depressio pollicum quinque, & fiat $b = 60$ juxta Cassini determinationem; habebitur $\frac{nn + 119n}{2} = 5370$, & $b \times \frac{\log. 336 - \log. (336 - n)}{\log. 336 - \log. 335} = 60 \times \frac{854302}{12945} = 3960$, quæ secunda alti-

altitudo est tanto minor, quam illa Cassiniana; ut idcirco in serie a Cassinî observata serius habeantur eædem attenuationes, quam postulet theoria. Dissensum ejusmodi observationum a theoria tribuebant multi initio compressioni non proportionali viribus comprimentibus; sed posteaquam inventum est plurimis, uti diximus, experimentis, extra limites ingentis compressionis eam legem satis accurate servari, ad alia impedimenta est itum. In adn. ad vers. 1197 propositæ sunt plures causæ, sed potissima est sane illa diversi caloris. Nimirum experimenta, quæ exhibent compressionem aeris proportionalem ponderi comprimenti, fiunt circa massam aeris eodem gradu caloris dilatatam; si mutetur is calor, mutatur etiam pondus ad eandem compressionem necessarium. Porro aer propior Terræ non habet eundem gradum caloris, quem editus aer in montibus. Igitur illius, & hujus densitates non debent esse proportionales ponderibus comprimentibus. Si innotesceret ratio caloris, posset reformari formula, ubi satis exploratum esset, in qua ratione diversus calor intendat elasticitatem aeris. At ea & incerta sunt, & pro varia constitutione locorum, ac atmosphæræ diversa.

448 Hinc irritos ego quidem arbitror Recentiorum conatus, qui extiterunt plurimi ad hanc rem accuratius determinandam, cum qua connectitur, & refractionum ratio; & methodus determinandi altitudines montium ope barometri; nec enim satis est notare gradum caloris in superficie Terræ, sed oporteret nosse totam seriem caloris per totam altitudinem verticalem, de qua agitur, & prope ipsam. Hinc refractiones multo melius determinantur per observationes astronomicas, quam ex theoria addensationis atmosphæræ, & ratio determinandi altitudines montium per barometrum est merito suspecta. Cassiniana illa series pluribus posterioribus observationibus inventa est contraria, ut in eadem adnot. diximus. Idem accidit aliis methodis, quæ si alicubi aliquando utcunque consenserunt, sæpe alibi dissentient.

449 Prolata est nuper in Actis Berolinensibus ad an. 1753 formula eo pertinens eruta ex hypothesi, quod aeris compressio non sit accurate proportionalis ponderi comprimenti, sed cuidam ejus potentiæ, cujus exponens e quibusdam observationibus determinatus est, & inventus unitati satis proximus. Etiam si eam legem sequatur compressio, quod recedit nonnihil ab aliis determinationibus plurium Observatorum; adhuc tamen ob expositas difficultates etiam ista formula ab observationibus omnino dissentiet. Sed relicta jam terrestri atmosphæra, assurgendum est ad solarem.

§. 7. Ad not. in vers. 1250 &c.

DE SOLIS ATMOSPHÆRA, ET AURORA BOREALI.

450 Quoniam nimis arcti limites nobis constituti pro hisce supplementis cogunt omnia jam contrahere, conjungemus hæc duo argumenta, & illa tantummodo exponemus, quæ ad intelligendum, vel comprobandum id, quod Noster proponit, necessaria sunt, quæ quidem Noster etiam conjunxit a versu 1250 ad 1614.

451 Primo loco in adn. ad verf. 1250. probatur, armofphæram folarem exiftere tribus rationibus. Prima petitur a maculis folaribus, quas effe quafdam veluti nubes armofphæræ folaris, jam eft fere communis opinio. Neque enim Sectatores habuit hypothefis Philippi De la Hire concipientis maffam informem, folidam, nigram, demerfam intra fluidum lucidum folaris fubftantiæ, qua identidem emergat exigua fui parte; quæ quidem hypothefis & arbitraria eft prorfus, & nulli analogiæ innixa, & contraria etiam phœnomeno frequenti macularum fibi e diametro oppofitarum, cujus phœnomeni oppofitum ipfe affumpferat pro fundamento quodam fuæ hypothefeos: phœnomena vero macularum, quæ augentur, decrefcunt, fcinduntur in plures, e pluribus conjunctis coalefcunt, evertunt funditus fententiam eorum, qui hafce etiam maculas, ut rariffimas illas Mercurii, & Veneris fub Sole, cenfuerunt oriri ex interpofitione Planetarum inconfpicuorum extra difcum Solis, ob nimiam viciniam: analogia autem petita a nubibus, ipfa illa fciffio, & coalefcentia, at exigua craffitudo, qua fit, ut ubi in limbo obliquè fpectantur, tenuiffimæ appareant, fententiam hic propofitam confirmant.

452 Secunda ratio petitur a lumine circa Solem in Eclipfibus. Obfervatur quidem in iis, ubi etiam totales funt, anulus quidam arctiffimus lucidior, qui unde proveniat, dicemus fortaffe, ubi de Lunari atmofphæra: at fpectatur & amplius aliud fpatium lucidum, quod Lunari atmofphæræ non poffe tribui, patebit, ubi Lunam carere atmofphæra ad id apta oftenderimus, uti oftendimus in differtatione de atmofphæra Lunari. Pronum eft autem id tribuere atmofphæræ Solari, cui & Keplerus, qui id lumen obfervaverat in totali eclipfi, tribuendum jam olim cenfuit. Is in Epit. Aftron. Cop. lib. 6 fic habet: *fubftantia craffa circa Solem non hic in noftro aere, fed in ipfa fede Solis interdum circumfufa, quæ refplendet radiis Solis, apparetque etiam tecto Sole, ut flamma circulariter emicans, tantumque luminis proferens, ut mera nox effe nequeat*, quam fententiam confirmant mirum in modum plures obfervationes eclipfium, in quibus id lumen apparuit oblongum ab Oriente in Occidentem, quas obfervationes Mairanius congerit in fuis *Eclairciffemens fur l' Aurore Boreale* §. 4. Nam ea ipfa eft directio æquatoris Solaris, fecundum quam ipfa atmofphæra Solaris debet nonnihil produci, ut producitur & lumen zodiacale, a quo tertium argumentum Nofter defumit.

453 Hoc lumen vifum etiam ab antiquioribus, & cujus veftigia inveniuntur etiam apud Veteres, diligentius obfervari cœpit a Caffino jam ab anno 1683, qui plurimas circa ipfum obfervationes iniit, ut & Mairanius deinde plurimas, & ex omnibus fatis conftat, id ipfum debere repeti ab atmofpæra Solari. Ejus forma diftenditur hinc & inde a Sole fub zodiaco in formam cujufdam ingentis veluti rhombi, nec ob luminis tenuitatem fub oculos cadit, nifi ante matutinum, vel poft vefpertinum crepufculum aliqua non exigua fui parte fatis extet fupra horizontem. De ea videnda, quæ fufe Mairanius operis fui de Aurora Boreali fectione 1.

454 Ut ea poffit fatis extare fupra horizontem, requiruntur duo, ut reipfa protendatur multum a Sole, & ut pars illa zodiaci, per quam protenditur, emergat ab horizonte in angulo fatis magno; fecus enim confunditur cum horizontis vaporibus. Porro hæc fecunda conditio pendet a pofitione fphæ-

ræ, & si sphæra armillaris colloeetur ad altitudinem poli debitam, statim apparebit pro zona temperata boreali circa æquinoctium vernum elevari zodiacum Soli proximum vespere supra horizontem in magno angulo, mane inclinari in exiguo; contra circa autumnale æquinoctium, elevari autem semper in magno angulo pro zona torrida; contrarium accidere in zona temperata australi. Id provenit ex eo, quod ecliptica inclinatur in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ ad æquatorem, & posito principio Arietis in occidentali parte horizontis, jacet hic apud nos ecliptica ipsa inter æquatorem, & zenith, eodem posito ex parte orientali, jacet inter æquatorem, & horizontem; ipse autem æquator sub æquatore est ad horizontem perpendicularis, sub zona torrida ubique maxime erectus, ut idcirco ibi illa declinatio eclipticæ graduum $23\frac{1}{2}$ non admoveat zodiacum horizonti plus æquo.

455 Accedit etiam declinatio æquatoris solaris ab ipsa ecliptica, quæ est proximè graduum $7\frac{1}{2}$, cujus positionem sequitur lumen zodiacale: eam æquatoris solaris positionem Mairanius considerat sect. 4. cap. 5. & 6. & evolutis iis, quæ inde consequuntur, invenit augeri inde adhuc aliquot gradibus differentiam inclinationis matutinæ, & vespertinæ ad horizontem in æquinoctiis, ut & illud, quod est observationibus conforme, facilius videri debere circa æquinoctium vernum vespere, quam circa autumnale mane.

456 Inde patet, quæ anni tempora sint aptissima ad observandum id lumen, quod quidem in hac temperata zona plerumque, ubi apparet, cernitur vespere verno tempore, & mane autumnali: raro autem admodum videri potest eadem nocte, & vespere, & mane, nimirum ubi multum protendatur a Sole, quod Cassino contigit nocte inter 4 & 5 Decembris anni 1687, quo tempore invenit utramque cuspidem a Sole distantem gradibus 70 cum latitudine gr. 20. At aliis annis ea cuspis visa est multo proprior Soli usque ad gr. 60, & 50, quæ erat distantia frequentior circa annum 1683, immo & ad 45 devenit; aliquando vero est multo remotior, ut circa annum 1686 usque ad gradus 90, 95, 100 & vero etiam 103 pervenerit observante Cassino. Mairanius autem brevissimo etiam intervallo temporis paucorum dierum ingentes mutationes invenit in ea distantia; uti exponit sect. 1. cap. 8.

457 Porro & figura oblonga luminis zodiacalis confirmat id ipsum, quod id lumen sit ipsa atmosphæra Solaris: nam constans motus macularum circa eundem axem ostendit, Solem cum tota sua atmosphæra converti circa proprium axem, in qua conversione patet concipi vim centrifugam, quæ æquilibrium tollat, quod restitui non possit, nisi fluidum componatur in sphæroidem compressam ad polos, uti vidimus §. 6 lib. 4. Et quidem huc transferri deberet solutio problematis propositi n. 205, quo quæritur figura fluidi, cujus singulæ partes gravitent in datum centrum. Nam ob ingentem ipsius atmosphæræ Solaris tenuitatem, vis, quæ oritur ex mutua actione partium ipsius, est fere nulla respectu vis in Solem, quæ agit in ratione reciproca duplicata distantiarum.

458 Sed in hisce hypothesibus vis reciprocæ simplicis vel plus quam simplicis distantiarum, peculiares difficultates occurrunt, & aliis reductionibus est opus. Nam curva DQ habet CE pro asymptoto, & area QPCE est infinita. Oritur autem peculiaris difficultas ex tanta compressione figuræ, in quam

com-

componi debet atmosphæra Solaris, ut lumen zodiacale exhibeat. Cum enim juxta num.456 visa sit distantia inter duas cuspides graduum 140, & latitudo 20, erit axis longior ad breviorem, ut 7 ad 1; vel quoniam ea latitudo non erat ipse axis minor, sed chorda segmenti visi, quæ debuit versus axem crescere nonnihil, debuit esse ratio axium 6, vel ad summum 5 ad 1. At si fluidum sit homogeneum, invenio in hypothesi gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, maximam compressionem haberi, ubi vis centrifuga in æquatore jam æquetur gravitati (nam si ea sit major, partes avolant), eamque esse existentibus axibus, ut 3 ad 2. Quam ob rem recurrendum est ad elasticitatem, ad variam densitatem fluidi, & ad alias causas extraneas ipsi æquilibrio, quæ materiam versus æquatorem solarem compellant, & congerant, ibique adhuc magis elevent; sed hæc persequi hic non vacat, ubi nimis arctis limitibus coercemur.

459 Quoniam atmosphæra solaris obvertit æquatorem suum, vel accurate, vel proximè Terram versus, inde facile ex distantia cuspidis extremæ a Sole in gradibus observata eruitur ejus distantia rectilinea a Sole ipso. Sit in figura 49 Sol in S, Terra in T, & sit primo atmosphæra solaris BAC radio SB F.49
minore, quam ST. Cuspis apparebit secundum tangentem TA, eritque ST ad SA, ut radius ad sinum elongationis STA, qui angulus quotiescunque fuerit acutus, erit SA, vel SB minor, quam ST, & atmosphæra ad Terram non pertinget: existente autem eo angulo graduum 80, 70, 60, 50, 45, & ST partium 1000 erit SB partium 985, 940, 866, 766, 707, citra quos limites cum aliquando contineatur lumen zodiacale, & nusquam appareat; oportet ipsam aliquando non pertingere ad Venerem, cujus distantia a Sole est 723 in iis partibus juxta num.92. Quod si distantia angularis fuerit graduum 90, terminabitur ad tangentem TD, existente angulo STD recto, adeoque pertinget ad ipsam Terram T, eritque TIE. Si autem superet quadrantem aliquot gradibus, tunc protenditur ultra Terram in F, sed parum admodum. Tunc enim in exigua altitudine TF sensum effugiet ob tenuitatem, ut & nebula exiguo intervallo non discernitur; at TD ordinata ad circulum FDG media inter TF exiguam, & TG immanem, adhuc poterit esse satis longa, ut satis sensibilem exhibeat candorem luminis ab ea reflexi, & erunt aliæ TH in angulis eum ipsa exiguis adhuc satis longæ, quæ in angulis aliquanto majoribus statim exiguæ evanescent.

460 Et eam quidem ob causam etiam in positione graduum 100 oportebit, transcendat nonnihil distantiam ST, ut recta TD pars aliqua non ita exigua intra ipsam immergatur; & distantia SB in casu graduum 80, 70 &c. erit tantillo major, quam quæ superius est definita, ut nimirum tangentis TA pars non ita exigua immergatur intra atmosphæram, & eam conspicuam reddat. Quod si TF transcursus ultra Terram sit major, tum totum Cælum apparebit per totam noctem albescens ejusmodi perpetuo lumine, quod certum terminum habebit nullum, cujusmodi noctes plures observavit Mairanius, & ego ipse Romæ pluribus annis, sed potissimum superiore Julio hujusce anni 1759 non semel.

461 Et ex hac jam majore, jam minore extensione atmosphæræ solaris debuit provenire, ut quibusdam annorum seriebus nullum ejus indicium vel satis tenue habitum sit, aliis frequentissimè sit visum zodiacale lumen suis tempori-

poribus, cujusmodi vicissitudines nonnullas persequitur Mairanius sect. 4 cap. 8, & earum neaum ibidem exhibet cum vicissitudine simili iisdem temporibus observata in reditu, ac defectu Auroræ Borealis, quod ipsum jam indicat inde ortum ducere Auroram ipsam Borealem, ad quam faciemus gradum. Sed interea notandum ex iis, quæ huc usque sunt dicta, patere, quæcunque continentur in adn. ad vers. 1250, 1304.

462 In adn. ad vers. 1354 habetur illud, atmosphæram solarem debere dividi in duas partes, quarum inferior lumen reflectat, quam hucusque consideravimus, superior autem ultra illam protendatur prorsus inconspicua, quod luminis reflectendi sit incapax. Hanc ulteriorem materiam indicant caudæ Cometarum, quæ ut ibi diximus, & iterum dicemus inferius, sunt vapores a Cometa emissi, & sursum protrusi ab ipsa atmosphæra solari in partes oppositas Soli, ut nostri fumi sursum protruduntur in partem oppositam Terræ a nostro aere. Caudas Cometarum ascendere etiam in ea regione, ad quam atmosphæra lumen reflectens non pertingit, observatum est in Cometis pluribus, quæ caudas habuerunt, & quidem satis longas etiam orbem Telluris transgressæ plurimum eo tempore, quo nullum erat indicium atmosphæræ solaris Terram ambientis, & longe ultra ipsam protensæ; noctibus nimirum obscurissimis. Id patuit in primis in Cometa anni 1680, cujus longissima extitit cauda, & in postremo hujusce anni Cometa vidimus, ubi is jam supra orbem Terræ se longe eduxerat procedente Majo mense, licet ipsa ejus cauda tenue lumen emitteret.

463 Nec vero in eo difficultas est ulla, quod Cometici fumi lumen reflectant, ubi atmosphæra solaris ipsos protrudens sursum, adeoque ipsis densior non emittat. Sic nostri fumi truduntur sursum ab aere ipsis utique longe graviore, & interea ingenti luce albicant, ipso ad sensum prorsus pellucido, & nubes tam alte suspensæ intercipiunt lumen, quod aer non intercipit: nam non a densitate pendet opacitas, sed ab inæquali particularum densitate, uti constabit tomo 3.

464 Exemplo hujusce duplicis atmosphæræ solaris etiam terrestrem duplicem atmosphæram proposuimus in adn. ad vers. 1346, quarum altera contineat vapores, & exhalationes aptas ad reflectendum solare lumen, altera longe elevatior, & adhuc ad Terram pertinens, ac eum ipsa circumacta motu diurno, sit penitus diaphana, ad quam terrestres exhalationes, & vapores luci reflectendæ idonei ascendere nequaquam possint. Ea duplicis atmosphæræ terrestris distinctio est quædam veluti basis Mairanianæ theoriæ de Aurora Boreali; alterius enim nimia humilitas excludit omnes causas ab aliis adductas, alterius elevatio supra hanc relinquit locum suspensioni, vel retardationi partium crassiorum atmosphæræ solaris, quæ si Telluri occurrant, dum in eam decidunt gravitate ob viciniam superante jam gravitatem in Solem, in suprema hujus sublimioris terrestris atmosphæræ parte colliduntur, & addensentur, ac dum ad polos defluunt, Auroræ Borealis phænomena exhibeant.

465 Ad demonstrandam humilitatem atmosphæræ terrestris, quæ lumini reflectendo sit par, argumento, quod innuimus in adn. ad vers. 1346, sit in F. 50 fig. 50 *T* centrum Terræ, cujus *DCK* sit sectio plani transeuntis per ipsum centrum, per locum *C*, & per Solem in fine crepusculi vespertini, vel initio matutini. Sit autem *HBL* in eodem plano atmosphæra lumini reflectendo par,

par, quam fecet in *B* recta *ABC* tangens Terram in *C*, & exhibens ipsius loci *C* horizontem: tanget in *D* ipsam Tellurem radius *SDB* tum delatus a Sole, si ille extremus crepusculi limes fit per unicam reflexionem, & radiorum via concipiatur rectilinea. Jam vero ille limes crepusculi habetur ex observationibus plurimis, Solis centro depresso infra horizontem per gradus circiter 18; tendit autem *SB* a limbo superiore Solis, qui postremum radium emittit ad punctum extremum *B* respondentem horizonti loci *B*; quare angulus *ABS*, dempta a gradibus 18 semidiametro Solis 16', erit 17°. 44'. Is erit aequalis angulo *DTC*; nam in quadrilineo *DTCB* ob duos angulos rectos ad *D*, & *C*, erunt aequales duobus rectis & anguli *DTC*, *DBC*, quibus & anguli *SBA*, *DBC* aequantur, adeoque dempto communi *DBC*, erit $SBA = DTC$.

466 Facile autem perspicitur angulum *BTC* fore dimidium *DTC*, adeoque 8°, 52'. Quare si ipsa *BT* occurrat arcui *DEC* in *T*, erit ut radius 10000000, ad excessum secantis 8°, 52' supra radium = 120948, ita semidiameter Terrae pedum 19641762 (n. 404), ad altitudinem atmosphaerae *BE*, quae evadit pedum 237562, sive passuum 47512, quae altitudo est paullo minor milliariis 48. At si consideretur praeterea refractio, multo minor altitudo requiritur. Refractio radii horizontalis *ABC* est circiter minutorum 34, est enim aliquando 32, & aliquando etiam 36, ac 37. Triplicatur autem ejus effectus in intervallis *HD*, *DB*, *BC*. Quare demptis adhuc $3 \times 34' = 1°, 42$, angulus *ABS* haberi poterit pro 16°. 2', & angulus *BTC* pro 8°, 1', cujus excessus secantis supra radium est 98689; & inde altitudo *EB* pedum 193842, sive passuum 38768, adeoque minus quam milliariorum 40, ut in ea adnotatione est dictum pro unica reflexione.

467 Quod si in recta horizontali *CA* in ipso crepusculi limite non devenit ad *B* radius directus *SDB*, sed devenit ad *F* radius reflexus ex *I* per *IEF*, tum facile patet, aequales fore angulos *DTI*, *ITB*, *BTF*, *FTC*, adeoque angulus *FTC* erit prioris dimidius, unde altitudo *GF* atmosphaerae invenietur proxime subquadrupla prioris, ut patebit ineunti calculum, & altitudo pro radiis directis minor milliariis 12, pro reflexis minor 10, ut ibidem est dictum.

468 Jam vero Aurorae Borealis altitudo debet esse longissime altior, argumento, quod attigimus in adn. ad vers. 1395. Quid ea sit, & quae sint praecipua ejus phoenomena, abunde expositum est in adn. ad vers. 1360. Porro ipsa, & idem ejus limbus, ut lucidus ille circulus, vel arcus obscuri limes per Europam universam aliquando apparet simul, & vero ubique ad eandem Caeli plagam. Si sit aliquod objectum in *B*, id videri non potest, nisi per arcum terrestrem *DEC* graduum 18, atque id ita, ut si in *D* spectetur ad meridiem, in *C* spectari debeat ad Boream; quod si ad eandem plagam videri debeat, oportet spatium sit minus arcu *DE* graduum 9, & objectum *F* minus quam per arcum graduum 4, quibus arcubus est tanto major universae Europae tractus.

469 Sed accuratius res definitur observata arcus lucidi altitudine eodem tempore in binis locis. Sint in fig. 36 bina loca *A*, & *B*, phoenomenum F.36 autem observatum in *f*. Data elevatione supra horizontem, dantur & distantiae a zenith *EBf*, *DAf*; adeoque dantur & anguli *CBf*, *CAf*. Datis locis

locis *A*, *B*, datur arcus circuli Terræ maximi *AB*, adeoque angulus *ACB*, quem is metitur, & proinde anguli *CAB*, *CBA* dimidii ipsius complementi ad duos rectos. Si prior cum *CAf* auferatur a 4 rectis, & posterior a *CBf*, relinquuntur anguli *BAf*, *ABf*, ex quibus, & distantia *AB* eruitur *Af*, adeoque datis jam *CA*, *Af*, & angulo *CAf*, datur *Cf*, qua ablata a radio *CA*. habetur altitudo phænomeni supra superficiem Terræ.

470 Porro hac methodo applicata pluribus observationibus, invenit Mairanius sect. 2 cap. 3 elevationes leucarum Gallicarum (quarum 25 continentur in gradu circuli maximi, & proinde continent satis proxime milliaria Gallica singulæ $2\frac{1}{4}$) 266, & 250; ego autem methodo haud multum absimili inveni elevationem adhuc etiam majorem in mea dissertatione de Aurora Boreali, in qua, & in adnotationibus ad carmen P. Noceti de hoc argumento exhibui constructionem geometricam facilem problematis alterius, quod Mayerus proposuit, & per algebram solvit, investigandæ ejusmodi elevationis ex aliis datis, observata nimirum sola amplitudine horizontali arcus lucidi, & ejus elevatione maxima in medio, & ostendi, quo pacto eodem uti liceat definito loco, cui respondet ejus circuli centrum; ac eandem methodum extendi etiam ad casum, quo observetur amplitudo arcus lucidi in aliquo plano ad horizontem inclinato, quæ prodiit in *Thesibus ex uni. Phil.* P. Lunardi editis anno 1755; ut itidem in ipsis meis dissertationibus proposui plura præcepta, quæ si serventur in observandis Aurotis Borealibus, multo tutius, & exactius earum altitudo definiri possit.

471 Sed hisce omnibus hic omissis, concludemus argumentum contra omnes sententias expositas in adnotatione ad vers. 1395: nimirum nullam earum veram esse posse, cum ejus sedem constituat in atmosphæra terrestri reflectente radios, quæ est adeo humilis, dum Auroræ Borealis sedes est e contrario ita elevata. Sunt contra earum singulas & alia argumenta, ut contra eam, quæ repetit hoc phænomenum a radiis Solis incidentibus in nives polo proximas, tum inde in nubes, & inde iterum in nives, atque ita porro, valet plurimum ingens numerus ejusmodi reflexionum, qui requireretur Sole usque adeo depresso per hyemem sub horizonte versus mediam noctem, & nubibus ita parum elevatis supra superficiem Terræ; sed hæc & alia multa huc pertinentia omittenda necessario sunt ob limites nimis arctos, uti diximus, hisce supplementis constitutos.

472 Mairaniana causa, quam Noster amplectitur, & veram ipse etiam esse censeo, repetita ab atmosphæra solari decidente versus Terram exponitur in adn. ad vers. 1395: videndum hic, quantum extendi debeat atmosphæra solaris illa, quæ continet materiam lumini reflectendo parem, ut in Terram possit decidere. Si spectentur solæ binæ gravitates, limes, in quo gravitas in Terram incipiat esse major gravitate in Solem, sic facile invenitur. Sit distantia media Solis a Terra $= D$, distantia Lunæ a centro communi gravitatis Terræ, & Lunæ $= d$, tempus periodicum Solis $= T$, Terræ $= t$, distantia limitis quæsiti a Terra $= x$; vis Terræ in Solem sit $= u$. Erit (num. 265 tom. 1) ut $\frac{D}{TT}$ ad $\frac{d}{tt}$, ita u ad vim Lunæ in Terram $= \frac{duTT}{Dtt}$. Est autem ut $(D - x)^2$ ad D^2 ita vis Terræ u ad vim in Solem in eo limite, qua

quæ evadit $\frac{D^2u}{(D-x)^2}$; & ut x^2 ad d^2 ita vis Lunæ $\frac{duTT}{Dtt}$ in Terram ad vim in eandem in eodem limite, quæ evadit $= \frac{d^3uTT}{Dttx^2}$. Cum ea debeat esse æqualis priori, obtinetur æquatio $D^3ttx^2 = d^3TT \times (D-x)^2$, ex cujus resolutione obtinetur x. Verum ob x exiguam respectu D, si libeat assumere $\frac{D^2}{(D-x)^2}$ pro $= 1$, evadit $x^2 = \frac{d^3}{D} \times \frac{T^2}{t^2}$. Est ex parallaxi $10'' \frac{1}{2}$ distantia D media Solis a Terra semidiametrorum terrestrium 20000 quamproximè, distantia Lunæ $d = 60$, Tempus periodicum T dierum $365 \frac{1}{4}$; tempus Lunæ t dierum $27 \frac{1}{3}$ proximè, quibus valoribus substitutis habetur proximè distantia semidiametrorum terrestrium 42.

473 Sed distantia adhuc major sufficiet ad virium limitem, quæ determinari posset, si accuratè innotesceret ratio vis centrifugæ ortæ ex conversione atmosphæræ solaris circa ejus axem; nam ea gravitatem in Solem minuit, pendet autem a progressu velocitatis per distantias ignoto. At si ea vis centrifuga minuit distantiam necessariam ad hoc, ut vis in Terram prævaleat, velocitas tangentialis minuit distantiam necessariam, ut fluidum inde deveniat ad Terram; nam ea velocitate abrepta illa materia, deflectet quidem motum nonnihil Terram versus, sed simul transvolabit; & ad hoc ut ad eam deveniat, necessaria erit extensio ipsius atmosphæræ solaris quamproxime æqualis distantiæ Terræ a Sole.

474 Inde constabit, cur non semper Auroras Boreales habeamus. Verum nec si atmosphæra solaris ad Terram perveniat, & ultra ipsam abeat, continuo habebuntur Boreales Auroræ. Ad eas requiri arbitror, ut occurrat Telluri aliqua pars ipsius atmosphæræ crassior, & aptior ad fermentandum eum atmosphæra terrestri, & ad inflammationem. Ut enim nostra atmosphæra non semper æque est onusta exhalationibus, quæ fatuos ignes, & cadentes stellas exhibeant; sic idem in atmosphæra solari contingere censendum est; atque ita & explicatur, cur etiam ubi lumen zodiacale protenditur ultra 90 gradus, non habeamus perpetuo Boreales Auroras, & ratio redditur ignitorum quorundam globorum, qui aliquando sunt visi altiores, quam poscat terrestris atmosphæræ humilitas illa; quin immo id ipsum confirmant scintillationes quædam, quas aliquando majoribus telescopiis in atmosphæra solari & Cassinus, & Mairansua deprehendere sibi sunt visi.

475 Explicatio phœnomenorum proposita in adn. ad vers. 1453 est per se prona, & facilis. Quod ad coronam pertinet, de qua in adn. ad vers. 1491, id sequenti schemate facile illustrabitur. Sint in fig. 5 1 AB, CD bini ductus F. 5 1
materiæ zodiacalis orti juxta eam adnotationem ex productione massæ, cujus imæ partes A, C densiores inferius descendant, quæ habebunt directionem inter se ad sensum parallelam, horizonti perpendicularem, vel nonnihil obliquam, prout vel atmosphæra ipsa, vel materia zodiacalis ibi caruerit motu transversali, vel ipsum habuerit. Oculus constitutus in O prope superficiem Terræ ipsos referet ad superficiem sphæræ EIG sibi concentricæ per rectas visuales OAE, OBF, ODH, OCG, qui ductus omnes apparebunt inclinati versus punctum I, ad quod tendit recta OI ipsis parallela, quod in

in primo casu erit zenith loci *O*, in secundo ab eo distabit magis, vel minus, prout inclinatio ductuum *AB*, *CD* fuerit major vel minor. Igitur omnes ductus apparebunt inclinati in arcubus *EF*, *HG*, & convergentes ad illud punctum *I*, ac quisque Spectator videbit quandam veluti coronam radiis versus suum zenith convergentibus, vel prope ipsum.

476 In adn. ad vers. 1507 nihil occurrit hic illustrandum. In adnot. ad vers. 1515 habetur consensus vicissitudinum inter regressum frequentiæ hujus phænomeni, & luminis zodiacalis, quod ad utriusque historiam pertinet, videndam apud Mairanium sect. 4 cap. 9, uti diximus num. 461. Tria anni tempora phænomeno maximè faventia succedunt in adn. ad vers. 1542, de quibus hic agendum.

477 In primis cum orbita Terræ sit elliptica, Terra ipsa jam est propior Soli, jam ab eo remotior, & patet plures debere accidere Auroras Boreales cæteris paribus in primo casu, quam in secundo, cum in primo sæpius debeat ad ipsam pertingere atmosphæra solaris, quam in secundo. Porro Terra est in Perihelio in ipso fine Junii, & in Aphelio in fine Decembris. Quamobrem hæc ex eo capite sunt duo anni puncta, maximè favens, & minimè favens Auroræ Boreali.

478 Deinde cum Lens illa materiæ zodiacalis sit obliqua ad eclipticam juxta num. 455, patet conferre ad formationem Auroræ Borealis etiam diversam positionem Terræ ad nodos æquatoris solaris, vel ipsius lentis. Referat in fig. 52 *ABCD* planum eclipticæ, cujus *SP* semiaxis, & *AFCE* planum æquatoris solaris, cujus nodus ascendens *C*, limes Borealis *E*, nodus descendens *A*, limes Australis *F*. Cæteris paribus existente Terra in *C*, & in *A*, si atmosphæra solaris pertingit ad ejus orbem, pertinget ad ipsam; & si eam transgrediatur, ipsa erit immersa in media ejus crassitudine in ejus æquatore: & existente Terra in *D*, & *B*, potest atmosphæra solaris pertingere ad orbitam Terræ, & eam transgredi, quin ad Terram pertingat; erit enim ob obliquitatem ejus æquator in *E*, & *B*, nec ad Terram ea atmosphæra pertinget, nisi usque adeo transgrediatur orbitam Terræ, ut ob suam crassitudinem, eandem involvat, quo tamen casu, erit propior margini extimo, quam si esset in *A*, & *C*, adeoque erit immersa intra atmosphæræ partem minus densam.

F.52

479 Id quidem efficiet, ut cæteris paribus circa *A*, & *C* plures debeant esse Auroræ Boreales, quam circa *D*, & *B*. Appellit autem Terra ad *C* circa finem Novembris, nam *C* est in gradu 8 Geminorum, & ad *A* circa finem Maii; in *D* autem, & *B* est circa finem Februarii, & Augusti. Hanc comparationem omisit Noster & nos omisimus in ea adnotatione, Mairanius autem eam exponit; sed sect. 6 cap. 9, ostendit, cur adhuc non debeat inveniri inter observationes, quas habemus, major numerus circa nodos *A*, & *C*, quam circa limites *D*, & *B*. Est autem alia comparatio inter limitem *D*, & *B*, quam nos attigimus, quod nimirum in *D* noster polus borealis obvertatur solari atmosphæræ, vel illius parti densiori; in *B* vero polus australis; adeoque in primo casu circa finem Februarii frequentiores Auroræ esse debent, quam in *B* circa finem Augusti: accedit autem præterea in *D* major proximitas respectu perihelii, quod habetur in fine Decembris, quam in *B* proximiore aphelio: hanc comparationem apud Mairanium non invenio.

480 Demum si consideretur directio motus annui Terræ, habebitur alia comparatio instituenda. Referat in eadem figura, ad hunc alium usum jam destinata *CEAF* æquatorem, *CDAB* eclipticam, & sit *C* principium Arietis, ac sint *Eb*, *Fd* arcus æquales, & oppositi *ED*, *FB*. Motus annuus Terræ per eclipticam *CDAB* potest concipi, ut resolutus in duos, secundum æquatorem *CEAF*, qui motus motum diurnum ex altera parte æquatoris terrestris accelerat, ex altera retardat nonnihil, & in motum per *bED*, *dFB* perpendicularem ipsi æquatori, quorum posteriore a solstitio æstivo *B* traducto per æquinoctium autumnale *C* ad solstitium hybernum *D* (nam existente Terra in Ariete in *C*, Sol est in Libra respectu ipsius) præcedit ut prora quædam noster borealis polus; priore contra consequitur ut puppis a solstitio hyemali ad æstivum, & hic motus est velocissimus, ubi maxime mutatur declinatio, nimirum circa æquinoctia *C*, & *A*.

481 Jam vero, ut hæc cum observationibus comparari possint, Mairanius persequitur in suis *Eclaircissemens* in omnes Auroræ Borealis observationes, quæ extant, ut ingentes massas colligat digestas per anni menses, ex quibus unicam demum conficit continentem Auroras Boreales 1441, ubi fortuitorum casuum combinationes debent eo magis evanescere, & se mutuo elidere, quo major est summa, prævalentibus iis, quæ ad rei naturam pertinent; ac plurimas combinationes init, & inter se comparat tota dilucidatione 21. Nos hic solam omnium summam postremam proferemus, & combinationes ex ea inibimus.

482 Inveniuntur Auroræ Boreales Januario 113, Febr. 141, Mar. 202, Apr. 124, Mai. 45, Jun. 22, Jul. 22, Aug. 84, Sept. 172, Oct. 212, Nov. 153, Dec. 151. Comparando 6 menses nimirum ternos hinc & inde circa perihelium, quod habetur in fine Decembris, cum reliquis 6 mensibus, habentur 972, & 469, comparando quatuor, sive binos hinc & inde, inveniuntur 558, & 173, comparando duos, sive singulos hinc, & inde inveniuntur 264, & 44. Prima ratio est 2. 07 ad 1, secunda 3. 23 ad 1, tertia 6 ad 1; ubi patet, quo magis acceditur ad punctum maximè favens, eo majorem fieri rationem in hac causa, quæ omnium maximè conferre debet, ad ipsius Auroræ formationem, cum hæc sit ipsa distantia Terræ a Sole, & proinde cæteris paribus ab atmosphæra solari. Easdem autem rationes quamproximè invenit in aliis 4 massis satis ingentibus alio modo collectis.

483 Quod si adhibeatur nostra comparatio num. 479, circa limitem borealem respondentem postremis diebus Februarii, & assumantur menses 6, habentur Auroræ 798, & 643; si assumantur quatuor, habentur 602, & 468; si duo, 343, & 256: rationes sunt 1, 24 ad 1, 1. 28 ad 1, 1. 34 ad 1, ubi semper ratio est majoris inæqualitatis, exigua quidem in causa utique minus efficaci, sed semper crescens in accessu ad maximum.

484 Demum si adhibeatur postrema comparatio circa æquinoctium autumnale; seni menses circa ipsum æquinoctium autumnale, & circa vernum, incipiendo a Julio, exhibent 794, & 647; quaterni, 622, & 512; bini 384, & 343; ubi quanquam ratio non semper crescat; adhuc tamen semper est pro eo tempore, quod prævalere debet juxta theoriam, qui tantus consensus non est utique fortuitus. Idem autem consensus in massa majore deprehendetur olim, ut mihi omnino persuasum est, multo major.

485 Quæ in adnotationibus ad versum 1589, & 1614 continentur, illustratione non indigent.

§. 8. In not. ad vers. 1624.

DE SONI PROPAGATIONE.

486 IN hac adnotatione promisimus dicturos aliquid de soni propagatione. Totum argumentum de sono illustrationem ampliorem mereretur, at id argumentum Noster hic vix attigit, quod connectatur utcumque, sed parum admodum cum gravitate generali, de qua hic agit: ex ea digressus est ad argumentum de constitutione atmosphæræ terrestris ab ea magis dependens, & inde soni propagationem innuit, quæ pendet ab elasticitate, & densitate ipsius atmosphæræ; sed & nimis angusti supplementorum limites cogunt jam vela contrahere, & postremo tomo occurret fortasse locus opportunus magis evolvendis iis, quæ ad sonum pertinent. Quamobrem hic indicabo tantummodo ea, quæ ad propagationem soni pertinentia vel ipsi analoga habet Newtonus Princ. lib. 2 sect. 8, demonstrationibus omissis.

487 Is primum prop. 41 demonstrat pressionem fluidi non propagari per lineam rectam, nisi ipsius fluidi particulæ in directum jaceant, quod cum nusquam habeatur, patet pressionem perpetuo divergere in omnes plagas: tum prop. 42 ostendit motum undarum in superficie fluidi gravis, & pulsuum fluidi elastici, ac motum quemvis fluidi divergere in omnes plagas immotas ita, ut si trans foramen aliquod transeat, deinde divergat ab eodem foramine: prop. 43 ostendit corpus tremulum in medio elastico debere propagare motum pulsuum undique in directum, in medio autem non elastico solum circularem motum a loco, ex quo pellitur, ad locum, quod vacuum relinqueretur sine eo motu. Ex his autem in scholio post prop. 50 eruit illud; cum lux propagetur per rectas lineas, & a foramine, per quod transit, non divergat, divergat autem sonus in omnes plagas, lucem non esse motum in fluido propagatum, sed effluvium progrediens, sonum autem consistere in pulsibus, quos corpus tremulum excitat in medio elastico, uti est aer, quod confirmat tremoribus, quos graviores, fortioresque soni, ut tympanorum, excitant in objectis corporibus.

488 Hisce præmissis inquirit primo quidem in undas, quas sublato æquilibrio excitat in superficie aquæ gravitas, & in pulsus iis undis similes, quos in medio elastico excitat ipsa elasticitas æquilibrio itidem sublato; & quod ad primum caput pertinet prop. 44 satis accuratè demonstrat, aquam in canali ubique æquè crasso desinente in duo crura verticalia debere oscillationes suas exiguas peragere eo tempore, quo pendulum radii æqualis dimidiæ longitudini canalis oscillationes peragit suas, adeoque si longitudo aquæ totius oscillantis sit pedum Parisiensium $6\frac{1}{18}$, oscillationem fore unius secundi, oscillationum autem ad reliquas longitudines pertinentium tempora fore in ratione subduplicata longitudinum, uti sunt in pendulis; quam theoriam applicans ad undas in superficie aquæ excitatas, quæ nimirum fiunt aquæ ascensu, & descensu, conjuncto idcirco etiam cum motu proximè simili motui

aquæ

aquæ oscillantis in canali, deducit prop. 45 undarum velocitates fore in ratione subduplicata latitudinum, ac prop. 46 progressum undæ per spatium æquale suæ latitudini, sive distantiæ inter binos binarum undarum proximarum vertices imos, vel ima puncta hinc, & inde ab eodem vertice summo, fieri eo tempore, quo pendulum simplex longitudinem habens ei latitudini æqualem peragit suas oscillationes; unde infert undas, quarum latitudo sit pedum Parisiensium $3\frac{1}{18}$ procurrere per 11000 pedes quamproximè spatio unius horæ; undas vero alias celeritate, quæ sit in ratione subduplicata latitudinum.

489 Tum facto gradu ad propagationem pulsuum fluidi elastici, prop. 47 proponit illud, pulsibus per fluidum propagatis particulas singulas motu brevissimo euntes, & redeuntes accelerari semper, & retardari pro lege oscillantis penduli; in cujus tamen demonstratione ad summum evincit illud tantummodo, si eæ particulæ ita accelerentur, & retardentur, earum dilatationes, & vires, quæ inde consequuntur, esse eas ipsas, quæ ad eum motum requiruntur; non autem eam esse unicam rationem celeritatum, qua omnia inter se apte cohæreant, vel si sint plures ad id idoneæ rationes, eam ipsam esse, quam inter cæteras selectam Natura requirit, & adhibet. Deducit autem ex sua theoria, & illud, numerum pulsuum propagatorum esse eundem, ac numerum vibrationum corporis tremuli, quibus cessantibus cessent & illæ: deinde prop. 48 habet illud: si condensationi fluidi sit proportionalis vis elastica, velocitatem propagationis pulsuum fore in ratione directa subduplicata vis elasticæ, & subduplicata inversa densitatis conjunctim; ac demum in prop. 49, & corollario 1 ipsam celeritatem sic determinat. Concipiatur medium ejusdem densitatis cum fluido, in quo pulsus excitantur, ac ejus altitudinis, ut adæquet pondus, quo id fluidum comprimitur, & velocitas pulsuum propagatorum erit ea, quam gravia acquirerent cadendo motu uniformiter accelerato per dimidiam ejusmodi altitudinem.

490 Propositio 50 determinat distantias pulsuum; tum in scholio ex postremo theoremate definitur ipsa soni celeritas, quam invenit pro uno minuto secundo pedum Londinensium 979, multo utique minorem, quam observationes exhibeant; nam ii pedes adhibita ratione 1000 ad 1066 reducuntur ad Parisienses 919 (ipse adhibet ubique rationem 1000 ad 1068, quæ exhibet adhuc minus nempe 915); at ex observationibus plurimis multo majus provenit intervallum: Gassendus quidem definiverat pedes 1473, Academici Florentini 1185, Cassinus, Hugenius, & Roemerus 1172; Flamstedius vero & Halleyus Londinenses 1148, adeoque Parisienses 1077, Cassinus junior in Comment. Academiæ Paris. ad an. 1738 exhibet 1038; atque aliæ aliorum determinationes habentur diversæ, etiam post accuratiorem in observationibus summam, ob diversam potissimum ipsius atmosphæræ constitutionem. Sed omnes ejus generis determinationes excedunt pedes Parisienses 1000.

491 Adhibet Newtonus rationem densitatis aeris ad densitatem aquæ, pro eo tempore, quo mercurius est suspensus ad altitudinem Londinensium digitorum 30, ut 1 ad 870, rationem hujus ad densitatem mercurii, ut 1 ad $13\frac{2}{3}$, unde provenit altitudo fluidi æque densi, ac est aer, digitorum

$30 \times 870 \times 13\frac{2}{7}$, pedum Anglicanorum 29725. Ii redacti ad Parisienses exhibent 27942, cujus dimidium 13942 est illa altitudo, ex qua grave libere cadendo acquireret quaesitam velocitatem. Ex numer. 633 tomi 1, tempore unius secundi gravia cadunt Parisiis per pedes Paris. 15 lin. 14 $\frac{62}{100}$, sive per pedes 15.0101, & (num. 482 10. 1) quadratum celeritatis exprimitur per $4amu$, ubi pro nostris gravibus u est ipsa gravitas $= 1$, m est spatium ipsum pedum 15.0101 casus liberi per 1", & a est altitudo data 13942, quibus valoribus substitutis, & extracta radice, obtinentur pedes 915.

492 Si pro tenuitate aeris 870 adhibeatur etiam 1000, & pro densitate mercurii $13\frac{2}{7}$, adhibeatur 14, crescit celeritas quaesita in ratione subduplicata $870 \times 13\frac{2}{7}$, ad 1000×14, sive 11890 ad 14000, & obtinetur celeritas 993 adhuc multo minor inventa; sed ratio illa 1 ad 1000 pro ea barometri altitudine est nimis exigua, nec ea theoria cum observationibus immediate conciliari potest sine alio aliquo subsidio. Recurrit Newtonus ad solidas aeris particulas, per quas motus propagetur in instanti, quarum diametros ad intervalla assumit ex levissima sane conjectura, immo potius ex arbitraria hypothesi, ut a ad 9, vel 10; tum addit vapores intermixtos, qui longe minorem elasticitatem habeant, quam aquae, & inde extendit celeritatem soni ad pedes Parisienses 1070, quod ait consentire cum observationibus; addit autem aucta per aestatem elasticitate a vi caloris, & imminuta per hyemem in ratione majore, quam sit ea, in qua mutatur densitas, fore celeritatem in primo casu aliquanto majorem, in secundo minorem; nam ubi mutantur in eadem ratione, ut in ascensu in montes, celeritas remanet eadem, quae itidem non mutatur juxta eandem theoriam ab intensitate soni, quod cum observationibus congruit, & a vento conspirante, vel opposito debet accelerari, vel retardari, quantum aeria massa, in qua pulsus fiunt, progreditur, vel regreditur, qui tamen aeris motus etiam in ventis validissimis minor est pedibus 30.

493 Diversa vaporum elasticitas, & crassitudo particularum possunt celeritatem soni augere, licet ipsae particulae non sint durae, nec per eas in instanti propagetur motus, quod nusquam in Natura censeo contingere; sed ipsa theoria correctionem aliquam potest admittere, in quam plures Geometrae inquisiverunt. Verum de his iterum fortasse occurret sermo tomo 4.

§. 9. Ad not. in vers. 1692.

DE MOLE, MASSA, DENSITATE, ET CENTRO COMMUNI GRAVITATIS PLANETARUM, AC COMETARUM.

494 Illustrabimus hic ea, quae ad hoc argumentum pertinentia illustratione indigent ab hac adnot. usque ad adnot. in vers. 1874, ubi ad Lunarem theoriam fit transitus.

495 Primo loco, quod pertinet ad moles Planetarum, earum ratio habe-

betur, si habeatur ratio diametrorum verarum, cum sint globi in ratione triplicata diametrorum; ratio autem diametrorum verarum habetur, habita ratione distantiarum & diametrorum apparentium; cum ex num. 61 sit diameter vera in ratione directa diametri apparentis, & distantiæ. Ratio diametrorum apparentium habetur ex observatione, & ratio distantiarum partim ex observatione, partim ex theoria juxta ea, de quibus fuse egimus §. 1 lib. 4, & distantia Cometarum juxta ea, de quibus egimus §. 3 ejusdem. Notandum illud tantummodo diametrum apparentem nuclei nunquam haberi in Cometis, cum is involutus lateat nebula densissima; sed habetur utcumque diameter apparens ipsius densioris nebulæ cingentis nucleum, & diameter apparens totius capitis tenuiori etiam vapore terminati; & quidem etiam in Planetis habemus diametros apparentes globi, & atmosphæræ simul, sed earum atmosphæra debet esse parum elevata, quod deduci potest tum exemplo atmosphæræ terrestris, tum ex ipsa luminis vi: nam Cometæ ob ingentem illam altitudinem atmosphæræ radios intercipientis in itu, & reditu, usque adeo languidum habent lumen, ut plerumque videri desinant multo ante, quam ad Jovis regionem deveniant. Cometa hujus anni videri desiit, cum vix distantiam Martis a Sole superasset.

496 Quod pertinet ad comparationem molis tam Planetarum, quam Cometarum, eorum moles inter se multo certius comparamus, quam cum Tellure. Nam distantiæ eorum ad se invicem innotescunt in partibus distantiæ mediæ Telluris a Sole, ad quas & diametros veras eorum referre possumus, adeoque & omnes reliquas ad unam earum quamvis; at nondum satis certo innotescit distantia media Telluris a Sole in semidiametris Terræ, licet ex parallaxi horizontali Solis, quæ jam censetur $10\frac{1}{2}$ juxta num. 70, colligatur esse semidiametrorum Terræ 19644; atque inde etiam semidiameter Solis obtinetur in semidiametris Terræ, dividendo juxta num. 62 ejus semidiametrum apparentem 16'. 2" per hanc parallaxim horizontalem, quo pacto obtinetur $\frac{1924}{21} = 91.619$, ac eadem est ratio diametrorum.

497 Pro reliquis, quæ hic quærimus, determinandis ponemus in sequenti tabella primo loco diametros apparentes, qui haberentur spectati e distantia æquali singulorum distantiæ mediæ a Sole, & diametrum apparentem Solis spectati in distantia media a Terra. Diametri veræ sunt, ut distantiæ, & diametri apparentes conjunctim juxta num. 61. Quare posita diametro Terræ 1, habebitur diameter vera cujusvis Planetæ, si fiat, ut distantia Terræ a Sole ducta in suam apparentem diametrum ad distantiam Planetæ ductam in suam, ita 1 ad diametrum ipsam veram quæsitam; distantias autem medias a Sole eruemus ex tabula numeri 23. Diametros sic inventas ponemus secundo loco, retinendo diametrum Solis, quam superiore numero invenimus e fractione $\frac{1924}{21} = 91.619$. Succedent loco tertio, & quarto superficies, & moles, quæ posita superficie, & mole Telluris $= 1$, habentur, considerata omnium figura pro sphærica, quadrando, & cubando numeros inventos diametrorum verarum, sive duplicando, vel triplicando eorum logarithmos; nam hic logarithmorum jam inventorum ad logarithmos eorum, quæ consequuntur deducendos, usus est expeditissimus, cum alia ex aliis pendeant.

 498 Quin-

498 Quinto loco habebuntur massæ, quarum ratio haberi non potest, nisi in Sole, Jove, Saturno, & Terra juxta adnot. in vers. 1701, & 1756. Ea autem habetur ex Planetis circa ipsos gyrantibus. Nam si massa Planetæ, circa quem fit conversio, dicatur Q, distantia ab eo D, radius orbitæ R, tempus periodicum T; erit vis ex theoria gravitatis juxta num. 172, ut $\frac{Q}{DD}$, & eadem ex theoria virium centralium (num. 265. tom. 1) ut $\frac{R}{TT}$. Quare massa Q, ut $\frac{RDD}{TT}$, adeoque si logarithmus ejus valoris pertinens ad Terram auferatur a logarithmo pertinente ad alium ex iis Planetis, habetur logarithmus numeri exprimentis massam.

499 Et quidem in Luna gyrante circa Terram R, & D sunt nonnihil diversi valoris juxta num. 123, cum sint, ut massa Terræ ad summam massarum, quæ ratio ponitur a Newtono 40 ad 41, a Bernoullio 70 ad 71, a D'Alamberto 80 ad 81; sed id quidem parum mutat calculi productum, & hic adhibebimus Bernoullianam erutam methodo, quam sequenti libro videbimus, ubi de Maris æstu, $R = \frac{70}{71} D$; adeoque pro Tellure erit expressio massæ $\frac{70}{71} \times \frac{D^3}{T^2}$, pro reliquis D, & R ad sensum æquantur, & formula est $\frac{D^3}{T^2}$. Negligemus autem etiam actionem Solis, quæ gravitatem Lunæ in Terram turbat, sed parum admodum, ut & in reliquis ejusmodi perturbationes negliguntur. Tempora periodica Terræ circa Solem, Lunæ circa Terram, satellitum a Jove, & Saturno eruemus e § 1 lib. 4, adhibendo satellitem Jovis extimum, & Saturni quartum ab Hugenio detectum ante alios, magis conspicuum, ac diligentius observatum. Distantiæ D pro Luna, & satellitibus reducentur ad scalam communem, si ducantur maximæ elongationes heliocentricæ debitæ distantiis mediis a Sole in distantias ipsas ab eo; nam si sic in
F. 12 fig. 12 S Planeta Primarius, ac C positio maximæ elongationis; est, ut radius ad sinum anguli STC, ita TS ad SC; adeoque SC ut distantia ST ducta in eum sinum, sive, ubi angulus est exiguus, quemadmodum in ejusmodi elongationibus, ducta in arcum, qui eum metitur. Elongationem quarti satellitis Saturni, & extimi Jovis ponemus (juxta n. 29) 3', 0", ac 8', 45"; elongationem Terræ habebimus ducta distantia Lunæ a Terra, quam ex num. 123 ponemus semidiametrorum Terrestrium 60. 26 respondentem rationi massarum 70 ad 1, in 10" $\frac{1}{2}$ parallaxim horizontalem Solis respondentem semidiametro Terræ visæ e Sole, unde proveniet proximè 10'. 33". Distantia autem Terræ a Sole reducetur ad eandem mensuram, si fiat, ut sinus 10'. 33" ad radium, ita valor D adhibitus pro Luna gyrante circa Terram, ad valorem adhibendum pro distantia Terræ gyrantis circa Solem.

500 Massæ divisæ per moles exhibent densitates (num. 84 tomi 1), quæ habebuntur loco sexto, ac eædem divisæ per quadrata semidiametrorum exhibent (num. 172) gravitatis vires in superficie, quæ habebuntur postremo loco. Hinc jam patet, quo pacto sequens tabella computata sit. Notandum tantummodo illud, ulteriores fractiones ubique omitti de more, sed longe infra limites fractionum assumptarum incerta esse omnia, cum pendeant pleraque a semidiametris apparentibus, quæ sunt adeo exiguæ, & quarum mini-

minimus error duorum, vel trium secundorum omnia mutat plurimum. Deinde, cum assumpta sit unitas pro Tellure, omnes numeri propositi pendent a parallaxi horizontali Solis, cujus dupla est diameter apparens Terræ præter densitates, in quibus ratio diametri Terræ occurrit, spectatis omnibus, triplicata, & directa, & reciproca. Cæterum si ea parallaxis mutetur, mutantur diametri veræ reliquorum Planetarum hic expressæ in ejus ratione reciproca simplici, superficies in duplicata, moles in triplicata itidem reciproca, massæ in ratione triplicata reciproca, vires in superficie in ratione reciproca simplici. Et idcirco, ut etiam ob aliquod discrimen in aliis calculi elementis hi numeri discrepabunt ab iis, qui apud alios Auctores occurrent, ut & ab iis, qui habentur apud Newtonum, apud quem in diversis editionibus ipso vivente factis diversi sunt.

Planetæ	Sol	Saturnus	Jupiter	Mars	Terra	Venus	Merc.
Diam. appar.	32'.4"	16"	37"	12"	21"	29"	21"
Diam. veræ	91.619	7.261	9.158	0.869	1	0.999	0.387
Superficies	8394.06	52.724	83.876	0.755	1	0.998	0.150
Moles	679056.	382.833	768.833	0.656	1	0.997	0.058
Massæ	199244.	60.318	221.004		1		
Densitates	0.259	0.158	0.288		1		
Vires in superf.	23.736	1.144	2.635		1		

501 Ex his patent, quæ occurrunt in adnot. ad vers. 1702, & 1746. Numeri hic propositi differunt nonnihil ab iis, qui habentur in adn. ad vers. 1734, & 1736, qui desumpti sunt ex aliis elementis; & plerumque accedunt ad eos, quos Newtonus adhibuit, qui & a nostris, ut diximus, & inter se dissentiunt. Et quidem ubi comparatio instituitur cum Tellure, discrimen provenit etiam a parallaxi Solis horizontali, quæ nobis cum Caillio est $10''\frac{1}{2}$, Newtono & Cassino 10''. Maximum discrimen apud Nostrum est in ratione massæ Jovis ad massam Solis, quæ illi est 1 ad 1200, nobis evadit 1 ad 902, Gravesandio in postrema editione 1 ad 1077, Newtono in editione Amstelodamensi anni 1714 est 1 ad 1017, in Londinensi anni 1726 est 1 ad 1067. At apud ipsum Newtonum in Saturno dissensus est major: habet pro eo in priore editione 1 ad 2411, in posteriore 1 ad 3021: ea Gravesandio evadit 1 ad 3078, nobis hic 1 ad 3304: tantum potest hoc in genere non ita magnum discrimen in elementis.

502 Ubique tamen densitas Telluris est multis partibus major densitate reliquorum omnium. Densitas quidem in remotioribus est minor, sed non eadem ratione, nec in ulla ratione molis, cum Terra minima sit densissima, & Saturnus Jove minor sit eodem rarior. Sol autem tanto major Saturno & Jove, densior illo, hoc rarior. Nulla sane occurrit certa ratio inter moles, massas, densitates, distantias.

503 In adn. ad vers. 1756 habetur illud, massas horum 4 Planetarum esse exiguas respectu massæ Solis. Id patet; nam eorum summa ad massam Solis est in ratione minore, quam 283 ad 199244, sive minore, quam sit 1 ad

ad 703. Reliquorum Planetarum massæ debent utique esse adhuc perquam exiguæ ob exiguam molem. Si omnes censeantur ejusdem densitatis cum Terra densissima respectu priorum trium, eorum massæ exprimentur per numeros, qui moles exprimunt. Iis adjectis, vix omnium 6 massarum summa pertingit ad 285, & ratio vix evadit 1 ad 700.

504 In adn. ad vers. 1779 diximus, datis massis, & positionibus Planetarum, centrum commune gravitatis facile inveniri accurate. Quo pacto id fieri possit, patet ex adn. ad vers. 1626, & 1632 lib. 3, & prioris adnotationis methodo facile eruitur illud, quod ibidem diximus; si omnes etiam Planetæ jaceant ad eandem plagam in directum, centrum commune gravitatis omnium debere distare a centro Solis minus, quam per unam Solis diametrum. Ea methodus huc reducitur pro globis. *Assumatur planum quodcumque jacens ultra omnes massas, & singulorum globorum massæ ducantur in suorum centrorum distantias ab eodem plano: tum horum productorum summa dividatur per summam massarum omnium; & habebitur distantia centri gravitatis communis ab eodem plano*. Licebit autem pro plano ulteriore assumere planum transiens per extremi globi centrum, ut hic per centrum Solis, ac habere pro = 0 hujus distantiam,& productum ad ipsum pertinens, ac obveniet distantia centri communis gravitatis a centro ejus globi.

505 Quamobrem in casu proposito satis erit massas Saturni, Jovis, Terræ, & moles Martis, Veneris, Mercurii ducere in eorum distantias maximas a Sole, quo pacto obtinetur summa proximè minor quam 18141000; summa autem omnium massarum erit proximè major, quam 199529, per quam si dividatur illa summa, provenit distantia proximè minor, quam 910. Quod si fiat ut radius ad sinum semidiametri apparentis Solis 16'. 2'', ita (num.61) distantia media Solis a Terra earundem partium 10000 ad semidiametrum veram Solis; ea prodit proximè major, quam 466, adeoque diameter proximè major, quam 932, nimirum proxima illi distantiæ centri gravitatis 910, sed adhuc major; Luna autem, & satellites, quorum moles est perquam exigua respectu suorum Primariorum, nihil hunc calculum turbant, minores nimirum sunt, quam quantitates in calculo neglectæ.

506 Hæc distantia est motus maximus, quem durante hac orbium forma, & apheliis etiam in eandem directionem olim coeuntibus habere potest centrum Solis circa centrum commune gravitatis omnium Planetarum hinc, & inde. Casus hic extremus vix unquam, vel potius omnino nunquam adveniet; at quoniam respectu massarum Jovis, & Saturni cæteræ sunt perquam exiguæ, & propiores, ac horum excentricitates exiguæ sunt respectu totius; ubi ii singulis vicenis annis conjunguntur, debet Solis centrum a centro communi gravitatis recedere in plagam oppositam per spatium paullo minus una solari diametro. Id quidem spatium est perquam exiguum respectu distantiæ Fixarum, respectu cujus tota distantia Terræ a Sole est ad sensum nihil. Ac respectu nostræ distantiæ non est ita exiguum; nam diameter solaris apparens est utique non solum sensibilis, sed dimidio gradu major. Et quidem inde nobis obveniret in loco Solis viso aberratio fere dimidii gradus pro varia positione Jovis, & Saturni; sed illud commodum accidit, quod eadem Jovis, & Saturni actione nos quoque hunc ipsum Solis motum comitamur ita, ut sen-

sentiamus effectum solius differentiæ actionum, qui effectus ad secunda minuta deprimitur. Major effectus ejus inæqualitatis debet esse in superioribus Planetis; ut & perturbatio in motibus Planetarum nobis visis inde oritur sensibilis; & ea est, cujus mentionem fecimus in eadem adnotatione ad vers. 1779, & 1827.

507 Reliqua, quæ ad actiones pertinent Cometarum, & Fixarum se mutuo elidentes in adnot. ad vers. 1795, & 1808 satis patent; & quod in adn. ad vers. 1827 pertinet ad immobilitatem centri communis gravitatis Planetarum, neglectis actionibus Fixarum, & Cometarum se compensantibus, atque elidentibus, patent ex adnot. in vers. 1715 lib. 3; ut & quæ pertinent ad problema trium corporum, ac multo magis 17, quot sunt omnia nobis nota corpora Planetarii systematis, satis est attigisse in adn. ad vers. 1854. Quamobrem ad Lunares inæqualitates transeundum est, quod est postremum hujusce libri argumentum.

§. 9. In notam ad vers. 1874.

DE INÆQUALITATIBUS LUNARIBUS, ET EARUM CAUSIS MECHANICIS.

508 SI totam Lunæ theoriam oporteret excolere, justæ molis libellus requireretur, & methodi sublimiores, quam sint eæ, quas in hisce supplementis ad communiorem usum adhibendas censuimus: difficultatem argumenti proposuimus in adn. ad vers. 1878. Quamobrem ea persequemur tantummodo, quæ Noster proposuit, determinando vires, ex quibus præcipuæ inæqualitates proficiscuntur, ac generalem quandam ejusmodi motuum ideam.

509 Sint in fig. 51 binæ massæ in A, & a, ut Terra, & Luna, ac earum centrum commune gravitatis C in recta Aa, quam debet dividere in ratione reciproca massarum: ac projiciantur per rectas AB, ab parallelas, sed in plagas oppositas, velocitatibus, quæ sint itidem reciprocè, ut massæ, nimirum directè, ut ipsæ CA, Ca. Ductis CB, Cb erunt similia triangula CAB, cab ob latera circa angulos æquales alternos proportionalia. Quare erunt æquales etiam anguli ad C, & BC producta abibit in Cb, eritque & CB ad Cb in eadem ratione CA ad Ca. Sint AE, ae effectus vis mutuæ, & completis parallelogrammis $ABDE$, $abde$ abibunt eæ massæ viribus compositis in D, & d. Erunt autem ipsæ AE, ae, adeoque & BD, bd (num. 172) reciprocæ massis, adeoque itidem, ut CA, Ca, sive ut CB, cb. Igitur eodem argumento etiam puncta DCd jacent in directum, & idem punctum C dividit rectam Dd in ratione reciproca massarum, adeoque est centrum commune gravitatis in nova positione massarum earundem. Cumque eadem demonstratio redeat post quotcunque tempuscula; patet centrum commune gravitatis in eo casu debere quiescere, massas autem illas debere circa ipsum immotam moveri legibus, quas requirant vires directæ ad centrum immobile C. Curvæ autem ADF, adf descriptæ erunt, ut satis constat, & videre licet, in tomo 3 meorum Elementorum, similes, & similiter positæ circa punctum C ob ratio- F.51

 nem

nem constantem CD ad Cd; latera vero homologa erunt reciprocè, ut massæ.

510 Cum autem vis gravitatis mutuæ decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum Dd, decrescet itidem in ratione reciproca duplicata distantiarum CD, Cd, adeoque (num. 135) curvæ descriptæ erunt sectiones conicæ, cum iis omnibus diversis casibus, quos exposuimus a num. 139, inter quos continetur & casus circuli describendi ab utraque massa, si directiones AB, ab fuerint perpendiculares rectæ ACa, & velocitates eæ, quæ acquirerentur motu uniformiter accelerato viribus, quas habent in A, a per dimidiam distantiam CA, Ca.

511 Quod si ducatur semper Ad' parallela Dd, donec occurrat rectæ ad productæ in d', erit $ADdd'$ parallelogrammum; nam AD, add' sunt itidem parallelæ ob angulos alternos ad A, a æquales in triangulis CAD, Cad similibus. Erit igitur Ad' parallela, & æqualis Dd; adeoque massa A delata ad D spectabit massam a delatam ad d, tanquam si illa mansisset immota in A, & hæc abiisset ad d'. Punctum autem d' erit semper ad aliam curvam $ad'f$, quæ ob rationem ad' ad ad constanter æqualem rationi Aa ad aC, erit similis priori Adf, & habebit latera sua ad latera homologa ipsius prioris in ratione summæ massarum ad massam A. Hoc pacto Spectator constitutus in A, & suum motum non sentiens tribuet motum utriusque soli massæ a, quæ ipsi videbitur converti circa se in orbita simili ei, quam revera describit, sed majore ita, ut hujus latera ad latera homologa illius sint in ratione summæ massarum ad massam, in qua ipse consistit.

512 Quod si etiam libeat conferre inter se tempora, & vires horum motuum, facile eruentur hæc theoremata. *Motus massæ secundæ in orbita vera fiet eodem modo, quo fieret, si in centro gravitatis adesset alia massa immota quarta continue proportionalis post summam massarum, & massam primam.* Nam vis in ejusmodi massam ad vim in massam A esset (num. 172) directe, ut ea massa ad massam primam, & reciproce, ut quadratum aC ad quadratum aA: quæ ratio posterior cum sit reciproca duplicata massæ A ad summam massarum, erit reciproca simplex massæ novæ ad massam A, & elidet eandem rationem directam, factis æqualibus iis viribus. *Vis, qua massa secunda gravitat in primam, & describit orbitam veram, ad vim, qua possit circa massam primam immotam describi eodem tempore orbita apparens, & celeritas, quæ habetur in illa, ad celeritatem, quæ haberetur in hac, est, ut massa prima ad summam massarum.* Si enim ducatur $d'b'$ parallela db, vis, & celeritas requisita ad describendum arcum ad' eo tempore, quo describitur ad, erit, ut $d'b'$, & ab' ad db, & ab, nimirum ut $d'a$ ad da, sive Aa ad Ca, vel summa massarum ad massam A. *Tempus, quo arcus quivis curvæ apparentis describitur, ad tempus, quo eadem vi describeretur circa massam primam verè immobilem, est in ratione subduplicata massæ primæ ad summam massarum, & celeritas in singulis punctis in eadem ratione reciproca.* Nam eadem curva describitur (num. 257 tomi 1), si vires eadem lege variatæ sint in ratione duplicata primarum velocitatum, & in eo motu velocitates ubivis sunt, ut primæ velocitates; adeoque tempuscula in iisdem arcubus, & summæ tempusculorum, sive tempora tota in eadem ratione reciproca. Hic autem vis, quæ haberetur in orbita apparente, si esset realis, & describeretur

tem-

tempore, quo nunc describitur, ad vim, quæ reipsa habetur, est, ut summa massarum ad massam primam ex præcedente theoremate. Quare celeritas huic vi respondens ad celeritatem respondentem illi alteri vi esse debet in ratione subduplicata summæ massarum ad massam primam, & tempus ad tempus in ratione subduplicata massæ primæ ad summam massarum.

513 Accedat jam massis *A*, *a* in fig. 52 præter motus *AD*, *ad* motus alii F. 52
per rectas *AG*, *ag* parallelas, & æquales; & motu composito erunt massæ in punctis oppositis *F*, *f* parallelogrammorum *DAGF*, *dagf*. Cum vero sit *DF* parallela, & æqualis *AG*, adeoque & *ag*, sive *df*, erunt & *Ff*, *Dd* parallelæ, & æquales. Quare massa prima ex *F* spectabit massam secundam in *f* in eadem directione, & distantia, in qua ex *D* spectaret ipsam positam in *d*; unde generaliter constat quovis motu parallelo, & æquali impresso utrique massæ, nihil turbari motum respectivum ipsarum massarum. Si autem sit *H* intersectio rectarum *Ff*, *Gg*, quæ cum ob *GF*, *gf* parallelas jaceant in eodem plano, debent se alicubi secare; satis patet, fore æqualia triangula *DAC*, *FGH* ob latera *AD*, *GF* æqualia, & æquales omnes angulos laterum parallelorum. Erit igitur & *DC* æqualis *FH*, adeoque *H* centrum gravitatis commune massarum delatarum ad *F*, & *f*, cujus motus fiet per *CH* æqualem, & parallelam rectæ *DF*, adeoque parallelam motibus massarum parallelis *AG*, *ag*. Gyrabit igitur in hoc casu systema binarum massarum eodem modo circa centrum commune gravitatis promotum æquabiliter in directum velocitate, quæ systematis partibus impressa est, quo gyraret circa idem immotum.

514 Concipiatur jam, binas massas *A*, & *a* projici utcunque directionibus quibuscumque etiam non in eodem plano positis, & velocitatibus quibuscumque *AF*, *af*. Juncta *Ff* & divisa tam ipsa in *H*, quam *Aa* in *C* in ratione reciproca massarum, ducatur *CH*, tum ipsi parallelæ, & æquales ducantur binæ *AG*, *ag*, & compleantur parallelogrammata *AGFD*, *agfd*. Quoniam *AG*, *CH*, *ag* sunt æquales, & parallelæ rectis *AG*, *ag* inter se æqualibus, & parallelis, adeoque & inter se æquales sunt, & parallelæ, erunt & *GH*, *Hg* parallelæ & æquales rectis *AC*, *Ca*, & *GHg* erit unica recta, ut *ACa*: eodem pacto ob *FD*, *HC*, *fd* æquales, & parallelas inter se, erunt & *DC*, *Cd* æquales & parallelæ rectis *FH*, *Hf*, & *DCd* unica recta. Hinc in triangulis *ACD*, *aCd* erunt anguli ad *C* ad verticem oppositi æquales, cumque sit *CD* ad *Cd*, ut *FH* ad *Hf*, sive per constructionem, ut *AC* ad *Ca*; erunt ea triangula similia, adeoque *AD* parallela *ad*, & ad illam, ut *CA* ad *Ca*, in ratione massarum reciproca. Movebitur igitur centrum gravitatis per rectam *CH*, qui motus erit uniformis ex natura centri gravitatis demonstrata in adn. ad vers. 1646 lib. 3, & per eandem nihil ejus status turbabitur a viribus mutuis, quæ accedunt præterea, & quarum actione massæ *A*, *a* habebunt, ut num. præcedenti, circa ipsum mobile eosdem respectivos motus, quos haberent projectæ per *AD*, *ad* contrarias, & parallelas, ac reciprocas massis, circa centrum immobile *C* num. 510.

515 Aque hoc pacto remanent accuratissimè demonstrata, quæ proposita sunt in adnot. ad vers. 1910, 1955, 1967. Sint jam in fig. 53 puncta F. 53
A, *a*, *C*, *H* eadem, ac in fig. 52, & adsit præterea juxta adnot. in versum 1973 tertia massa *S*, ut Sol, ingens, & ita remota, ut distantia *Aa* respectu ejus

ejus distantiæ sit exigua; & si R sit centrum commune gravitatis omnium trium, ac habeat S projectionem per Sb contrariam, & parallelam CH, ad quam ea sit, ut summa massarum A, a ad massam S, gyrabit circa centrum commune gravitatis R hinc massa S, inde illud systema massarum A, & a, quod interea peraget suos motus circa centrum C ipsorum duorum corporum, & linea ACa convertetur ita, ut jam corpus A, jam corpus a jaceat versus S, & jam abeat ad dexteram, jam ad lævam; ac ob viciniam, quam habent corpora A, & a inter se, & cum centro C, si totum systema habeatur pro unico puncto, describet hinc S, inde ipsum systema sectionem conicam, & punctum A apparebit ex S in directione proxima directioni SC. Et quidem cum centrum C distet a terra minus, quam una semidiametro, & saltem omnino minus, quam una diametro terrestri, ut facile deducitur ex ratione massarum A, a, & distantia Lunæ a Terra, angulus ASC erit paucorum secundorum, quo angulo aberrabit Tellus spectata e Sole menstrua aberrationum periodo hinc, & inde a positione SC. Sol autem S apparebit existens in A tanquam translatus circa ipsum A immotum in ellipsi contraria ei, quam describit C cum aberratione contraria respondente angulo ASC; ex quo patent, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 1973.

516 Si vires massarum A, a dirigerentur semper per rectas parallelas, & essent inter se æquales, earum motus respectivus nihil omnino turbaretur juxta num. 513, sed circa suum centrum commune gravitatis translatæ describerent accurate suas sectiones conicas; & si ea directio esset parallela rectæ CS, ac ipsa vis mutaretur accurate in ratione reciproca duplicata distantiæ, ipsius CS punctum C, & massa S describerent sectiones conicas itidem accuratas. Sed cum eæ conditiones non sint accuratæ; oritur aberratio aliqua, & in illo respectivo motu corporum A, & a, & in motu punctorum C, & S; sed ob exiguum recessum ab iis conditionibus, quem inducit propinquitas punctorum A, a, aberrationes ejusmodi erunt perquam exiguæ, respectu distantiæ CS, inveniuntur autem satis sensibiles respectu distantiæ Aa, ut idcirco nullæ inde aberrationes sensibiles oriantur in motu apparenti Solis S spectati e Terra A, qui fiet tanquam si punctum C revera moveretur in accurata ellipsi, cum legibus ipsi debitis, & A, a moverentur in veris ellipsibus; immo & substituto ellipsi descriptæ a Terra A circulo, & habito motu pro æquabili, nulla sensibilis aberratio in Sole oritur ex ejusmodi positionis differentia a motu elliptico turbato.

517 Et quidem illud adhuc multo magis commodum accidit, quod aberratio motus puncti C a vera ellipsi erit adhuc multo minor, quam sit aberratio, quæ haberi debet in A, & a, etiam respectu distantiæ SC. Sint enim AI, ai vires punctorum A, & a in S, & ducta SC, quæ rectam iK parallelam aA secet in L, ducatur Lc parallela Sa, quæ secabit iI in c in ratione iL ad LK, sive aC ad CA, nimirum massæ A ad massam a; adeoque, si massæ iis viribus obtemperantes descenderent ad I, & i, centrum gravitatis C abiret in C; & idcirco Cc exprimit directionem, & magnitudinem vis, qua urgetur centrum C; ac si assumatur CM versus S, quæ ad ai sit, ut quadratum Sa ad quadratum SC, ac vis Cc resolvatur in duas CM, Mc, prima ducet punctum C in ellipsi accurata, & secunda sola Mc perturbabit motum. Porro ipsa est exigua etiam respectu differentiæ virium AI, ai, & deviatio directionis Cc a directione CS erit exigua etiam respectu anguli ASC. 518 Ac-

518 Accipiantur enim AP, AQ mediæ geometricæ inter AI, AK; & cum sit AI ad ai, ut est SA^2 ad Sa^2, sive ut ia^2 ad KA^2, erit AI ad AK, ut ai^3 ad AK^3. Est autem AI ad AK, ut AQ^3 ad AK^3. Igitur ai, & AQ æquantur, & est AI ad AQ, ut aS^2 ad AS^2, adeoque AI ad AP ut aS ad AS, nimirum proxime in ratione æqualitatis, in qua eadem ratione cum debeant esse ex natura progressionis geometricæ terminorum differentiæ IP, PQ, QK, erit IQ differentia virium aI, AI quamproxime $\frac{2}{3}$ rectæ IK. Eodem pacto erit & differentia virium ai, CM quamproxime $\frac{2}{3}$ ML. Quare erit IK ad LM, ut differentia virium ai, AI ad differentiam virium ai, CM, sive proxime ut differentia quadratorum SA, Sa ad differentiam quadratorum SC, Sa, quæ in quadratis parum differentibus sunt quamproxime, ut differentiæ ipsarum SA, Sa, & SC, Sa, adeoque si arcus circuli radio SA occurrat rectis SC, Sa in O, N, ut aN, CO, nimirum habito arcu AON pro rectilineo, & CO, aN pro parallelis, ut aA, CA, sive ut iK, iL, vel demum ut eadem illa prima IK ad Lc. Hinc Lc, LM sunt proxime æquales; & proinde ob angulum cLM perquam exiguum æqualem angulo ASC paucorum secundorum, erit cM proxime perpendicularis CS, & erit ad LC minorem K, sive minorem $\frac{2}{3}$ differentiæ virium massarum A, & a, ut sinus perquam exigui anguli ASC ad radium; nimirum ea vis erit perquam exigua respectu illius ipsius differentiæ. Quoniam autem e superioribus facile patet, etiam cL esse exiguam respectu Cc, patet itidem, deviationem cCL esse exiguam respectu anguli cLC, sive anguli ASC.

519 Patet præterea vim cM esse proportionalem differentiæ virium A, & a, & sinui anguli ASC conjunctim. Porro differentia virium est proxime, ut differentia quadratorum SA, SN, quæ est proxime, ut aN, sive habito arcu AN pro perpendiculari ad aN, ut sinus anguli aAN, nimirum cosinus anguli aAS distantiæ angularis Lunæ a Sole: sinus vero anguli ASC erit, ut AO, sive ut sinus anguli ACO, vel proxime ipsius CAS ob CS, AS proxime parallelas. Erit igitur ea vis, ut factum ex sinu, & cosinu distantiæ Lunæ a Sole, nimirum, cum in Trigonometria facillime demonstretur esse radium ad cosinum, ut duplum sinum ad sinum arcus dupli, erit ea vis, ut sinus duplæ distantiæ Lunæ a Sole. Is sinus, ubi dupla distantia evadit semicirculus, evanescit, & mutat directionem. Igitur ea vis in quadraturis, & syzygiis est nulla, in transitu autem per quadraturam utramvis, & syzygiam mutat directionem. Cum ea sit tota ad sensum perpendicularis rectæ CS, nihil aliud præstabit, nisi accelerare descriptionem æqualium arearum in primo, & tertio quadrante, retardare in secundo, & quarto, & is effectus post integras conversiones compensabitur, ac elidetur.

520 Hinc jam, & ob tantam ejusmodi vis exiguitatem nullius est usus perquisitio ejus magnitudinis absolutæ in aliquo situ, ex qua erueretur magnitudo pro quovis alio, & effectus ipse computari posset. At id ipsum si libeat facile præstari potest. Nam differentia virium AI, ai, quæ ad gravitatem Terræ A in Solem est, ut differentia quadratorum SA, Sa ad quadratum Sa, facile definitur, & definietur paullo inferius: ejus $\frac{2}{3}$ est IK, quæ ad Lc est, ut Ki ad iL, sive Aa ad ac, vel summa massarum ad massam A; ac demum

demum Lc ad cM est, ut radius ad sinum anguli ASc, qui angulus admodum facile definitur data positione Lunæ, & ratione massarum.

521 Ut autem determinemus aberrationes, quas in motu respectivo Lunæ circa Terram inducit inæqualitas illa & convergentia virium utriusque in Solem; sit in fig. 54 Sol in S, Terra in T, orbita Lunaris circa Terram $HFKE$, in qua Luna in L. Sit autem centro S arcus circuli HTK occurrens rectæ SL productæ, si opus est, in C, capianturque SD, SB continuè proportionales post SL, SC; & cum sit vis T in S ad vim L, ut SL^2 ad $ST^2 = SC^2$, sive ut SC, vel ST ad SB; si TS exprimat vim Terræ T in Solem S, exprimet BS vim Lunæ L in ipsum Solem. Ducta BA parallela LT, ea vis resolvi poterit in duas BA & AS; secunda autem AT in duas AT, & TS. Via TS parallela, & æqualis vi, quæ urget Terram in Solem, nihil turbabit statum respectivum Lunæ, ac Terræ: binæ vires BA & AT sunt illæ, quæ statum respectivum perturbant. Quare considerandi sunt soli effectus harum virium conjuncti cum motu in ellipsi circulo proxima, quem determinat velocitas tangentialis, & vis Lunæ in Terram. Quin immo, ut consideremus orbitam ipsam apparentem circa Terram, considerabimus in Luna in L juxta theor. 1 num. 512, vim, quæ ad suam vim in Terram sit, ut summa massarum ad massam Terræ, qua vi ipsa orbita NLK describeretur circa Terram immotam eodem tempore; quod erit transferre in Lunam etiam motum, quo movetur Terra, & vim, qua ipsa urgetur in Lunam; ac jam habebimus motum apparentem eundem, qui haberetur, si Luna moveretur in orbe elliptico proximè circulari circa Terram immotam vi, quæ ad vim, quam habet in Terram, sit, ut est summa massarum ad massam Terræ, ac interea perturbaretur illis binis viribus BA, AT, quæ remanent considerandæ, ut computentur earum effectus.

522 Hæc resolutio vis lunaris in partes tres, quarum TS motum respectivum non turbat, est illa, quæ proponitur in adn. ad vers. 2020, & hoc est illud schema, quod ibi inspiciendum proponitur. Binæ vires perturbatrices ibi propositæ sunt vis BA, & vis AT. Additur ibi, rectam BA, quæ exprimit primam vim, esse ad sensum æqualem distantiæ LT, & urgere Lunam in Terram, ac augere gravitatem in ipsam, rectam vero AT esse ad sensum æqualem triplo excessui, vel defectui distantiæ SL Lunæ a Sole supra distantiam ST Terræ ab eodem.

523 Prima pars patebit melius post hanc secundam. In primis SL erit minor, vel major, quam ST, prout Luna jacuerit citra arcum HTK in L, vel ultra in L', & in primo casu AT jacebit ultra, in secundo $A'T$ citra T, ac in utroque dirigetur respectu L ad partes oppositas plano perpendiculari ad ST ducto per T. Nimirum in primo casu a vi AS majore ob minorem distantiam demenda erit vis TS æqualis, & parallela vi Terræ, ut habeatur residua perturbatrix, & in secundo vi SA' minori ob majorem distantiam addenda erit vis TA' ad obtinendam æqualitatem, & parallelismum cum vi Telluris, tum alia $A'T$ ipsi contraria, & æqualis, quæ ipsam elidat, & rem reducat ad verum statum. Idem enim est habere vim $A'S$, ac habere vires TS, $A'T$, & effectus illius solius erit idem, ac harum duarum. Harum prior statum respectivum non turbat, turbat posterior. Hinc hujusmodi vis perturbatrix & in arcu citeriore HFK, & in superiore KEH distrahit Lunam a plano

plano perpendiculari ad *ST* transeunte per *T*, & in novilunio in F, ac in plenilunio in E directè ipsam distrahit a Terra.

524 Ut demonstretur ipsam *AT* esse proximè æqualem triplæ illi differentiæ distantiarum *SL*, *ST* nimirum triplæ *TC*, satis est notare ipsam esse proxime æqualem *LB*. Est enim ad ipsam, ut *ST* ad *SL*, quæ est proximè ratio æqualitatis. Nam differentia ipsarum *ST*, *SL*, nunquam est major, quam *TL*, distantia Lunæ a Terra, quæ nunquam pertingit ad semidiametros Terrestres 65, dum *ST* (num. 496) est semidiametrorum proximè 19644, adeoque differentia est minor, quam $\frac{1}{3000}$ totius, ubi est maxima circa syzygias in apogeo, quæ adhuc minuitur in accessu *L* ad quadraturas *H*, *K*, & in accessu ad Solem. Inde autem consequitur etiam illud fore *AT* proxime triplam *LC*. Sunt enim *LC*, *CD*, *DB* differentiæ terminorum *SL*, *SC*, *SD*, *SB* progressionis geometricæ, ut *SL*, *SC*, proximè in ratione æqualitatis, adeoque *LB* proximè tripla *LC*, & idcirco etiam *AT* proximè tripla ipsius.

525 Hinc jam patet & prima pars; nam est *BA* ad *LT*, ut *SB* ad *SL*, quæ sunt proximè æquales inter se, cum earum differentia *LB* proximè tripla *LC* debeat esse minor, quam $\frac{1}{1000}$ totius, & inde habetur illustratio eorum omnium, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 2058, cum *HLK* referat superficiem sphæricam ibi expressam, ut & quæ dicta sunt in adn. ad vers. 2085.

526 Utraque vis perturbatrix erit aliquanto major in arcu *HLK*, minor in arcu *KEH*, quam pro ea data mensura; quæ tamen differentiæ assumpto illo medio pro tota periodo lunari se compensabunt. Facile autem definitur differentia ipsa virium pro novilunio F, & plenilunio E, in distantia Lunæ data, ut in media. Ibi distantia Lunæ est proxime semidiametrorum 60, sive est distantiæ *TS* semidiametrorum 19644 pars $\frac{1}{355}$ totius, adeoque *LD* $\frac{3}{355} = \frac{1}{118}$ totius, & proinde eam differentiam duplicando, erit per $\frac{6}{355}$ sui, sive per $\frac{1}{59}$ vis prima *SA* major in novilunio, quam in plenilunio. At *TA* erit per $\frac{5}{355}$ sui partem in novilunio major, quam *LB*: erit autem *CD* quamproxime triens ipsius *LB*, pro qua sumitur *CL*, quæ ab ipsa differe per $\frac{1}{355}$, adeoque *BL* superat triplam *CL* per $\frac{5}{355}$ sui partem, & *AT* evadit major per $\frac{2}{355}$ sui, quam tripla *LC*, nimirum eadem per $\frac{4}{355}$, vel $\frac{1}{89}$ sui major in novilunio, quam in plenilunio: cumque illa urgeat in Terram, hæc distrahat, sed hæc sit tripla illius, vis tota perturbans, & adhuc distrahens in novilunio erit major, quam in plenilunio per $\frac{12-6}{355} = \frac{6}{345}$ vis primæ urgentis; nimirum per $\frac{3}{355} = \frac{1}{118}$ vis compositæ ex ea, & tripla distrahente, quæ est tota vis agens, & distrahens in utroque casu; & id quidem aliquem parit excessum perturbationis in novilunio supra perturbationem in plenilunio, sed non ita magnum.

527 Si in fig. 55, 56 sit orbita *ELFL'* eadem, ac in fig. 54 cum eadem recta *ETF*, sit autem *HTK* perpendicularis ad *EF*, & *LC* perpendicularis ad *HK*, adeoque parallela *EF*, patet fore hanc *LC* quamproxime æqualem *LC* figuræ 54; nam ibi *HTK* arcus perquam exiguus, cum sit mensura duplæ F. 55 56

elon-

elongationis Lunæ a Sole, quæ per num. 499 est 8', 33', adeoque haberi potest pro recta perpendiculari ipsi ST. Quare in fig. 55 referent LT, & $3CL$ accuratè directionem, proximè quantitatem binarum vitium perturbatricium, & habebitur plenilunium in E, novilunium in F accuratè, binæ autem quadraturæ in H, & K quamproximè; concipiatur autem motus per FHE, ut sit H prima quadratura post novilunium, & inquiratur in omnes effectus, & mutationes secundæ vis $3CL$, sed ea prius resolvatur in duas per CI perpendicularem ad TL, & IL, quas in adn. ad vers. 2102 appellavimus cum Nostro partem primam, & secundam secundæ vis perturbatricis.

528 Prima pars motum angularem retardat, vel accelerat, prout directio conspirat cum motu Lunæ, vel ipsi opponitur. Porro facile patet, quod in ea adnotatione affirmatur, ipsam CI evanescere in syzygiis, punctis L, L' abeuntibus in F, E, & CI, $C'I'$ in T, ac in quadraturis abeuntibus simul omnibus LCI, $L'C'I'$ in H, K. In primo autem, & in tertio quadrante, ut in fig. 55, CI, $C'I'$ habebunt directionem oppositam directioni motus per FLH, $EL'K$, in secundo autem, & quarto, ut in fig. 56 conspirantem cum directione motus per HLE, $KL'F$. Quare in primo, & tertio quadrante retardabunt descriptionem areæ circa T, seu motum angularem, in secundo, & quarto accelerabunt. Secunda pars IL semper habet directionem contrariam vi LT, adeoque opponitur directioni vis primæ perturbatricis, ac minuit gravitatem in Terram, quam illa auget: & hæc quidem pertinent ad eam adnot. in vers. 2102.

529 Facile etiam determinatur ratio, in qua crescant, & decrescant hæ binæ partes vis secundæ. In primis sunt TL, LC, TC, ut radius, sinus, & cosinus anguli HTL, vel cosinus, & sinus anguli CLT, vel LTF, ac ipse angulus HTL est distantia Lunæ a quadratura, & LTF distantia ejusdem a syzygia. Deinde si
F.57 in fig. 57 triangulum TLC sit idem, ac in fig. 55, & 56, & triangulo rectangulo LCT circumscribatur semicirculus; patet, in eo circulo LT, quæ exprimit primam vim, fore diametrum; CI, quæ exprimit primam partem vis secundæ, fore sinum arcus TC, vel CL, qui sunt dupla mensura angulorum TLC, CTL, quorum primus in fig. 55, & 56 est æqualis distantiæ LTF Lunæ a syzygia, & secundus est ibidem ipsa distantia LTH a quadratura; IL, quæ exprimit secundam partem vis perturbatricis secundæ, erit in fig. 57 sinus versus arcus LC metientis duplam distantiam Lunæ a quadratura, & ob similia ubique triangula rectangula TCL, TIC, CIL, est $TL . TC :: LC . LI = \frac{TC \times LC}{TL}$, & $TL . LC . : LC, LI = \frac{LC^2}{TL}$. Inde autem profluunt plurimæ comparationes inter ejusmodi vires, & ratio mutationum.

530. 1. *Est vis prima ad vim secundam, ut radius ad triplum sinum distantiæ Lunæ a quadratura, vel triplum cosinum distantiæ a syzygia: est enim, ut LT ad $3CL$. 2. Est vis prima ad primam partem vis secundæ, ut quadratum radii ad triplum factum ex sinu, & cosinu distantiæ, vel a syzygia, vel a quadratura, ac ut radius ad $\frac{3}{2}$ sinus duplæ distantiæ a syzygia, vel a quadratura: est enim ut TL ad $3CI = \frac{3 TC \times LC}{TL}$*, sive, ut TL^2 ad $3TC \times LC$, & ut LT duplum radii in fig. 57 ad $3CI$ triplum sinum arcus

cus CT, vel CL. 3, *Est vis prima ad secundam partem secundæ, ut quadratum radii ad triplum quadratum sinus distantiæ a quadratura, vel cosinus distantiæ a syzygia, ac ut radius ad* $\frac{1}{2}$ *sinus versi duplæ distantiæ a quadratura*: est enim ut LT ad $3LI$, & $LI = \frac{CL^2}{CT}$. 4. *Vis secunda, & binæ ejus partes sunt ad se invicem, ut radius, sinus, & cosinus distantiæ a quadratura, vel cosinus, & sinus distantiæ a syzygia*. Sunt enim in fig. 55. LC, CI, IL ad se invicem, ut LT, LC, CT. Quod si orbita habeatur pro circulari, adeoque TL pro constanti, 5. *erit vis secunda, ut sinus distantiæ a quadratura, vel cosinus distantiæ a syzygia*; nam erit ut CL. 6. *Erit pars prima vis secundæ, ut factum ex sinu, & cosinu distantiæ utriuslibet, ac ut sinus duplæ distantiæ, vel a quadratura, vel a syzygia*; est enim CI per TL ut $LC \times CT$, ac eadem in fig. 57 est sinus tum arcus CL, tum CT, & hæc est illa æquipollentia binarum rationum, quam ex Trigonometria assumpsimus num. 519, & analogia vis perturbantis motum centri gravitatis cum hac secunda parte vis secundæ, quarum virium utraque mutat celeritatem angularem, & in eadem ratione crescit, ac decrescit. 7. *Erit pars secunda, ut quadratum sinus distantiæ a quadratura, vel ut sinus versus ejus distantiæ duplicatæ*. Est enim ut LI, quæ manente LT est, ut LC^2, ac LC est in fig. 55 ille sinus rectus, in fig. 57 LI est ille sinus versus. 8. *Mutata distantia Lunæ a Terra, vel Terræ a Sole, ambæ vires perturbatrices, & ambæ partes vis secundæ mutantur in ratione directa simplici prioris, & reciproca triplicata posterioris*. Est enim in fig. 54 ST ad TL, ut gravitas Terræ in Solem, quæ dicatur G, ad vim primam perturbatricem, que erit $= \frac{TL \times G}{ST}$, nimirum cùm sit G, ut $\frac{1}{ST^2}$, erit ea vis, ut $\frac{TL}{ST^3}$. Cum autem ea ad secundam, & ejus partes habeat (num. 53n) rationem, data Lunæ positione, datam per radium sinus, & cosinus datos, mutabuntur & ipsæ in eadem ratione.

531 Hæc theoremata exhibent intimiorem notitiam harum virium, & plura ex iis usum habent ad exponenda, & demonstranda, quæ proposuimus in hac, & sequentibus adnotationibus. In adn. ad vers. 2102. habetur illud, 1. *Vis secunda in quadraturis est nulla, at dum Luna inde tendit ad syzygias, ita crescit, ut in ipsis syzygiis evadat tripla vis primæ*. Nam sinus distantiæ a quadratura, cui ea est proportionalis per superius theor. 5, in ipsa quadratura evanescit, tum versus syzygias perpetuo crescit, ac in ipsis syzygiis fit æqualis radio, & idcirco in theor. 1 erit ibi vis prima ad ipsam, ut radius ad triplum radium, ut 1 ad 3.

532 Additur 2. *pars ejus prima crescet utique & ipsa a quadratura ad syzygiam, sed non æque; nam crescet usque ad octantem, tum usque ad syzygiam decrescet, adeoque quater evanescet in binis nimirum syzygiis, & in binis quadraturis, ac quater fiet maxima, in quatuor nimirum octantibus*. Nam sinus duplæ distantiæ a quadratura, cui sinui ea est proportionalis per theor. 6, in ipsa quadratura evanescente ea distantia, est nullus, crescit autem inde perpetuo, donec ipsa dupla distantia fiat quadrans, nimirum distantia fiat octans, tum decrescit, donec dupla distantia fiat semicirculus, nimirum

rum distantia fiat quadrans, ubi evanescit, adeoque in syzygiis, & quadraturis est nulla, in octantibus est maxima. Addi poterat, *in octantibus est* $= \frac{3}{2}$ *vis prima*; cum ex theor. 1 vis prima sit ad eam, ut radius ad $\frac{3}{2}$ ejus sinus, qui ibi evadit radius

533 Additur 3. *pars secunda perpetuo crescit a quadraturis ad syzygias, in quibus evadit æqualis toti, evanescente parte altera, tum usque ad novam quadraturam decrescit, bis tantum evanescens in quadraturis, & bis facta maxima in syzygiis*; nam sinus distantiæ a quadratura, cujus quadrato ea est proportionalis per theor. 7, in quadratura ipsa evanescit, tum crescit crescente distantia, usque dum ea fiat quadrans, quo casu est maximus æqualis radio; evanescit autem ibi pars altera, & hæc fit æqualis toti vi secundæ, cum per theor. 4 vis secunda, pars prima, & pars secunda sint ut radius, sinus, & cosinus distantiæ a quadratura, cujus cosinus, ubi ea fit quadrans, evanescit, & sinus fit æqualis radio.

534 Æque facile inde patebunt jam, quæcunque habentur in adn. ad vers. 2139: in quadratura urgebit Lunam in Terram tota vis perturbatrix: in recessu a quadratura eam urgebit initio excessus ipsius vis primæ supra partem secundam vis secundæ, qui decrescet usque ad distantiam proxime gr. 35, ubi is evanescet: evanescet enim, ubi vis prima, & pars secunda vis secundæ æquabuntur, nimirum ubi per theor. 3, erit radius $= \frac{3}{2}$ sinus versi duplæ distantiæ, adeoque is sinus versus $= \frac{2}{3}$ radii, & ejus differentia a radio, nimirum cosinus duplæ distantiæ $\frac{1}{3}$ radii $= 3333$ ad rad. 10000, cui cosinui respondet dupla distantia 70°, 32', adeoque distantia 35°, 16'. Tum facta jam majore vi distrahente, ejus excessus supra vim primam distrahet Lunam a Terra, qui crescet usque ad syzygiam, ubi differentia virium distrahens fiet duplo major, quam fuerit vis prima urgens in quadratura. Erit nimirum dupla, si ponatur vis prima æqualis in utroque casu; cum enim vis distrahens in syzygiis sit tripla vis primæ urgentis in Terram in ipsis syzygiis, excessus erit duplus hujus, adeoque duplus ejus vis primæ, quæ habetur in quadraturis. Quod si distantia Lunæ a Terra, vel Terræ a Sole fuerit in iis binis casibus diversa; erit vis distrahens in syzygia ad vim urgentem in quadratura, ut 2 ad 1, & præterea in ratione directa simplici prioris, & reciproca triplicata posterioris juxta theor. 8 numeri 530.

535 Ibidem additur, prævalere in tota periodo vim distrahentem vi urgenti in Terram, tum quia vis urgens agit per arcum minorem, tum quia eadem in quadraturis est duplo minor, quam vis distrahens in syzygiis. Si quæratur medius effectus utriusque vis simul agentis, habita orbita pro circulo descripto ad distantiam semper eandem, ut ad distantiam mediam, & considerata quadam determinata distantia a Sole, ut media permanente per totum

F. 57 Lunarem mensem, id quidem sic facile præstabitur. In fig. 57. fiat quadratum *LTQP*, cujus lateri *QP*, & diametro *LP* occurrat *CI* producta in *R*, & *V*, ac divisis *LQ*, *TP* bifariam in *N*, *M*, ducatur *NM* secans *IR* bifariam in *O*. Jam vero vim primam constantem poterit semper exponere *IR* æqualis *LT* distantiæ Lunæ a Terra, & vim distrahentem tripla *IV* æqualis triplæ *LI*. Quare summam virium urgentium in Terram exprimet quadratum *LTPQ*, & sum-

summam virium distrahentium exprimet triplum triangulum LTP, cujus excessus $PLTP$ erit unum triangulum LTP, id autem æquale uni rectangulo $LTMN$, in quo vis media $LO = LN$, quæ per totum quadrantem conversionis continuata æquetur excessui summæ omnium virium distrahentium supra omnes urgentes, erit æqualis dimidiæ vi primæ comprimenti; quod cum redeat eodem pacto in reliquis quadrantibus, *vis media perturbans gravitatem Lunæ in Terram per totum periodum erit vis tam gravitatem minuens, eritque æqualis dimidiæ vi primæ perturbatrici*.

536 Hujus postremi theorematis usus nobis obvenit § 2. l. 4, ubi gravitatem Lunæ in Terram contulimus cum gravitate nostrorum corporum a num. 118, & ejus ope inquisivimus in distantiam Lunæ a Terra, cujus ope obtinetur etiam mensura tum vis primæ perturbatricis, tum reliquarum, quæ ad illam habent rationem datam. Ibi posito radio sphæræ æqualis Terræ $= r$, gravitatis effectu redacto ad pedes in ejus superficie pro uno minuto secundo $= g$, distantia Terræ a Sole media $= d$, Lunæ a Terra $= x$, ratione duplicata temporis periodici Terræ ad tempus Lunæ t ad 1, ratione massæ Terræ ad summam massarum m ad 1, sinu verso motus medii Lunæ debiti 1'' ad radium $1 = s$, obvenit radius orbitæ Lunaris $= mx$, effectus vis retinentis Lunam in orbita sua circa centrum commune gravitatis $= msx$, effectus vis Terræ in Solem $= dsx$. Inde factis ut distantia Terræ a Sole $= d$ ad distantiam Lunæ a Terra $= x$, ita hic effectus $\frac{sd}{t}$ ad $\frac{sx}{t}$, ea juxta num. 530 est vis perturbatrix prima urgens Lunam in Terram, cujus dimidium $\frac{sx}{2t}$ juxta hoc postremum theorema superioris numeri est vis media distrahens Lunam a Sole; & huic vi distrahenti, quam elidit, ac vi msx retinenti Lunam in orbita æqualis gravitas Lunæ in Terram, quæ cum sit ad gravitatem in Terram g, ut r^2 ad x^2, est $\frac{x^2 g}{r^2}$, exhibet æquationem $msx + \frac{sx}{2t} = \frac{x^2 g}{r^2}$, sive $\frac{x^3}{r^3} = \frac{g}{rs} \times \frac{2t}{2mt+1}$ inventam ibidem, ex qua pro diversis valoribus m, $\frac{80}{81}$, $\frac{70}{71}$, $\frac{40}{41}$, inventis a Newtono, Bernoullio, D'Alamberto per diversas methodos, eruta est distantia x in semidiametris r, 60. 24, 60. 26, 60. 32; ac parallaxis horizontalis Lunæ 57', 4''; 57', 3''; 56', 59''$\frac{4}{7}$, mutatione utriusque tam exigua, licet in iis tribus valoribus m, ratio massæ Lunæ ad massam Terræ mutetur adeo immaniter; est enim $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{40}$ ipsius; unde, cum eæ parallaxes sint observationibus quamproximæ, & parallaxes Lunæ intra pauca secunda satis certo observari non possint, consequitur distantiam ipsam mediam Lunæ a Terra, quæ ex theoria gravitatis deducitur, consentire cum observationibus astronomicis, quantum fert earundem observationum natura, eamque multo accuratius, ac certius per theoriam ipsam definiri posse, determinato aliunde valore m, sive ratione massarum, quæ ratio hinc e contrario definiri accuratè non potest; distantiam autem ipsam conclusam jam esse intra arctissimos limites, etiam si non censeatur adhuc illa massarum ratio satis accuratè, & satis certo definita.

537 Facile autem ex valore $\frac{sx}{t}$ exhibente vim primam perturbatricem deducitur ejus ratio ad vim, quæ Lunam retinet in orbe suo circa Terram immotam, nimirum ad summam gravitatum Terræ in Lunam, & Lunæ in Terram juxta num. 521; nam ejusmodi vis esse debet sx ob ejus orbitæ radium x, & diviso $\frac{sx}{t}$ per sx, relinquitur quæsita ratio $\frac{1}{t}$. Ea ratio pertinet ad tempus quadraturarum, in quibus evanescente in fig. 54 LC, adeoque & LB, recta BA exprimens vim primam congruit cum distantia $LT = x$, ac habetur hujusmodi theorema. *Vis prima perturbatrix in media distantia Lunæ a Terra, & Terræ a Sole circa quadraturas est ad vim, qua concipitur retinere Lunam in orbe suo circa Terram habitam pro immota in ratione duplicata temporis periodici Lunæ ad tempus periodicum Terræ.* Ea ratio ex numeris temporum jam toties adhibitis evadit $\frac{1}{178.72}$, nec pendet, ut patet, a distantia Lunæ a Terra, nec a parallaxi, sed a solis temporibus periodicis. Ratio autem vis perturbatricis ejusdem ad vim minorem, qua Luna revera describit orbitam circa centrum commune gravitatis, obtinetur, diminuendo ejus fractionis denominatorem in ratione summæ massarum ad massam Terræ, adeoque si pro ea ratione assumatur 71 ad 70, erit $\frac{1}{176.20}$: ratio autem vis mediæ perturbatricis distrahentis Lunam a Terra, & minuentis gravitatem totam illius in hanc, quæ vis est dimidia vis primæ perturbatricis ad vim eandem, qua Luna retinetur in orbe suo circa centrum commune, sive ad gravitatem totam imminutam est $\frac{1}{352.40}$, & proinde ratio ejusdem ad totam gravitatem Lunæ in Terram $\frac{1}{353.40}$, & ratio totius vis primæ perturbatricis, quæ est hujus dupla, ad eandem gravitatem $\frac{1}{176.70}$, adeoque demum eadem ad gravitatem nostrorum corporum in superficie sphæræ æqualis Telluri, ut 1 ad $176.70 \times 60.26 \times 60.26 = 641645$.

538 Potest hæc postrema ratio haberi minore ambitu; cum enim ea vis sit $\frac{sx}{t}$, & gravitas illa nostra g, est eadem ratio $\frac{sx}{tg}$, ubi assumptis valoribus s, t, g ex num. 518, & posito $x = 60.26$, obvenit eadem ratio 1 ad 641358, discrimine exiguo orto ex fractionibus omissis in superioribus calculis ad obtinendam distantiam Lunæ, & vim adeo exiguam cum tanto majore gravitate comparandam.

539 Primam illam rationem $\frac{1}{178.72}$ pendentem a solis accuratissime definitis temporibus periodicis Newtonus etiam eandem exhibuit pr. 25 lib. 3 expressam per $\frac{1}{178.29}$; & easdem dedit relationes reliquarum virium perturbatricium ad hanc, & hujus in casu expresso in theoremate num. 537 ad ipsam

40

in re-

in reliquis casibus; sed ubi deinde utriusque vis perturbatricis effectum simul reducit ad vim, quæ Lunam distrahit a Terra, & ejus gravitatem minuit, adhibet & in pr. 3 lib. 3, ac ejus corol. & in corol. 7 prop. 38, non dimidium ejus vis, sed fere ipsam vim integram; auget enim vim in orbe in ratione $177\frac{29}{40}$ ad $178\frac{29}{40}$, sive ad $177\frac{29}{40}+1$, ut obtineat vim totam gravitatis in orbe Lunæ; cum debeat ex vi media assumi $178\frac{29}{40}$ ad $178\frac{29}{40}+\frac{1}{2}$. Id ipse videtur derivasse ex sua methodo determinandi motum apogei Lunaris, ubi satis vereor, ne duplex error, alter in ipsa methodo investigandi motum apogei, analogus illi, qui aliis summis viris principio imposuerat, exhibens motum ipsius apogei duplo minorem justo, alter in æstimanda vi media perturbatrice assumpta duplo majore justo, id effecerint, ut ipse censuerit motum medium apogei ipsius, cujus calculum vel non iniit, vel saltem non expressit, congruere cum theoria virium perturbatricium; sed ea de re fortasse aliquid inferius.

540 Hic interea statuendum illud, vim mediam, quæ Lunam distrahit, esse omnino dimidiam vis primæ perturbatricis, cujus idcirco dimidium, sive $\frac{1}{357.44}$ adhibendum omnino arbitror, ut adhibui, ad investigationem gravitatis totalis, & distantiam Lunæ conciliandam cum theoria. Dimidium itidem adhibuit in perquisitione parallaxeos lunaris ex gravitatis theoria D. Mayer, licet de hoc, quem arbitror Newtoni errorem, mentionem faciat nullam saltem in eo loco, quem D' Alambertus profert sub finem suæ Lunaris theoriæ, nec ipse D' Alambertus, qui id ibi discrimen vidit inter ipsum, & Newtonum, ac Newtoni potius determinatione utitur, in ejus discriminis fontem inquisivit. Porro Newtonus partim e distantia Lunæ inde eruta, partim ex aliis elementis diversis a nostris, in eadem pr. 25 l. 3 deduxit rationem vis perturbatricis primæ ad gravitatem nostrorum gravium hic 1 ad 638092.6 aliquanto majorem nostra.

541 Pergendum jam ad ea, quæ habentur in adn. ad vers. 2159. Patent nimirum ex tam multis theorematis, quæ de hisce viribus demonstravimus, ea omnia, quæ ibidem proponuntur, ut illud, velocitatem debere esse minorem in quadraturis post actionem partis primæ vis secundæ, quæ in primo, & tertio quadrante minuit velocitatem angularem, majorem contra in syzygiis post contrariam ejus actionem in secundo, & quarto: vim autem majorem in quadraturis, in quibus eam prima vis auget, quam in syzygiis, in quibus eandem minuit excessus secundæ partis vis secundæ supra vim primam, & idcirco recedere Lunam, dum abit ad quadraturas, magis, quam sine iis viribus perturbatricibus recederet; accedere magis, dum redit ad syzygias, quam accederet; unde fiat, ut etiam si ejus orbis ex projectione, & gravitate in Terram debeat esse circularis, vires perturbatrices ipsum mutare debeant in ovalem productam axe majore transeunte per quadraturas.

542 Newtonus prop. 28 l. 3 inquisivit in rationem axium ejusdem ovalis hoc pacto: determinavit rationem celeritatum, quæ habentur in quadraturis post retardationem factam a prima parte vis secundæ, & in syzygiis post acce-

celerationem ejusdem; & rationem virium in quadraturis, ubi vis augetur a vi prima perturbante, & in syzygiis, ubi ipsa vis minuitur ab excessu partis secundæ vis secundæ supra vim primam. Inde invenit rationem curvaturæ orbis in syzygia, & in quadratura. Quoniam autem a syzygia ad quadraturam concipitur ipsam orbitam gyrare circa suum centrum eo motu, quo totum systema convertitur interea circa Solem; reducit alteram curvaturam ad eam, quam haberet orbis immobilis: hunc orbem concipit, ut ellipticum, & assumpta ratione curvaturarum, quam relatè ad suos axes debet habere ellipsis, & comparata cum ratione inventa per celeritates, & vires, determinat denium rationem ipsorum axium, & per eam determinat, quantum in orbe, qui sine viribus perturbatricibus esset circularis, debeat crescere ob ipsas vires perturbatrices distantia in quadraturis supra distantiam in syzygiis.

543 Hæc methodus rite procederet, si curva illa reducta, quam Newtonus ut ellipsim considerat, esset revera ellipsis, vel saltem si constaret in ea rationem curvaturarum esse eandem, ac in ellipsi eorundem axium. At id Newtonus nequaquam demonstravit, nec nisi casu aliquo accuratum esse potest illud, quod ea methodo inde deducitur: nam ut etiam supra innuimus, ovales diversæ eorundem axium diversas admodum habere possunt curvaturas in eorundem axium verticibus, quod admodum facile demonstratur. Simili methodo est usus Newtonus ipse in investiganda compressione Telluris; & ibi res successit, quia Mac-Laurinus demonstravit deinde figuram æquilibrii in casu homogeneitatis debere esse ellipsim conicam. Sed haud ita facile demonstrabitur, curvam, quam hic considerat, esse ellipsim; a cujus forma parum quidem abludet, cum & a circulo abludat parum, sed poterit ab eadem plurimum etiam recedere in ratione curvaturarum. Nec desunt nunc quidem aliæ methodi inquirendi directè in formam orbis descripti vi gravitatis in Terram conjuncta cum illis viribus perturbatricibus supra definitis, & cum projectione, seu tangentiali vi ejusmodi, ut sine viribus pertubatricibus debeat haberi orbis circularis; sed ea fusius singillatim persequi, non est hujus instituti.

544 In adnot. ad versus 2221, & 2275 attigimus, quæ pertinent ad motum apogei lunaris, sive lineæ apsidum: primo loco occurrit theorema, quod Newtonus proposuit lib. 1 prop. 45, quod nimirum si aliud mobile describat quandam orbitam immobilem, aliud eandem mobilem circa centrum virium, differentia virium, quæ in iis binis casibus requiruntur, debeat esse in ratione reciproca triplicata distantiarum. Id quidem theorema facile accuratè demonstratur, sed facile est itidem ejus veritatem hoc pacto deprehendere. Concipiatur motus in curva mobili resolutus in duos, quorum priore describat mobile arcum curvæ immobilis, posteriore arcum circuli circa centrum virium, & vis requisita ad hunc posteriorem motum erit differentia virium. Porro cum area descripta tam in curva immobili, quam in mobili debeat esse constanti tempusculo constans, erit area etiam sectoris circularis constans, quæ cum sit productum ex dimidio arcu in radium, sive distantiam, erit is arcus, sive velocitas, reciprocè ut distantia. Est autem (num. 264 tom. 1) vis in circulo directè, ut quadratum velocitatis, & reciprocè ut radius. Quare erit ea vis, sive differentia virium in orbita mobili, & immobili, in ratione composita ex reciproca duplicata, & ex reciproca simpli-

plici, adeoque erit in ratione reciproca triplicata distantiarum Q. E. D.

545 Omittenda est hic nobis itidem expositio methodi, & demonstratio theorematis, quod ibidem innuimus, quibus Newtonus investigavit ipsum motum apsidum in orbibus ellipticis, qui sint finitimi circulo, & invenit apsides progredi, vel regredi, prout vis tota decrescit in ratione minore, vel majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum. Illud tantummodo innuam huc pertinens: Ubi vis tota non sit accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, is assumit formulam constantem binis terminis, quorum alter sit accurate in ea ratione, & alter in ratione reciproca triplicata. Huic formulæ æquat expressionem vis totalis, & determinat motum apsidum ex homogeneorum comparatione, postea quam generaliter determinaverat, qui motus orbitæ ellipticæ respondere debeat in casu binarum virium eas rationes reciprocam duplicatam, & triplicatam accurate servantium, data ratione vis alterius ad alteram in dato loco.

546 Porro hæc methodus duplici ex capite videtur mihi minus tuta, & erronea. Primo quidem, quod dum orbes circulis finitimos indiscriminatim assumit, eccentricitatem negligit, & terminos ab ea pendentes, in quo neglectu negligitur magna pars motus apsidum: sic ex termino seriei neglecto a Clairautio profluxit ille error, quem is ipse deprehendit, qui error ei motum apsidum dimidiaverat, uti diximus in adn. ad vers. 2275. Deinde videtur mihi erronea methodus Newtoni idcirco, quod solas vires considerat, non etiam velocitatem tangentialem, a qua itidem res pendet. Si mobile, quod in ellipsi immobili movetur, debeat moveri deinde in eadem mobili cum data quadam ratione motus apsidum ad motum corporis; præter illam vim in ratione reciproca triplicata, oportet, accedat velocitatis tangentialis mutatio, quæ iis velocitatibus motuum respondeat; nam si velocitas non mutetur simul ea ipsa mutatione, quæ ad rem requiritur, non describetur ea curva, quæ oritur ex motu composito in ea ellipsi, & ex eo motu ellipseos ipsius.

547 Atque hinc puto ipsi Newtono obvenisse erroneam determinationem motus apogei lunaris. Dum enim mutatur vis Lunæ in Terram ob perturbationem ortam a vi solari, non mutatur & velocitas tangentialis illa ipsa mutatione, quæ requiritur ad motum in orbita mobili respondentem illi ipsi mutationi vis; ex quo, & ex illo eccentricitatis contemptu erroneum obvenire necesse est motum apogei, nisi forte fortuna se errores mutuo compensent.

548 Newtonus quidem posteaquam prop. 45 l. 1 suam illam methodum exposuit, gradum facit ad ea, ex quibus pendet applicatio ad Lunam in cor. 2, ubi illud habet; si vi decrescenti in ratione reciproca duplicata distantiarum addatur vis, quæ sit in ratione directa simplici, sit autem hæc $\frac{1}{357.45}$ illius, motum apsidum in singulis revolutionibus fore 1°, 31', 28"; atque in posterioribus editionibus addit illud *Apsis Lunæ est duplo velocior circiter*; unde constat, ipsum ibi respexisse lunarem theoriam. In cor. 7 prop. 37 l. 3 ad habendam gravitatem Lunæ in Terram auget vim Lunæ in orbita per $\frac{1}{178\frac{29}{40}}$ ob actionem Solis, quæ Lunam distrahit, & citat corollarium 3 prop. 3 ejusdem libri, in quo corollario idem incrementum adhibet, posteaquam in ipsa propo-

 posi-

positione dixerat illud *Actio Solis, quatenus Lunam distrahit a Terra, est, ut distantia Lunæ a Terra quamproxime, ideoque per ea, quæ dicuntur in cor. 2. prop. 15 l. 1, est ad Lunæ vim centripetam, ut 2 ad 357. 45 circiter, seu ut 1 ad* $178\frac{29}{40}$.

549 Ex his patet, Newtonum censuisse, motum apsidum, quem habet Lunaris orbita, provenire a vi distrahente Lunam a Terra, quæ æquivaleat parti $\frac{1}{178.\frac{29}{40}}$ vis Lunæ in Terram, & inde intulisse, vim mediam perturbatricem distrahentem Lunam a Terra ejusmodi esse, ac idcirco in perquirenda gravitate Lunæ in Terram addidisse ejusmodi vim. Porro vidimus superius, vim mediam perturbatricem non esse $\frac{1}{178.\frac{29}{40}}$, sed $\frac{1}{357.45}$ ejus dimidiam; unde patet methodo adhibita a Newtono, si assumatur vis media perturbatrix non erronea, inveniri dimidium motum, ut & Clairautius dimidium invenerat methodo sua; adeoque erroneam esse Newtoni methodum, & correctionibus indigere: binos autem errores apud ipsum compensari, quorum alter situs est in erronea methodo exhibente dimidium ejus, quod exhibere debet, alter in valore vis mediæ perturbatricis, quam inde deduxit duplo majorem justo.

550 Sunt, qui in explicando motu apsidum in alios errores incurrant: dicunt motum lineæ apsidum fieri contra motum in orbita in descensu ab apside summa, si vis sit major, quam quæ requiritur ad describendam orbitam immobilem, & conspirare cum ipso, si vis sit minor, ac rem sic expediunt.

F.58 In fig. 58 si vis sit major, quam quæ requiritur ad deveniendum ex *A* ad *B*, devenietur ad distantiam *SC* minorem distantia *SB*; quod si orbita moveatur directione contraria, quoddam ejus punctum *D* motu retrogrado per *DC* abibit in *C*, eritque corpus in puncto *D* orbitæ ita translatæ: contra vero si vis sit minor, erit mobile in *c* ultra *B*, quod si deveniat per arcum *dc* punctum *d* motu conspirante, erit ipsum mobile in puncto *d* orbitæ mobilis.

551 Hæc theoria nec generalis est, cum non possit ullum orbitæ punctum devenire ad *C*, vel *c*, si distantia *SC* sit minor, quam *SP*, vel distantia *Sc* major, quam *SA*; & præterea erronea est ex hoc capite, quod motum apsidum inducat etiam pro casu, in quo nullus eorum sit motus. Si nimirum projiciatur ex *A* corpus directione perpendiculari ad *SA*, & velocitate tali, ut orbitam describat ellipticam vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, concipiatur autem addita vis altera priori semper æqualis, adhuc manebit ratio virium reciproca duplicata distantiarum, & describetur ellipsis, diversa quidem a priore, sed cujus apsides jacebunt in eadem illa recta *ASP*; adeoque nullus apsidum motus orietur adjecta hac nova vi. Id vero accidit, quia non omnia illius prioris ellipseos puncta adduci possunt ad puncta ellipseos posterioris motu illo orbitæ prioris, & si eo motu pars motus in orbita posteriore habiti explicetur per motum compositum ex motu in orbita, & motu orbitæ, erit mobile in apside novæ orbitæ, & acquiret maximam, vel minimam distantiam etiam, ubi non sit in apside orbitæ prioris.

552 Substituenda hic esset aliqua theoria genuina motus apsidum Lunæ, & osten-

ostendendum eundem motum conspirare cum vi gravitatis; sed id quidem longam tractationem requireret. Hunc consensum calculo integrali maximè elevato approximationibus usi invenerunt Clairautius, D'Alambertus, Eulerus: eundem methodo multo expeditiore, & fere prorsus geometrica invenit Walmesleyus in opere impresso Florentiæ superiore anno 1758, quod inscripsit: De inæqualitatibus motuum lunarium, ubi a pag. 46 habetur elegantissima determinatio motus medii apogei lunaris. Is assumpta vi media perturbatrice distrahente $\frac{1}{357 \cdot 45}$, invenit motum apogei annuum 40°, 40', 38'', qui apud Halleyum in tabulis est 40°, 40', 43''; nimirum adhibita vi dimidia via adhibitæ a Newtono, & ejusmodi, cujusmodi vis media habetur revera ex actione Solis, invenit motum medium conspirantem cum observato. Multo autem adhuc difficilior est determinatio motus veri ipsius apogei, qui motus variationes plurimas subit, jam directus, ut in syzygiis, jam retrogradus, ut in quadraturis; sed hæc itidem vix licet innuere.

553 Etiam in mea dissertatione de inæqualitatibus Jovis, & Saturni habentur formulæ eruta methodo synthetica pro motu apsidum, quæ facile applicari possunt ad lunares motus; sed id ipsum vix itidem licet innuere, & progrediendum est ad motum lineæ nodorum, quem attigimus in adnot. ad vers. 2284. Verum & hic demonstrationes plurea omittendæ necessario sunt, & illustrandum schemate opportuno id unum, quod Noster expressit versibus.

554 Sit in fig. 59 orbita lunaris *HFKE* inclinata ad planum eclipticæ, quod secet in recta *Nn*; & si *TS* tendat ad Solem, erit *STN* planum eclipticæ, cui perpendicularia si sint duo plana, alterum transiens per *ST*, alterum ipsi *ST* perpendiculare, occurret illud quidem orbitæ lunari in recta syzygiarum *FE*, hoc autem in recta quadraturarum *HK*, ac si recta nodorum *Nn* non congruerit cum linea syzygiarum *FE*, efficiet cum linea quadraturarum *HK* binos angulos acutos, ut *HTN*, *KTn*, & binos obtusos, ut *HTn*, *KTN*. Invenit igitur Newtonus, ubicunque fuerit in utrolibet e prioribus Luna, ut in *L*, nodos progredi eorum motu conspirante cum motu Lunæ, ubicunque autem fuerit in utrolibet e posterioribus, ut in *l*, nodos e contrario regredi. F. 59

555 Fiat enim motus Lunæ *L* directione *FLH*, & arcus tempusculo infinitesimo describendus vi gravitatis in Terram sit *LA*, cujus chordula producta occurrat lineæ nodorum *nN* in *C*. Binæ sunt vires perturbatrices, quarum altera agit secundum directionem *LT*, quæ cum jaceat in plano orbitæ *HLNF*, non educit Lunam extra planum ipsum, adeoque nec turbat positionem lineæ nodorum, nec inclinationem orbitæ ipsius ad eclipticam. Altera vis perturbatrix agit directione parallela rectæ *TS*. Sit *AB* ejus effectus debitus tempusculo, quo describitur arcus *LA*, & si producatur *BL* usque ad planum eclipticæ in *D*, erit *CD* parallela *AB*; nam per *BA* parallelam *ST* potest concipi planum parallelum plano eclipticæ, & intersectiones eorum planorum cum plano *ALB*, quæ debent esse *AB*, *CD*, debent esse parallelæ inter se. Erit autem *CD* contrariæ directionis respectu *AB*, cum jaceant hinc, & inde ab *L*, & jacebit *D* respectu lineæ nodorum *TNC* ad eandem plagam, ad quam *A* respectu *TL*. Erit autem nova linea nodorum *TD*, nam orbita nova motu composito transibit per *B*, & ejus planum erit

 BLT,

BLT, cujus intersectio cum ecliptica erit *TD*, existente *CTD* motu lineæ nodorum in eo casu in consequentia.

556 At existente Luna in *l*, & effectu vis perturbatricis *ab*, si arcus *Nl* sit minor quadrante, jacebit & *e* ad partes *N* respectu *T*, & *ed* habebit eandem directionem, quam *ab*, jacente nova linea nodorum *Td* ad partes contrarias respectu *Te*, & existente motu nodorum retrogrado. Similis figura applicata punctis omnibus arcuum *NH*, *nK* ostendet semper motum nodorum directum, & punctis arcuum *NK*, *nH* motum eorundem retrogradum.

557 Quoniam autem etiam inclinatio plani *LDT* ad planum eclipticæ *DTC* non erit eadem, ac inclinatio plani *LCT*; mutabitur etiam inclinatio orbitæ lunaris ad eclipticam. Omnes mutationes tam lineæ nodorum, quam inclinationis orbitæ ad eclipticam Newtonus rite persequitur, & determinat, & quod ad hanc pertinet in prop. 30 l. 3 determinat motum nodorum in orbita habita pro circulo, in pr. 35 motum in orbita elliptica, & in pr. 32 motum medium. Invenit autem illud in pr. 30, nodis existentibus in quadratura, & Luna in syzygia esse motum horarium nodi in orbita habita pro circulari $33''$, $10'''$, 33^{iv}, 12^{v}; pro aliis casibus ductis *LO*, *LM*, *LG* perpendicularibus ad *TN*, *TF*, *TH*, fore motum horarium ad hunc, ut est factum ex iis tribus sinubus *LO*, *LM*, *LG* distantiæ Lunæ a nodo, a syzygia, a quadratura ad cubum radii *LT*; ac in prop. 32 invenit motum medium esse retrogradum, cum diutius is retrogradus sit, quam directus, cumque in anno sydereo esse $19°$, $18'$, $1''$, $23'''$, qui ex observationibus est $19°$, $21'$, $21''$, $50'''$: discrimen autem est minus parte trecentesima motus totius, quod ipsum discrimen is tribuit eccentricitati orbis lunaris, & inclinationi orbitæ.

558 Calculis accuratius institutis, & exactioribus methodis adhibitis, invenitur multo major consensus; sed angustiis pressi cogimur omittere omnem ejusmodi tractationem, ut & reliquas omnes inæqualitates, quarum nonnullas innuimus in adn. ad vers. 2329. Earum omnium expositio, & demonstratio majoris molis opus requireret, nec angustissimis horum supplementorum finibus contineri potest. Quæ autem proposuimus, ad quoddam specimen admirabilis consensus theoriæ cum observationibus motuum adeo inæqualium, & prima fronte irregularium, abunde sunt.

SUP-

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM SEXTUM

559 QUÆ hac libro continentur, vix amplo volumine satis illustrari possent; hic autem priores bini libri spatium jam omne huic tomo destinatum surripuerunt. Quamobrem vix quidquam perstringemus, præter maxime necessaria ad intelligenda ea, quæ Noster proposuit, indicatis nonnullis aliis, quæ nexum cum iis arctiorem habeant.

§. I.

DE LIBRATIONE LUNÆ.

560 A versu 93 ad 303 agit Noster de libratione Lunæ, & initio quidem causas ejus indicat, tum illud persequitur, cur tempus conversionis Lunæ circa proprium axem sit æquale tempori conversionis Lunæ circa Terram.

561 Hoc in genere notandum illud. Affirmavit jam olim Jo. Dominicus Cassinus omnia macularum phœnomena explicari, si assumatur, Lunam motu æquabili converti circa proprium axem, dum inæquali motu convertitur circa Terram ita, ut conversionum tempora æqualia sint: æquatorem hujus motus inclinari ad eclipticam in angulo gradnum $2\frac{1}{2}$, puncta vero æquinoctialia coincidere cum nodis orbitæ lunaris ita, ut ecliptica semper interjaceat inter orbitam, & æquatorem lunarem.

562 Primam ex his tribus conditionibus expressit Noster a versu 159, & quidem æqualitas temporum evidenter deducitur ex eo, quod post tot sæcula eadem semper Lunæ facies obvertatur Telluri. Secunda, & tertia quam veræ sint, ego quidem adhuc ignoro. Cassinus observationes, ex quibus eam theoriam deduxit, nequaquam exhibuit; nec vero eo tempore observandi ratio eo deducta fuerat, ut satis accuratas ad hanc determinationem observationes exhiberet. Fuse hoc argumentum pertractavit vir doctissimus Thobias Meyerus in suo tractatu de motu Lunæ circa proprium axem Germanicè edito, ubi & observationes habet plurimas plurium Lunæ macularum potissimum Manilii, & theoriam eruendi per tres ejusdem maculæ positiones inclinationem æquatoris, ac positionem punctorum æquinoctialium proponit, sed admodum implexam, & per approximationem tantummodo.

563 At id problema solutiones plures admittit directas, & expeditas tam per trigonometriam sphæricam, quam per planam. Ego rem perfeci per calculum trigonometricum erutum ex constructione, quam jam olim proposui in dissertatione de maculis solaribus, & adhibui tria ejus observationum ternaria pertinentia ad annos 1748, & 1749, nimirum 11, 16, 17, Maii, 2, 10, 15 Julii, Dec. 27, Febr. 25, Mar. 4. Inveni autem inclinationes ex iis ternariis 2°, 8' : 1°, 22' : 1°, 38', distantias puncti æquinoctialis ascendentis a nodo ascendente orbitæ lunaris + 11°, 48'; 4°, 1'; — 20°, 13', exprimente signo positivo illud esse orientalius hoc, negativo vero occidentalius. Meyerus sua methodo ex secundo ternario invenit inclinationem 1°, 40', distantiam a nodo 3°, 36', errore plurium minutorum exi-

exiguo in se, sed non ita exiguo respectu totius: adhibitis autem alia methodo, sed itidem eidem approximandi rationi innixa simul omnibus Manilii observationibus, & supposito utroque valore proximè constanti per integrum annum, invenit inclinationem 1°, 30', distantiam a nodo 3°, 46'.

564 Et quidem, quod pertinet ad positionem punctorum æquinoctialium, ipsa, ob adeo exiguam inclinationem, satis certo definiri non potest, saltem per observationes Mayeri, in quibus singulæ distantiæ a polo ne ab ipso quidem censentur certæ, nisi intra arcum, qui visus e Terra subtendat 5 secunda, adeoque contineat fere trientem lunaris circuli; nam satis exigua assumptæ distantiæ mutatione, mutatur plurimum positio punctorum æquinoctialium. Verum quod pertinet ad inclinationem multo accuratius, & certius definitur, quamobrem illud videtur colligi posse ex hisce determinationibus collatis inter se, & cum Cassiniana eam variabilem esse, ut & mutationi distantiæ a nodo, ac positionis in ecliptica favent deductiones, quas habuimus, utcumque minus certæ: optandum autem, ut institutis multis accuratioribus observationibus, quæ pertineant ad plures diversas positiones nodi orbitæ lunaris, hic motus, quem huc usque Astronomi nimis neglexerunt, certius definiatur, ut de re tota judicium ferri possit.

565 Cæterum si inclinatio æquatoris mutatur, simplex motus conversionis circa proprium axem ad librationem Lunæ explicandam non sufficit, ut itidem is solus non sufficit, si puncta æquinoctialia perpetuo mutant locum in ecliptica, quæ si reipsa comitantur semper accurate, vel proximè nodos Lunæ ita, ut post longam conversionum seriem adhuc sint ipsis proxima, oportebit, ipsorum motus medius sit idem, ac motus medius eorundem nodorum, nec illud jam tantum, quod in adnotationibus diximus, mirum videbitur, & causam physicam requiret, revolutionem mediam circa se esse æque diuturnam, ac sit revolutio circa Terram; sed etiam tempora media conversionum punctorum æquinoctialium, & nodorum æqualia itidem esse inter se.

566 Quod autem pertinet ad causam mechanicam prioris æqualitatis, quam proposuit Noster, & exposuimus in adnotatione ad vers. 216, eam ibi sententiam Mairanio adscripsimus. Illud quidem mihi videbar cum adnotationes perscripsi jam impressas, dum hæc conscribo, memoria retinere, me eam sententiam vidisse alicubi in aliquo Mairanii opere, & cogitabam hic ipsum indicare locum, quem cum quæsierim, invenire non potui, ut idcirco jure etiam dubitare incœperim, an in eo sim falsus. Ubi vero in eam ipsam causam diligentius inquisivi, paullo alia mihi quidem ratione visum est deduci debere illud phœnomenum ab inæquali textu partium Lunæ, vel a discrimine aliquo non exiguo a figura sphærica, quæ omnia hic brevissimè indicabo tantummodo.

567 Et primo quidem, ut habeatur recessus aliquis a motu parallelo non sufficit discrimen in vi motrice, sive in pondere particularum æqualis molis, sed requiritur omnino discrimen aliquod in vi acceleratrice. Hinc si grave cujuscumque figuræ projiciatur utcumque in spatio non resistente impresso motu æquali æqualibus ejus particulis, abibit motu parallelo, & gravitas, quæ concipiatur itidem æque agere in quasvis æquales ejus particulas per lineas parallelas, nihil turbabit parallelismum motus ejus corporis, utcumque alicubi multo sit densius, & cum multo majore pondere, sive motrice vi, quam alibi.

alibi. Corpus, quod habeat centrum gravitatis extra centrum figuræ, ubi in aqua demersum sit, idcirco ita suspenditur, vel descendit, ut pars ponderosior imum fundum conetur despicere, quia quæ specificam gravitatem majorem habent, minus amittunt suæ vis pro ratione suæ materiæ, quam quæ minorem; atque idcirco vim acceleratricem majorem habent. Hæc ratio eodem pacto Lunæ applicari non potest, utcumque diversa ponatur ejus densitas; cum vis acceleratrix non pendeat a densitate, hæc turbetur a motu circa Tellurem eodem pacto, quo a fluido, in quo innatat corpus grave.

568 Hoc discrimen patebit multo magis, postea quam indicavero, quo pacto eam ego rem concipiam, ubi quæ mihi genuina videantur hujus perquisitionis principia, paucis proponam. Transferatur huc theoria illa, quam superiore libro persecuti sumus pro motu Lunæ circa Terram perturbato ab actione Solis in fig. 54, sed in ea referat jam S Terram, T centrum gravitatis Lunæ, L particulam quamvis lunaris massæ. Hæc præter vim in Terram communem puncto T habebit binas vires alteram agentem directione LT in T, & proportionalem ipsi distantiæ LT, alteram agentem secundum directionem TF, TE perpendicularem plano, quod refert linea HTK habita pro recta. Prima vis nullam conatur inducere conversionem circa T, secunda conatur utique eodem pacto, quo si grave per T suspensum sit, gravitas data directione agens, & pertinens ad omnia puncta ipsius sita extra directionem gravitatis transeuntem per punctum suspensionis solicitat totum corpus ad conversionem circa axem aliquem, quæ conversio habebitur, nisi opposita virium momenta se destruant. F. 54

569 Verum longe alia hic erit oppositionis ratio, ac in casu gravis suspensi; nam ibi quidem gravitas punctorum omnium dirigitur in eandem plagam, hic autem vis punctorum sitorum citra planum HTK dirigitur in unam plagam, vis autem punctorum jacentium ultra dirigitur in plagam oppositam. Si concipiantur puncta omnia jacentia in unico plano $HFKE$, actiones punctorum jacentium in angulis HF, KE ibi opponerentur, hic tendunt simul ad inducendam conversionem secundum directionem $HFKE$, dum actio punctorum jacentium in angulis FK, HE tendit simul ad inducendam conversionem oppositam. Adest autem etiam discrimen in ipsa magnitudine vis, quæ ibi est constans in punctis omnibus, hic est proportionalis distantiæ a plano HK.

570 Adhuc tamen si Luna sit globus homogeneus, facile perspicitur actionum contrariarum summam æqualem fore, neque ullam hic haberi debere conversionem, ut in globo gravi homogeneo per centrum suspenso nulla itidem haberi debet conversio. At si vel figura non sit sphærica, vel densitas non sit homogenea, poterunt illæ summæ non esse æquales, adeoque haberi poterit determinatio ad conversionem. An autem habeatur conversio, & in quam plagam haberi debeat, data singularum particularum positione, & densitate sic facile definiri posset. Quævis particula ubicunque in tota massa jacens ultra planum HK, ut L', concipiatur translata citra ipsum per rectam $L'T$ tantundem productam in L, quo pacto tota massa jacebit jam citra planum: hujus massæ jacentis ita citra planum particula quædam, ut F, retineat suam densitatem, reliquæ autem omnes concipiantur attenuatæ in ratione suæ distantiæ LC a plano HK ad distantiam FT illius particulæ ab eodem plano.

plano. Massa hoc modo redactæ inveniatur centrum commune gravitatis, quod si jacuerit in recta TS, nulla habebitur conversio: si autem jacuerit extra, conversio habebitur circa axem transeuntem per T perpendicularem plano transeunti per id punctum, & per rectam TS. Nam omnia puncta L' translata in L idem ibi momentum exercebunt, quod in L', ad conversionem ob directiones virium in iis locis contrarias; & particula densior sita in L cum vi respondente distantiæ CL æque aget, ac particula tenuior cum vi respondente distantiæ FT. Quare motus fiet in eandem plagam, in quam fieret in ea massa uniformi gravitate prædita; in qua massa cum centrum gravitatis debeat descendere ad rectam TS, debet motus fieri circa axem perpendicularem plano transeunti per TS, & per id punctum, in quo plano nimirum fit ejus motus.

571 Verum ad inveniendam celeritatem ejus conversionis oportet, translatis omnibus particulis ulterioribus L' in L sine illa attenuatione, quærere centrum oscillationis massæ ita primo reductæ considerando gravitatem in singulis punctis non constantem, sed proportionalem distantiæ LC à plano HK; nam acceleratio motus circularis erit eadem, quæ esset in pendulo simplici determinato per distantiam centri oscillationis a puncto T. Hinc ad eam theoriam evolvendam requiritur determinatio centri oscillationis pro hypothesi gravitatis etiam non constantis, de qua agendum erit tomo 4, ubi, uti promisimus tomo 1, ex genuinis principiis inquiremus in ipsum oscillationis centrum, cujus determinationes ex subsidiariis quibusdam principiis petitas sub finem ejus tomi dedimus tantummodo pro gravitate constanti. At difficultas determinationis etiam pro data massa, & positione particularum augetur ex eo, quod conversione ipsius circa T mutantur distantiæ particularum ipsarum a plano HK, & totius massæ positio respectu ipsius, quod mutat ipsas particularum vires, & pro diversis positionibus anguli diversam requirit centri oscillationis distantiam a puncto T.

572 Facile autem jam hic apparet discrimen hujus theoriæ a theoria solidi immersi in aqua. Sit $EHFK$ sphæra homogenea, in qua in H addatur massa utcumque densa; in hac theoria nulla habebitur sollicitatio ad conversionem, cum vis massæ additæ evanescat evanescente distantia CL; ejusmodi autem grave immersum in aqua statim converteretur ita, ut punctum H abiret ad rectam TS.

573 Ut vero appareat, quo pacto ex hisce viribus oriri possit phænomenum ejusdem proxime faciei lunaris respicientis Tellurem, concipiatur corpus lunare $EHFK$ non prorsus sphæricum, vel non prorsus homogeneum in ea positione, in qua centrum illud gravitatis num. 570 sit in recta TL congruente initio cum TF: motu ipsius Lunæ menstruo circa S per TH, linea TFS respectu ipsius Lunæ movebitur motu angulari circa T, & radius TF abibit versus TK directione HFK per omnes positiones intermedias recedendo ita a recta TL. Hinc illud centrum conabitur redire ad ipsam novam positionem lineæ TF, & punctum illud L superficiei lunaris, quod prius congruens cum F respiciebat Terram S, conabitur abire versus ipsum punctum F, quod Terram tum respicit, inducta hoc modo conversione quadam, qua semper eadem facies nitatur se Telluri obvertere, & vis hujusmodi motum angularem inducens par sit gignendæ velocitati æquali illi, quam habet punctum F conversione menstrua rectæ TS circa T, adeoque desinat augeri distantia puncto-

rum

rum LF, & incipiat minui, donec etiam elidatur. Porro vis ejusmodi prius crescit in recessu rectæ TS a positione æquilibrii, tum decrescit, & potest evadere etiam negativa, sive motum urgere in partem contrariam; ubi oritur ingens complicatio casuum, quos hic evolvere non vacat.

574 Huc autem reducitur causa ejusdem faciei Lunæ obversæ semper Telluri, quam Newtonus innuit tantummodo in corol. propositionis 38 lib. 3 sed is Lunam concipit ut homogeneam, & inde illa propositione determinat figuram, quam ipsa Luna affectat sphæroidis oblongæ obversæ Telluri, quam si Luna initio habuit, debet illa materia redundans circa axem id efficere, ut axis ipse oscillet hinc & inde a recta Telluri obversa. Ut id pronius fiat, considerabimus hic casum simplicissimum rectæ lineæ, in cujus extremis punctis sint binæ massæ, quæ concipiantur connexæ per virgam inflexilem, & omni inertia carentem.

575 Sit ejusmodi recta LTL', cujus medium T, ac recta $ETFS$ constanter respiciente Terram sit HTK recta quædam ipsi semper perpendicularis. Si LTL' congruat cum ETS, nulla erit vis ad conversionem; sed si jaceat in angulis HTF, ETK, uti figura exhibet, habebitur utique a viribus CL, $C'L'$ vis proportionalis rectæ CI urgens descensum obliquum versus positionem FTE, quæ vis in majore angulo LTF erit perpetuo major usque ad gradus 45, tum incipiet decrescere; & si LTL' congruat cum HTK, evanescet. In omnibus autem iis positionibus ea vis conabitur inducere motum angularem directione HFK. At si angulus LTF sit major recta, ut puncta L, L' abeant in quadrantes HE, KF, jam vis oppositam directionem acquiret, & conabitur inducere conversionem contraria directione KFH.

576 Jaceat recta LTL' in plano orbitæ lunaris, & per ipsam initio transeat directio TS: motu angulari puncti T, directione TH, abibit recta TS a positione TL directione HFK. Tum statim vis CI incipiet inducere motum angularem lineæ TL versus TF. Quoniam initio is motus erit perquam exiguus, erit utique minor motu rectæ TF, quæ idcirco ab ipsa recedet, adeoque augebitur vis urgens motum angularem rectæ TL, qui idcirco crescet motu plusquam uniformiter accelerato.

577 Si jam alicubi ante, quam angulus LTF fiat rectus, evadat celeritas ejus motus angularis æqualis motui angulari rectæ TF, eo motu continua ejusdem vis actione adhuc crescente, incipiet e contrario recta TL accedere ad TF, & ad ipsam deveniet, tum ad partem oppositam transcurret, abeunte L in arcum FK, & celeritas motus angularis minuetur, donec velocitas angularis rectæ LT evadat iterum æqualis velocitati ipsius FT, quod fiet in eadem priore distantia, si conversio rectæ FT concipiatur æquabilis. Inde vero velocitate rectæ TL adhuc imminuta eadem accedet ad TF, & sic circa ipsam perpetuo oscillabit. Habebitur nimirum conversio media rectæ TL æqualis conversioni mediæ rectæ TF, sed eadem hinc & inde ab ipsa TF oscillabit, celeritate ejus conversionis jam imminuta, jam aucta.

578 Quod si recta TL recedat per quadrantem a recta TF ante, quam ii motus angulares fiant æquales, abibit ipsa recta TL in angulum HTE, ubi opposita virium æqualium actione ejus motus angularis minuetur per eosdem gradus, per quos creverat, & in appulsu L ad E evanescet.

579 Si congruente LT cum FT habeat massa motum angularem aliquem alium-

aliunde in eadem directione parum differentem a motu rectæ FT, vis multo minor sufficiet ad inducendam æqualitatem: nam relicta TL post TF ubi habuerit motum minorem, aget vis CL ad accelerandum ipsum, vel ea progressa, ubi habuerit motum majorem, aget eadem jam contraria ad ipsum minuendum, & citius ad æqualitatem perducet elisa differentia motuum mediorum, & inducto motu medio æquali motui rectæ TF. At si is motus angularis impressus rectæ TL fuerit multo major motu rectæ TF, vis autem CL exigua; tum abibit punctum L ad K, imminuta quidem perpetuo velocitate circulari puncti L, sed non extincta, quæ deinde per arcum KE crescet iterum, ac proinde habebitur conversio integra rectæ TL circa TF velocitate tantummodo variata magis, vel minus pro quantitate illius vis; quod quidem accidet multo magis, ubi velocitas rectæ TL impressa fuerit in partem contrariam.

580 Hic posterior casus pertinet ad Planetas primarios, quorum conversio, saltem eorum, in quibus ea deprehendi potuit, circa proprium axem est multo velocior, quam conversio circa Solem, vis vero perquam exigua erit etiam, si concipiatur tota eorum massa redacta in illa bina puncta L, L', ob exiguam diametrum respectu distantiæ a Sole, quæ multo minor evadet ob eorum formam sphæricam, & evanescet, si vel homogenea sit massa, vel ita distributa, ut contrariæ actiones se elidant; atque idem & Terræ debet accidere respectu Lunæ ob majorem celeritatem motus diurni, ob exiguam Lunæ massam, & ob materiam circa centrum fere æqualiter distributam, quod e pluribus indiciis colligitur. Priores autem binæ ex hisce tribus causis applicari possunt etiam Jovi respectu suorum satellitum, ac secunda Saturno quoque respectu suorum. Idcirco Planetæ primarii nec Soli, nec suis secundariis eandem semper faciem obvertent, motum autem circa proprium axem habebunt nonnihil variabilem, sed parum admodum, si inæqualitas omnium actionum provenientium ab omnibus viribus CL fuerit exigua.

581 Prior ille casus exhiberet Lunam, si tota ejus massa redacta esset ad illa duo extrema puncta; nam ejus exigua distantia a Terra id efficit, ut in eo casu illa vis sit multo major, quam quæ requiritur ad inducendum motum circularem, qui evadat æqualis motui circa Tellurem, antequam deveniatur ad quadrantem; sed ut reducatur ad Lunam juxta Newtoni theoriam, oportet concipere non virgam inertia carentem, sed globum, qui connectat, non massas in binis punctis constitutas, sed dispersas per totam superficiem, quo pacto vis minuitur plurimum, & dum dividitur effectus per totam massam globi, pene totus evanescit; nam in illa Newtoni prop. sphæroidis elevatio est tantummodo pedum 187 pars utique nimis exigua respectu totius Lunæ. Quamobrem omnino necessarium arbitror adhibere etiam inæqualitatem densitatis, & motum primitivum aliquem initio impressum, ac parum recedentem a motu circa Terram; sed ea omnia calculos requirunt admodum sublimes, & fere inextricabiles, ad accuratam determinationem.

582 Insistendo casui virgæ cum duabus massis, illud addam tantummodo, si recta LTL' jaceat in plano orbitæ lunaris, & ipsum planum sit immotum, conversionem inductam debere fieri constanter in plano.

583 Atque hic quidem patens admodum aperitur campus investigationi, ut determinetur omnis motus primo quidem binarum massarum LL', atque

que id ipsum cum conversione impressa secundum quamcumque directionem, qui casus facilius ad calculum reduci potest, tum plurium massarum, atque id cum conversione impressa secundum quamcumque directionem, & conferatur theoria cum observationibus circa macularum loca, quæ, ut huc usque habentur, indicant variationem tam inclinationis, quam positionis punctorum æquinoctialium: verum multo accuratiores requiruntur observationes, ut initio diximus. Credo autem omnino illud, a principiis, quæ hic exposui, petendam esse omnem explicationem, & determinationem librationis Lunæ; ipsam enim Lunam aliis viribus non agitari præter gravitatem in Solem, & Terram, videtur omnino deduci a consensu motuum ejusdem cum theoria gravitatis generalis, qui eo major invenitur in dies, quo magis ipsa theoria excolitur, inæqualitas autem virium in Solem pertinentium ad diversas particulas nihil ad sensum turbare poterit motum angularem inductum a vi in Terram, eum eæ ob tantam a Sole distantiam tanto minores sint. Sed nobis hic in eo diutius immorari non licet.

§. 2.

DE PRÆCESSIONE ÆQUINOCTIORUM, ET NUTATIONE AXIS.

584 De hoc argumento egimus cum Nostro ab adnot. in versum 145 usque ad adn. in vers. 449. Id etiam argumentum exigit longiorem tractationem, & sublimes methodos; pendet autem a theoria centri rotationis spontaneæ, connexa cum theoria centri percussionis, & oscillationis, de quibus agemus juxta meam theoriam virium tomo 4, ubi, si locus adfuerit, indicabimus etiam, quæ huc pertinent. Hic tantummodo innuam, qua ratione Newtonus progressus sit ad præcessionem æquinoctiorum determinandam, & in quo ejus theoriam corrigendam censeat D'Alambertus.

585 Newtonus omnem hanc præcessionem æquinoctiorum repetit, uti diximus in adnotationibus, ab inæqualitate virium, quas exercent Sol, & Luna in illam quantitatem materiæ terrestris, quæ redundat supra globum inscriptum illi sphæroidi compressæ ad polos, cujus figuram habet Terra ob rotationem diurnam. Pertractat autem id argumentum post prop. 38 lib. 3, ubi prius quidem præmittit quædam lemmata pertinentia ad virium comparationes, tum partim ex theoria motus nodorum Lunæ, partim ex earum virium consideratione deducit quantitatem motus medii præcessionis æquinoctiorum.

586 Ut hæc omnis ejus ratio intelligatur, referat in fig. 54 *HFKE* sectionem Telluris factam per polos, quæ in æquatore *LL'* assurgat in formam sphæroidis ellipticæ, sit autem homogenea ejus materia, uti eam Newtonus considerat, & recta *EΓF* tendat ad Solem *S*. Singulæ ejus particulæ, uti *L*, habebunt vires perturbatrices secundum *TL*, & *CL*, quarum prima nullam contendet inducere conversionem, contendet autem secunda, uti & in superiore paragrapho vidimus, eritque proportionalis distantiæ cujusque particulæ a plano *HK*, & particulæ quidem, quæ fuerint in angulis *HΓF*, *EΓK* F.54

nitan-

aliunde in eadem directione parum differentem a motu rectæ FT, vis multo minor sufficiet ad inducendam æqualitatem: nam relicta TL post TF ubi habuerit motum minorem, aget vis CL ad accelerandum ipsum, vel ea progressa, ubi habuerit motum majorem, aget eadem jam contraria ad ipsum minuendum, & citius ad æqualitatem perducet elisa differentia motuum mediorum, & inducto motu medio æquali motui rectæ TF. At si is motus angularis impressus rectæ TL fuerit multo major motu rectæ TF, vis autem CL exigua; tum abibit punctum L ad K, imminuta quidem perpetuo velocitate circulari puncti L, sed non extincta, quæ deinde per arcum KE crescet iterum, ac proinde habebitur conversio integra rectæ TL circa TF velocitate tantummodo variata magis, vel minus pro quantitate illius vis; quod quidem accidet multo magis, ubi velocitas rectæ TL impressa fuerit in partem contrariam.

580 Hic posterior casus pertinet ad Planetas primarios, quorum conversio, saltem eorum, in quibus ea deprehendi potuit, circa proprium axem est multo velocior, quam conversio circa Solem, vis vero perquam exigua erit etiam, si concipiatur tota eorum massa redacta in illa bina puncta L, L', ob exiguam diametrum respectu distantiæ a Sole, quæ multo minor evadet ob eorum formam sphæricam, & evanescet, si vel homogenea sit massa, vel ita distributa, ut contrariæ actiones se elidant; atque idem & Terræ debet accidere respectu Lunæ ob majorem celeritatem motus diurni, ob exiguam Lunæ massam, & ob materiam circa centrum fere æqualiter distributam, quod e pluribus indiciis colligitur. Priores autem binæ ex hisce tribus causis applicari possunt etiam Jovi respectu suorum satellitum, ac secunda Saturno quoque respectu suorum. Idcirco Planetæ primarii nec Soli, nec suis secundariis eandem semper faciem obvertent, motum autem circa proprium axem habebunt nonnihil variabilem, sed parum admodum, si inæqualitas omnium actionum provenientium ab omnibus viribus CL fuerit exigua.

581 Prior ille casus exhiberet Lunam, si tota ejus massa redacta esset ad illa duo extrema puncta; nam ejus exigua distantia a Terra id efficit, ut in eo casu illa vis sit multo major, quam quæ requiritur ad inducendum motum circularem, qui evadat æqualis motui circa Tellurem, antequam deveniatur ad quadrantem; sed ut reducatur ad Lunam juxta Newtoni theoriam, oportet concipere non virgam inertia carentem, sed globum, qui connectat, non massas in binis punctis constitutas, sed dispersas per totam superficiem, quo pacto vis minuitur plurimum, & dum dividitur effectus per totam massam globi, pene totus evanescit; nam in illa Newtoni prop. sphæroidis elevatio est tantummodo pedum 187 pars utique nimis exigua respectu totius Lunæ. Quamobrem omnino necessarium arbitror adhibere etiam inæqualitatem densitatis, & motum primitivum aliquem initio impressum, ac parum recedentem a motu circa Terram; sed ea omnia calculus requirunt admodum sublimes, & fere inextricabiles, ad accuratam determinationem.

582 Insistendo casui virgæ cum duabus massis, illud addam tantummodo, si recta LTL' jaceat in plano orbitæ lunaris, & ipsum planum sit immotum, conversionem inductam debere fieri constanter in plano.

583 Atque hic quidem patens admodum aperitur campus investigationi, ut determinetur omnis motus primo quidem binarum massarum LL', atque

que id ipsum cum conversione impressa secundum quamcumque directionem, qui casus facilius ad calculum reduci potest, tum plurium massarum, atque id cum conversione impressa secundum quamcumque directionem, & conferatur theoria cum observationibus circa macularum loca, quæ, ut huc usque habentur, indicant variationem tam inclinationis, quam positionis punctorum æquinoctialium: verum multo accuratiores requiruntur observationes, ut initio diximus. Credo autem omnino illud, a principiis, quæ hic exposui, petendam esse omnem explicationem, & determinationem librationis Lunæ; ipsam enim Lunam aliis viribus non agitari præter gravitatem in Solem, & Terram, videtur omnino deduci a consensu motuum ejusdem cum theoria gravitatis generalis, qui eo major invenitur in dies, quo magis ipsa theoria excolitur, inæqualitas autem virium in Solem pertinentium ad diversas particulas nihil ad sensum turbare poterit motum angularem inductum a vi in Terram, cum eæ ob tantam a Sole distantiam tanto minores sint. Sed nobis hic in eo diutius immorari non licet.

§. 2.

DE PRÆCESSIONE ÆQUINOCTIORUM, ET NUTATIONE AXIS.

584 De hoc argumento egimus cum Nostro ab adnot. in versum 345 usque ad adn. in vers.449. Id etiam argumentum exigit longiorem tractationem, & sublimes methodos; pendet autem a theoria centri rotationis spontaneæ, connexa cum theoria centri percussionis, & oscillationis, de quibus agemus juxta meam theoriam virium tomo 4, ubi, si locus adfuerit, indicabimus etiam, quæ huc pertinent. Hic tantummodo innuam, qua ratione Newtonus progressus sit ad præcessionem æquinoctiorum determinandam, & in quo ejus theoriam corrigendam censeat D'Alambertus.

585 Newtonus omnem hanc præcessionem æquinoctiorum repetit, uti diximus in adnotationibus, ab inæqualitate virium, quas exercent Sol, & Luna in illam quantitatem materiæ terrestris, quæ redundat supra globum inscriptum illi sphæroidi compressæ ad polos, cujus figuram habet Terra ob rotationem diurnam. Pertractat autem id argumentum post prop.38 lib.3, ubi prius quidem præmittit quædam lemmata pertinentia ad virium comparationes, tum partim ex theoria motus nodorum Lunæ, partim ex earum virium consideratione deducit quantitatem motus medii præcessionis æquinoctiorum.

586 Ut hæc omnis ejus ratio intelligatur, referat in fig. 54 *HFKE* sectionem Telluris factam per polos, quæ in æquatore *LL'* assurgat in formam sphæroidis ellipticæ, sit autem homogenea ejus materia, uti eam Newtonus considerat, & recta *EΓF* tendat ad Solem *S*. Singulæ ejus particulæ, uti *L*, habebunt vires perturbatrices secundum *TL*, & *CL*, quarum prima nullam contendet inducere conversionem, contendet autem secunda, uti & in superiore paragrapho vidimus, eritque proportionalis distantiæ cujusque particulæ a plano *HK*, & particulæ quidem, quæ fuerint in angulis *HΓF*, *EΓK* F.54 nitan-

nitantur inducere conversionem directione *HFK*, quæ vero in angulis *KTF*, *ETH*, directione opposita. Quod si diameter æquatoris *L'L* obvertatur Soli *S*, vires omnium particularum in angulis illis prioribus erunt æquales viribus in hisce posterioribus ob similem positionem respectu rectæ *EF*, & *HK*; si vero diameter æquatoris *L'L* recedat a linea *EF*, oportebit concipere sphæroidem divisam in partes duas, quarum altera sit globus inscriptus, altera materia redundans in forma cujusdam annuli lati, vel cujusdam veluti duplicis pilei hinc, & inde ad polos perpetuo attenuati. Facile patet, sphæræ materiam fore itidem in æquilibrio; at redundantis materiæ vires erunt majores in illis angulis, in quibus illa æquatoris diameter jacuerit, ut hic in angulis *HTF*, *ETK*, ubi nimirum crassitudo pilei maxima in *L*, & *L'* rotationem in eandem plagam inducit.

587 Circa harum virium considerationem Newtonus ante prop. 39 præmittit in posterioribus editionibus tria lemmata, & unam hypothesim. Lemmate 1. habet illud, vires ejusmodi in ea sphæroide elliptica niti ad inducendam conversionem circa axem perpendicularem plano transeunti per polos æquatoris terrestris, & Solem; vim autem totam, & efficaciam ad circumagendam Terram particularum omnium uniformiter distributarum per æquatoris peripheriam in formam annuli, ad vim, & efficaciam particularum totidem sitarum in æquatoris puncto *L*, quod maximè omnium distat a plano *HK*, esse ut unum ad duo. Lemmate 2 habet illud, vim totam, & efficaciam particularum omnium sitarum extra globum in illis binis velut pileis ad vim, & efficaciam totidem particularum distributarum uniformiter per totam peripheriam æquatoris in morem annuli fore, ut 2 ad 5. Lemmate 3 habet illud, motum Terræ totius compositum ex motibus omnibus particularum circa eum axem fore ad motum annuli prædicti circa eundem axem in ratione, quæ componitur ex ratione materiæ in Terra ad materiam in annulo, & trium quadratorum quadrantis peripheriæ cujusvis circuli ad duo quadrata diametri, quæ secunda ratio est, ut 925275 ad 1000000.

588 Hisce propositis, ac demonstratis circa ejusmodi vires, & motum, qui debet esse earundem virium effectus, proponit hypothesim pertinentem ad theoriam motus nodorum, quod nimirum si is annulus, Terra sublata, solus in orbe annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem suum ad planum eclipticæ in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ inclinatum motu diurno revolveretur; idem foret motus medius punctorum æquinoctialium, sive is annulus esset fluidus, sive constaret ex materia rigida, & firma. Nodi quidem singularum particularum in casu fluidi jam progrederentur, jam regrederentur, sed post integras conversiones excessum regressus supra progressum haberent æqualem omnes; in casu autem solidi impedito progressu haberetur semper continuus regressus æqualis motui medio prioris casus. Newtonus, mutuum illum nexum nihil officere illi medio regressui, sed actiones ex illo nexu profluentes se mutuo elidere ita, ut effectus medius sit idem cum ipso, qui esset sine ipso.

589 Jam vero in prop. 39 sic progreditur ad determinandam præcessionem æquinoctiorum. Primo quidem ex theoria motus nodorum Lunæ assumit motum medium eorundem nodorum, quem Luna haberet, si moveretur in orbe circu-

circulari ad distantiam mediam a Terra, quem ponit 20°, 11', 46". Deinde ex eadem theoria habet illud, si Luna spatio diei siderei, quo nimirum Terra diurnam suam conversionem absolvit, juxta superficiem Terrae revolveretur, motum annuum nodorum fore ad 20°, 11', 46", ut est dies sidereus horarum 23, 56' ad tempus periodicum Lunae dierum 27, hor. 7, 43', sive ut est 1436 ad 39343. Quamobrem motum ex hac proportione erutum attribuit annulo continuo in periphaeria aequatoris sito, nulla adhuc habita ratione inclinationis aequatoris ad Eclipticam, quae minuit vim, & effectum in ratione radii ad cosinum ipsius: eam imminutionem neglexerat, ubi egerat de Lunae nodis ob ipsius exiguitatem (nam inclinatio orbitae lunaris ad Eclipticam est proxime graduum 5) & indicaverat in tummodo in ipso fine prop. 22; hic autem ejus rationem habet post totum calculum, cum inclinatio sit tanto major, nimirum graduum 23 $\frac{1}{2}$.

590 Ut a motu ejus annuli transeat ad motum Terrae ei annulo adhaerentem, considerat illud, motum ipsum, dum ob adhaesionem hanc debet communicari toti etiam Terrae, fore minorem pro ratione motus ipsius annuli ad motum totius Terrae ab eo inductum. Concipit igitur materiam in annulo aequalem toti materiae, quae ob figuram sphaeroidalem habetur in Terra supra globum inscriptum, & assumpta ratione diametri aequatoris ad axem 230 ad 229 invenit rationem materiae in globo ad materiam in annulo, ut 52441 ad 459, adeoque ex lem. 3 motum annuli ad motum globi in ratione composita ex 459 ad 52441, & 1000000 ad 925275, sive ut 4590 ad 485223, adeoque motum annuli ad summam motuum ut 4590 ad 489813. In hac igitur ratione imminuto motu annuli, invenit, illum fore ad 20°, 11', 46" in ratione composita ex ratione 1436 ad 39343, quae habebatur prius, & hac nova 4590 ad 489813, nimirum in ratione 100 ad 292369. Hunc autem motum adhuc minuit ex lem. 2 in ratione 5 ad 2 ideirco, quod materia illa non est collecta in unicum annulum, sed dispersa per totum spatium ab aequatore ad polos, quo pacto demum invenit motum annuli oriundum a Sole 9", 56"', 50"".

591 Hunc jam minuit in ratione radii ad cosinum 23° $\frac{1}{2}$ inclinationis nimirum hujus annuli ad eclipticam, quo pacto ipsum reducit ad 9", 7"', 20"".

592 Haec illi est praecessio aequinoctiorum orta a Sole: definiverat autem ex phoenomenis aestus marini actionem Lunae ad actionem Solis in ordine ad ejusmodi effectus esse, ut 44815 ad 10000, unde illi consequitur motus a Luna oriundus 40", 52"', 52"", adeoque tota praecessio aequinoctiorum oriunda ab utraque causa 50", 00"', 12"".

593 Mirum sanè, quam bellè haec determinatio congruat cum phoenomenis Naturae; nam 50 secundorum proxime est media aequinoctiorum praecessio annua, quam Astronomi per observationes determinarunt; & quidem methodus ipsa expedita, & elegans videtur primo aspectu ad rem ipsam aptissima; at multas contra totam solutionem hanc difficultates D'Alambertus movet in introductione ad tractatum de praecessione aequinoctiorum.

594 Primo quidem, ut in adnotationibus dictum est, censet demonstratione positiva indigere illud, quod Newtonus assumit, motum medium nodorum rigentis annuli debere esse eundem, ac motum medium nodorum se-

 sici

riei lunularum a se invicem disjunctarum, quam tamen æqualitatem ipse demonstrat.

595 Deinde difficultatem habet in compressione Telluris, quam Newtonus assumit $\frac{1}{230}$, cum eam censeat D'Alambertus assumendam $\frac{1}{178}$ ex observationibus graduum, quæ major compressio majorem deberet effectum gignere, & proinde consensum Newtonianæ determinationis evertere. Verum ex iis, quæ de figura Telluris diximus, constat adhuc incertam esse compressionis quantitatem: Newtonus autem in fine addidit & illud, si Terra magis compressa sit, oportere ad eundem gignendum effectum, sit densior prope centrum; quanquam, ut pariter vidimus, ubi de Telluris figura agebatur, id theoriæ opponitur, cum major densitas prope centrum requirat minorem compressionem, non majorem, ut Clairautius invenit, & ibidem ostendimus.

596 Præterea ipse majorem adhuc difficultatem habet in ratione actionis Solis ad actionem Lunæ. Hanc Newtonus eruit e phænomenis æstus marini methodo, quam & ipse D'Alambertus, & alii minus accuratam censent. Ea ratio requirit massam lunarem respectu massæ terrestris esse $\frac{1}{40}$ circiter, quam Daniel Bernoullius alia ratione, de qua agemus infra, ubi de Maris æstu, invenit $\frac{1}{70}$, D'Alambertus potius $\frac{1}{80}$, & alii fere omnes minorem agnoscunt, quam Newtonus statuerit.

597 Hæc ad hypotheses pertinent, sive data, quibus solutio initiitur, & calculus; at in ipsa geometrica ratiocinatione difficultates habet D'Alembertus, censens male a Newtono assumi motum nodorum annuli in æquatore siti ad motum totius materiæ dispersæ ab æquatore ad polos in ratione summæ virium, quæ habentur in uno casu ad summam in alio; ac præterea male distribui motum nodorum annuli inter ipsum, & globum, cui adhæret, quam distributionem Newtonus desumit a summis motuum: demum Newtonum omisisse considerationem motus diurni ipsius globi, quæ tamen ita influat, ut ejus ratione habita, & habita ratione omnium virium, quæ agunt, oriri debeant ex sola actione Solis 24 secunda præcessionis æquinoctiorum annuæ, quod nisi Lunæ actio statuatur multo minor, quam apud Newtonum habetur, totalem effectum redderet multo majorem, quam observationes exhibeant.

598 Hinc alia methodo in ipsam æquinoctiorum præcessionem inquirit D'Alambertus, idque ita, ut ei profluat ex eadem solutione tam præcessio æquinoctiorum, quam nutatio axis, quæ partim provenit ab inæqualitate ipsius præcessionis, partim a mutatione anguli, quo inclinatur æquator terrestris ad eclipticam. Angustiæ, quibus premimur, non sinunt hic litem dirimere, sed nec singula singillatim persequi, & sola evolutio methodi, qua D'Alambertus est usus, ac eorum, quæ plures alii ad eam quæstionem pertinentia protulerunt, in longum abiret nimis, & justum fere opus exigeret. Quamobrem innuam pauca tantummodo, ac primo illud inveniri a D'Alamberto, polos æquatoris terrestris juxta theoriam gravitatis non debere describere circellum, quem Bradleyus proposuit, sed exiguam ellipsim, cujus axes sint proxime ut 3 ad 4, quod quidem cum tota semidiameter circelli sit secundo-

rum

rum proximè 9, exiguum a medio duorum circiter secundorum diserimen afferre potest: inveniri præterea ab eodem ex eo, quod præcessio æquinoctiorum debeatur viribus conjunctis Solis, & Lunæ, nutatio autem soli Lunæ, actionem Lunæ ad actionem Solis esse tantummodo ut 7 ad 3, quod illi obvenit, quacunque lege inæqualem ponat densitatem in accessu ad centrum, quin immo, etiam, si ponatur figura æquatoris elliptica, certa quadam ratione, & meridianorum itidem elliptica, uti definivit in dissertatione edita in Commentariis Parisiensibus anni 1754, ubi multo longius promovet perquisitionem hanc, quam in suis perquisitionibus de Mundi systemate itidem longe promoverat.

599 Illud quoque adjiciam, ubi agitur de definienda quantitate absoluta præcessionis æquinoctiorum, ex materia, quæ supra globum attollitur ob figuram Terræ compressam, rem pendere tantummodo a parte solida; nam actio, quæ in ipsam partem solidam agens, inducit mutationem in positione æquatoris terrestris, agens in partem fluidam, uti sunt maria, quæ pars potest ipsi actioni obedire, sine motu inde inducto in globum solidum, parit æstum maris, de quo mox. Si tota materia redundans supra globum esset fluida, nulla haberetur præcessio æquinoctiorum, quæ cæteris omnibus stantibus erit major, vel minor, prout minor, vel major erit pars fluida respectu solidæ; cumque ignorata Oceani profunditate ignoremus omnino & quantitatem, & positionem ejusmodi fluidi; nunquam penitus accuratè, quæ huc pertinent, definiri poterunt, quanquam admodum probabile est, satis exiguam esse Oceani massam respectu totius extantis solidi.

§. 3. Ad notam in vers. 582.

DE CAUSA MECHANICA MARINI ÆSTUS.

600 Phænomena marini æstus exposuimus in adnotationibus eum Nostro a versu 449. Illustranda sunt hic per Geometriam, quæ ad causas pertinent. Causa est actio Solis, & Lunæ orta ex viribus perturbantibus, quæ in fig. 54 agunt directionibus LT, CL, & quarum prima est proportionalis ipsi distantiæ LT a centro, secunda ipsi CL distantiæ perpendiculari a plano MK, de quibus fuse egimus a num. 531. Patet ex iis, quæ ibi demonstrata sunt, summam earum virium in F, & E distrahere a centro T, in H, & K premere versus ipsum. Hinc si consideretur actio Luminaris unius existentis in S, figura produci debet in axe EF, qui respicit ipsum Luminare, & contrahi in toto circulo maximo, qui transit per H, & K, & mutata positione axis directi ad Luminare, debet mutari locus maximæ elevationis, quod parit reciprocationem marini æstus. F. 54

601 Et quidem Mac-Laurinus invenit illud, quod diximus, cum de figura Telluris ageremus num. 203, fluidum homogeneum, cujus particulæ se invicem trahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, habeant autem tria virium genera, quarum primum directionem habeat perpendicularem ad axem quendam transeuntem per centrum, & sit proportionale distantiis ab ipso, secundum directionem habeat perpendicularem ad planum quoddam

transiens per idem centrum, & proportionem itidem habeat distantiarum earundem, tertium vero directionem habeat transeuntem per centrum, & sit proportionale distantiæ ipsi, debere id fluidum induere figuram sphæroidis ortæ ex ellipsi conica, in qua vis in axe ad vim in æquatore sit, ut est vis in hoc ad vim in illo, quod & ego aliquanto contractiore methodo demonstravi in postremo opusculo voluminis de Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem.

602 Pertinet id quidem generaliter ad figuram Terræ consideratæ, ut homogeneæ, & fluidæ, habita ratione & motus diurni, & harum binarum virium perturbatricium; ast ibi rationem habuimus tantummodo gravitatis, & vis centrifugæ ad eruendam pro figura Telluris formulam, quæ habetur num. 228 neglecta harum virium perturbatricium actione, quæ nimis exigua est respectu reliquarum. Hic ubi in maris æstum inquiritur, & consideratur sola mutatio figuræ, quam vires perturbantes inducunt, poterit omitti consideratio vis centrifugæ, & considerari figura Telluris, ut sphærica sine actione virium perturbantium, ac determinari mutatio, quam inducerent solæ illæ binæ vires perturbatrices; nam mutatio, quæ inducitur in sphæroidem sphæræ proximam, a mutatione, quæ induceretur ab iisdem viribus in eam sphæram, parum admodum differre itidem potest.

603 Et quidem hic methodo haud absimili illi, qua usi sumus pro figura Telluris orta ex vi centrifuga rotationis diurnæ ad eruendam formulam pro ellipticitate inde orta, liceret eruere formulam pro elevatione, quæ debetur hisce viribus perturbantibus etiam in hypothesi densitatis nuclei solidi diversæ a densitate fluidi ambientis assumpta ratione vis solaris perturbatricis ad gravitatem. Verum multo facilius res perficietur ope illius ipsius formulæ inventæ num. 228, in qua posita differentia semiaxium ellipseos genitricis $= x$, semiaxe nuclei solidi $= r$, ratione vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem $\frac{n}{m}$, ratione densitatis fluidi ad densitatem solidi $\frac{t}{q}$, & posito semiaxe ipso nuclei æquali semiaxi sphæroidis, est $x = \frac{nr}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$

Eadem formula inserviet pro hisce viribus perturbatricibus, si $\frac{n}{m}$ exprimat rationem, quam habet summa virium contrarias perturbationes inducentium in fig. 54 in H, & F ad vim gravitatis.

604 Id facile deducitur ex eo, quod & vis centrifuga, & hæ vires perturbatrices in singulis canalibus TH, TF agant in ratione distantiæ a centro, ac proinde, si concipiatur in canali tendente secundum axem sphæroidis TF vis nulla, & in canali TH vis premens æqualis vi prementi ibi, & vi distrahenti in TF; nimirum tripla vis prementis in HT, res eodem redibit, ac si consideretur in TF sola gravitas, & in TH vis analoga vi centrifugæ: formula nimirum eadem obveniet, & solum, ob directionem vis prementis in centrum contrariam vi centrifugæ distrahenti, exprimet x productionem, non contractionem figuræ in axe.

605 Hinc autem substituto hoc novo valore pro n, & reliquis manentibus, habebitur hujusmodi theorema: *elevatio aquæ sub Sole orta a vi solari perturbante ad elevationem Telluris sub æquatore ortam a motu diurno*

no erit tam in hypothesi nuclei sphærici homogenei, quam in hypothesi densitatis diversæ, ut est vis centrifuga ex motu diurno ad triplam vim Solis perturbatricem primam, directam in centrum Terræ.

606 Porro hujusmodi ratio facile invenitur; nam per num. 265 tomi 1, juxta theoriam virium pertinentium ad motus circulares, si semidiameter Terræ dicatur d, & tempus motus diurni, sive dies sidereus t, distantia Terræ a Sole D, & annus sidereus T, erit vis centrifuga motus diurni, ad vim, qua Terra retinetur in orbe annuo, ut $\frac{d}{tt}$ ad $\frac{D}{TT}$. Est autem hæc posterior vis ad vim primam perturbatricem in L vel H, ut ST ad TL, sive TH, nimirum ut D ad d. Igitur vis centrifuga ad primam vim perturbatricem ut $\frac{Dd}{tt}$ ad $\frac{Dd}{TT}$, sive ut TT ad dd nimirum in ratione duplicata anni siderei ad diem sidereum.

607 Hinc igitur habetur hujusmodi theorema: *Ut quadratum anni siderei ad triplum quadratum diei siderei, ita elevatio sub æquatore orta a motu diurno ad elevationem marium, quam pro æstu marino gignit sola actio solaris.* Est autem annus sidereus dierum 365 hor. 6. 9': dies autem sidereus hor. 23. 56'; elevationem autem sub æquatore ex motu diurno n. 404 statuimus $\frac{5}{248}$ semidiametri æquatoris, quam numer. 402 invenimus pedum 19668203; unde calculo inito profluit elevatio ex motu diurno pedum 79307, & elevatio ex vi solari æstum gignente proxime pedis 1 digitorum 8. Newtonus, qui adhibet elevationem sub æquatore ob motum diurnum $\frac{1}{230}$, ac adhibet semidiametrum æquatoris aliquanto majorem, adhibito etiam ambitu paullo longiore ad eruendam rationem, quam habet vis centrifuga ad vim perturbatricem solarem, invenit elevationem pedis 1 & digitorum 11 aliquanto majorem hac nostra, sed utraque pendet ab assumptis nondum satis accurate definitis.

608 Progreditur Newtonus, & quærit rationem vis solaris ad vim lunarem methodo, quæ huc reducitur: elevatio aquarum in syzygiis est summa effectuum Solis, & Lunæ, uti vidimus in adnotationibus in hunc locum, & in quadraturis differentia:, dicatur vis Solis S, vis Lunæ L, elevatio in syzygiis a, in quadraturis b, eritque $L + S . L - S :: a . b$. Est autem $2L$ summa, & $2S$ differentia priorum terminorum. Igitur erit $2L$ ad $2S$, sive L ad S, ut $a + b$ ad $a - b$; nimirum *vis Lunæ ad vim Solis est, ut summa effectuum, qui habentur in syzygiis, & in quadraturis, ad eorum differentiam.* Porro pro hisce effectibus adhibet observationem Sturmii, qui in syzygiis invenit Bristolii elevationem pedum circiter 45, in quadraturis 25; unde a, & b essent, ut 45 ad 25, sive ut 9 ad 5, quibus numeris substitutis habetur vis Lunæ ad vim Solis, ut 14 ad 4, sive ut $3\frac{1}{2}$ ad 1. Sed Newtonus adhibitis pluribus eorum numerorum reductionibus demum delabitur ad rationem 4.4815 ad 1; & inde eruit elevationem a Luna oriundam pedum 8 digitorum 7, & ab utraque vi conjuncta elevationem pedum circiter 10. Inde autem itidem progreditur ad definiendam densitatem Lunæ ex

theoremate, quod demonstraverat cor. 14 prop. 66 lib. 1; quod ejusmodi vis Lunæ ad vim Solis sit, ut densitas Lunæ ad densitatem Solis, & cubus diametri apparentis illius ad cubum hujus; ex ratione autem densitatum progreditur etiam ad rationem massarum.

609 Verum ea methodus definiendi rationem actionum videtur minus accurata, cum admodum diversa inveniatur in diversis locis ratio elevationis in syzygiis ad elevationem in quadraturis, quæ quidem pendet a pluribus circumstantiis in superficie marium tot solidis partibus interrupta, prætetquamquod in aperto itidem mari perseverantia motus impressi ab actionibus præcedentibus turbat rationem effectuum. Atque idcirco Daniel Bernoullius longe alia methodo aggressus est eandem determinationem, quam eruit e solutione problematis, de quo mentionem fecimus in adn. ad vers. 646, ex qua fluxit etiam tota illa constructio, quam exposuimus ibidem.

F.61 610 Problema est hujusmodi: referat in fig. 61 $LQlq$ sectione Telluris factam plano transeunte per Lunam, & Solem, in quorum directione sint diametri lCL, sCS, ac utriusque Luminaris actiones tendant ad mutandam formam circularem in ellipticam mutationibus exiguis: quæritur punctum G, in quo summa elevationum supra arcum circularem respondentium binis actionibus sit omnium maxima.

611 Ille quidem analyticam solutionem exhibet, & ex ea deducit corollaria, quæ Noster est persecutus, at ego geometrica methodo primum facile invenio illud, elevationem in L, vel S ad elevationem debitam alteri puncto cuilibet provenientem ab actione Lunæ, vel Solis esse, uti est quadratum radii ad quadratum cossinus distantiæ ejus puncti ab L, vel S. Inde autem consequitur, ibi haberi ejusmodi maximam summam, ubi quadrata cossinuum arcuum GL, & GS ducta singula in singulas actiones totales Lunæ, ac Solis, simul sumpta exhibeant maximam summam. Tum tribus theorematis utor pertinentibus ad Geometriam elementorum infinitesimalium; primum est, ubi quæritur maxima summa duarum quantitatum, debere differentias ipsarum æquales esse, unde mihi profluit illud, debere differentiam cossinus arcus LG ad differentiam cossinus arcus SG esse, uti est actio totalis Solis in S ad actionem Lunæ in L; secundum est, differentiam quadrati esse duplum productum ex differentia lateris & ipso latere: tertium est esse radium ad sinum, uti est differentia arcus ad differentiam cossinus. Ex his tribus theorematis ablatis differentia arcuum LG, SG, quæ est eadem, & radio, mihi provenit maximum, ubi producta ex sinubus, & cossinubus arcuum LG, SG, sive, quod eodem redit, ubi sinus duplorum eorundem arcuum fuerint e contrario, ut sunt actiones totales in S, & L. Quamobrem remanet arcus datus LS secandus in G ita, ut sinus dupli alterius segmenti ad sinum dupli alterius sit in ea ratione data. Id autem methodo satis expedita deduco ad constructionem, quæ sequitur.

612 Secetur radius LC in A in ratione actionis Solis in S ad actionem Lunæ in L, Centro A, radio AL describatur circulus occurrens diametro Ll in B. Ducatur ejus chorda BD parallela diametro sS. Per C, & D ducatur diameter fF, & sectis bifariam arcubus LF, lf in G, & g, ea puncta exhibebunt maximum quæsitum: arcus autem Lf, lF bifariam secti in H, & h exhiberent e contrario minimum.

613 Apti

613 Aptissima est hæc constructio ad calculum numericum ineundum, ubi ratio actionum totalium innotescar. Ducta enim *AD* satis constat angulum *LAD*, duplum *ABD*, sive *LCS* fore summam angulorum *ADC*, *ACD* trianguli *CAD*, cujus latera *AD*, *AC* sunt, ut actiones Solis, & Lunæ. Habebitur enim ex Trigonometria per ejus trianguli resolutionem hujusmodi theorema. *Ut summa actionum ad differentiam, ita tangens elongationis Lunæ a Sole ad tangentem arcus, qui ablatus ab ejusmodi elongatione exhibebit duplum arcus quæsiti* LG.

614 Ex eadem autem constructione facile eruentur etiam casus omnes, ac mutationes positionis axis maximæ elevationis *Gg* respectu axium *Ll*, *Ss*, quos tres axes Noller considerat, ac appellat primum quidem axem Terræ, secundum axem Lunæ, tertium axem Solis. Concipiatur ut immotus axis *Ll*, dum axe *Ss* recedente ab ipsius positione post Novilunium (nam ab eo distat versus Occidentem, quantum locus Solis distat a loco Lunæ, sive quantum Luna respectu Solis progreditur in Orientem) recedit etiam axis *Gg*, ac consideretur horum motus, & relatio ad se invicem, ac cum ipso *Ll*: secentur autem bifariam semicirculi *Lsl*, *LSl* in ♌, & *q*.

615 Ii axes in Novilunio congruunt, ut patet: post Novilunium axis Solis *Ss* abit in Occidentem respectu axis Lunæ *Ll*, donec in prima quadratura delatis punctis *S*, *s* ad *q*, ♌ fiat ipsi perpendicularis, abeunte nimirum Luna in Orientem, donec ab eo distet per quadrantem. Interea vero punctum *D* percurret semicirculum *LDB*, & puncto *S* appellente ad *q* ipsum *D* appellet ad *B*. Nam ob angulum *LBD* æqualem *LCS*, & terminatum ad circumferentiam habebit arcus *LD* duplo majorem numerum graduum & minutorum, quam arcus *LS*; discedet autem *D* in eandem plagam, in quam abibit *S*, & semicirculum percurret, dum *S* percurret quadrantem *Lq*: idcirco etiam percurret *D* secundum semicirculum *BdL*, dum *S* percurret secundum quadrantem *ql*: hoc autem percurrente quadrantem tertium *l*♌, & quartum ♌*L*, iterum *D* percurret semicirculum *LDB*, & deinde *BdL*.

616 Quod si, ut phœnomena ostendunt, actio Solis sit minor, quam actio Lunæ, erit *LA* minor, quam *CA*, & proinde *C* jacebit extra circulum *LDBd*, & puncto *D* existente in primo semicirculo *LDB*, punctum F, adeoque & *G* jacebit ab *L* versus *q* citra ipsum, ac ipso *D* existente in secundo semicirculo *BdL*, jacebit *F*, & *G* ab *L* versus ♌ itidem citra ipsum. Erit autem *LF* semper minor, quam *LS* in primo semicirculo, nam angulus *BCD*, quem metitur *LF*, internus, & oppositus, erit semper minor, quam *ABD*, sive quam ipsi æqualis *LCS*, quem metitur *LS*, & idcirco ipso initio magis recedet ab *L* punctum *S*, quam *F*, & multo magis, quam *G*; erit autem *GS* major, quam *GF*, adeoque major, quam *LG*; nimirum locus maximæ intumescentiæ erit propior loco Lunæ, quam loco Solis in primo quadrante mensis lunaris, quod & pro tertio quadrante habet eandem vim subeunte *s* locum S; & in secundo, ac quarto, abeunte *s* in quadrantem *L*♌, erit itidem maxima intumescentia propior loco Lunæ, quam loco Soli opposito.

617 Porro excurrente puncto *D* per semicirculum *LDB*, patet punctum F initio quidem recessurum ab *L* semper magis, donec *CF* evadat tangens ipsius circuli, quo casu *LF* erit distantia puncti F ab *L* omnium maxima, tum recedente adhuc magis *D* ab *L*, & accedente ad *B* incipiet F regredi ad *L*, in

quod incidet, ubi *D* abibit in ipsum *B* abeunte *S* in prima quadratura in *q*. Deinde abeunte *D* in semicirculum *BdL* eodem ordine retrogrado abibit *F* in arcum *LQ*, recedendo ab *L*, donec in eadem distantia maxima fiat iterum *CD* tangens, ac deinde in ulteriore accessu *D* ad *L* accedet ad ipsum & *F*, ac in ipsum recidet in ipso appulsu *S* ad *l*, iisdem vicibus redeuntibus in reliquo lunationis dimidio. Et eædem vices habebuntur in motu punctorum maximæ intumescentiæ *G*, *g*, quæ puncta in singulis lunationibus peragent binos itus, & reditus singula circa locum Lunæ *L*, & ipsi oppositum *l* oscillando hinc, & inde ab iis punctis. Quater autem cum ipsis congruent, bis nimirum in binis syzygiis, & bis in binis quadraturis, sed in illis movebuntur directione *QLql* in Occidentem, in his directione opposita in Orientem; nec difficile est perspicere velocitatem motus ibi fore maximam in media nimirum oscillatione, quæ in maximis illis excursionibus in infinitum decrescet.

618 Porro maximus excursus facile invenitur, si consideretur, ubi recta *CD* evadat tangens, angulum *CDA* fore rectum, adeoque fore *CA* ad *AD*, ut est radius ad sinum anguli *ACD*, sive arcus *LF*, nimirum duplæ elongationis maximæ *LG*. Inde enim eruitur hujusmodi theorema, *Ut est vis Lunæ ad vim Solis, ita radius ad sinum duplæ maximæ elongationis.* Inde vero colligitur & illud, quo major fuerit actio Lunæ respectu actionis Solis, eo minorem fore ipsam elongationem maximæ intumescentiæ a loco subjecto Lunæ.

619 Is autem casus maximæ elongationis habebitur, ubi distantia ipsius maximæ intumescentiæ a loco Solis, sive arcus *GS* fuerit graduum 45. Nam ab angulo externo *LAD*, quem metitur arcus *LD*, sive duplus arcus *LS*, demendo angulum *ACD* internum & oppositum, quem metitur arcus *LF*, sive duplus *LG*, remanet angulus alter internus *ADC*, qui in casu contactus est rectus. Quare ab *LS* demendo *LG*, remanebit arcus *GS* metiens dimidium rectum, adeoque graduum 45.

620 Et ex his quidem patent omnia, quæ hic in adnotationibus sunt dicta, & ex iis consequuntur explicationes posteriores phænomenorum, in quibus nihil fere occurrit, quod illustratione aliqua indigeat, præter id, de quo hic nos acturos promisimus in adn. ad vers. 945, pertinens ad singularem positionem tractus marini inclusi, in quo in certa Lunæ positione nullus habetur æstus ad certum littus, qua de re paullo inferius; nam interea proderit notare illud, quod omnem hanc Newtonianam theoriam marini æstus mirum in modum commendat, & fluit ex illa Bernoulliana problematis solutione.

621 Nimirum cum ex inertia fluidi intumescentia maxima debeat accidere aliquanto post, quam vires poscant, ad plures autem portus unda ipsa deveniat serius per longiora itinera; etiam in syzygiis & quadraturis hora maximæ intumescentiæ non erit in ipso appulsu Lunæ ad Meridianum, sed alia hora alibi. Hæc hora haberi poterit pro hora quadam lunari media intumescentiæ maximæ, quæ in aliis portubus erit alia. Porro extra ejusmodi tempora æstus anticipabunt, vel posticipabunt momentum maximæ intumescentiæ respectu illius horæ mediæ, prout punctum illud *G* fig. 58 jacuerit respectu *L* ad Occidentem, vel Orientem: tempus hujus anticipationis, vel posticipationis exhibebitur ab arcu illo *LG*, qui data distantia Lunæ a Sole inveni-

venitur per theorema supra propositum in nostra problematis solutione, reducendo ipsum ad tempus lunare, quo nimirum Luna motu diurno tantum arcum percurrit. Id tempus erit quædam æquatio demenda, vel addenda horæ mediæ, ut habeatur hora vera, & hæc æquatio erit communis proximè omnibus iis portubus.

622 Porro haberi horam mediam diversam pro diversis Galliæ portubus, & æquationem communem omnibus, deductum jam fuerat initio hujusce sæculi a Cassino ex observationibus institutis jussu Academiæ Parisiensis, & mediarum horarum, ac æquationum regulæ inde deductæ, ac editæ jam fuerant, cum Bernoullius eandem æquationum tabulam computavit ex theoria ipsa per solutionem problematis, quod proposuimus, quam in eadem dissertatione hic in adnotationibus indicata exhibet, intra pauca minuta consentientem cum Cassinianis regulis, consensu sane admirabili in phœnomeno, quod & vehementiores venti, & locorum constitutio, & aliæ plures accidentales causæ facile admodum perturbare possunt.

623 Data ex observationibus æquatione maxima, & redacta a lunari hora ad arcum circuli, facile definitur ratio vis lunaris ad vim solarem, quæ est, ut radius ad sinum dupli ejus arcus, juxta theorema paullo superius erutum. Verum etiam data quavis æquatione pertinente ad datam distantiam Lunæ a Sole, potest eadem ratio inveniri regressu facto in theoremate, quod eruimus ex solutione generali, ac ex ipsa differentia intervalli inter binos æstus consequentes in syzygiis, & quadraturis, erui potest ea ratio si minus accuratè (nam ea momenta æstuum nunquam penitus accuratè observari possunt, & sæpe perturbantur ab aliis causis, ut innuimus) at saltem proxime; & ejusmodi methodo Bernoullius invenit rationem actionis Lunæ ad actionem Solis ut 5 ad 2, ac inde eruit Lunæ massam $\frac{1}{70}$ massæ Telluris; ea vero deductio facile fit ope hujus theorematis; *Massa Lunæ ad massam Terræ est in ratione composita ex ratione simplici actionis lunaris exposita ad actionem solarem, & duplicata mensis periodici lunaris ad annum sidereum*, quod theorema facile demonstratur. Sed hæc innuisse sit satis.

624 Quod pertinet ad casum singularem illum, quem exposuimus in adnot. ad vers. 945, rem hic absolvemus methodo diversa ab Euleriana. Sit in fig. 62 $PApB$ circulus, cujus diameter AB perpendicularis ad Pp. Per quodvis ejus punctum D transeat ellipsis parum ab ipso abludens $FDEG$, cujus semiaxis major CE sit radius CA productus, quæ quidem secabit arcum Ap in puncto H ita, ut sit arcus AH æqualis AD. Si radius AI occurrens ipsi in K abscindat arcum AI, cujus sinus sit duplus sinus AD, convertatur autem tota figura circa axem Pp; superficies $DAHE$ generabit solidum æquale solido genito ab HKI. Hoc theorema haud difficulter demonstratur ope geometriæ infinitesimalis, vel calculi, sed ipsam demonstrationem hic omittimus ob angustias, quibus coercemur; inde autem, quæ huc pertinent, facile deducuntur.

625 Referat enim PAp meridianum terrestrem quendam, & sit $DLNM$ sectio maris contenti sinu clauso binis meridianis proximis, & binis parallelis transeuntibus per D, & I. Illo momento temporis, quo Luna sita in æquatore, & syzygia, puncta maximæ intumescentiæ in ipso æquatore distan

ſtant a puncto A per quadrantem, debebit ſuperficies illius aquæ diſponi in formam arcus circularis DAI. Progredientibus illis punctis, debebit eadem aſſumere formam ellipſeos parum a circulo recedentis cum ea conditione, ut ſpatium contentum nova ſuperficie, & fundo ſit æquale priori, ut nimirum eandem aquæ quantitatem contineat. Hinc ſi ellipſis ejus ſpeciei, quæ reſpondet tali diſtantiæ cuicunque, ſit FEG; & tranſeat per D ſuperficies nova, in quam aqua illa conformabitur, erit ipſa $DEHK$. Nam forma meridiani proximi meridiano PAp, debebit eſſe proxima ejus formæ, adeoque ſuperficies erit proxime eadem, quæ haberetur facta converſione ſuperficiei DEK circa axem Pp, & ſpatium $DAHE$ æquale erit ſpatio HKI inter illos meridianos contento; adeoque & totum ſpatium $MNLDAHIKM$ æquale toti $MNLDEHKM$. Quare aſſurget quidem aqua in A per AE, deprimetur autem in I per KI, ſed in D, & H perſeverabit in eadem altitudine; & in tota converſione res eodem modo habebitur, aqua $DEHA$ poſt maximam intumeſcentiam abeunte in HIK, ſine alteratione elevationis in D.

626 Si arcus DI non fuerit ingens, arcus ipſe erit proximè duplus, exiſtente duplo ejus ſinu; atque adeo id accidet proximè, ubi mare duplo plus excurrat in Auſtrum, quam in Boream, uti in adnotationibus diximus. Eulerus hunc caſum dupli ſinus invenit pro ſpatio arcto & longo, nimirum binis proximis meridianis incluſo; ſed ibidem multo generalius problema reſolvit, in quo alia plura ad æſtum marinum pertinentia, & ſcitu digniſſima continentur. Hic poſtremo loco notari poteſt illud; in mari ita clauſo eodem momento temporis haberi elevationem in A, quo habetur depreſſio in I ſub eodem meridiano, dum ſi tota Terra eſſet fluida, & arcus DI non ingens, per totum ipſum arcum ubique elevatio haberetur ſimul, & ſimul ubique depreſſio. Impedimenta, quæ ſolidarum partium occurſus parit, æſtuum phænomena variant plurimum. Sed hæc itidem innuiſſe ſit ſatis.

627 Æſtui maris reſpondet æſtus atmoſphæræ, de quo in adn. ad verſ. 1002 promiſimus hic oſtenſuros, quod pertinet ad elevationem ipſius atmoſphæræ oriundam ab eadem cauſa, a qua æſtus maris oritur. Daniel Bernoullius cenſuit elevationem debere eſſe eo majorem elevatione aquæ, quo minor eſt aëris denſitas denſitate aquæ; ſed in eo vir ſane ſummus humani quidpiam eſt paſſus. Vidimus nimirum num. 228 differentiam axium contineri formula $\frac{nr}{2\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$, quæ exprimit ellipticitatem, ſi $\frac{n}{m}$ ſit ratio vis centrifugæ ad gravitatem, ſed eandem, ut paullo ſupra hic diximus, ea exprimit pro æſtu, ſi $\frac{n}{m}$ ſit ratio actionis Luminarium ad gravitatem, ubi r exprimit ſemidiametrum Terræ, & $\frac{t}{p}$ rationem denſitatis fluidi ad denſitatem ſolidi, quæ eadem formula convenit cum ea, quam longe alia methodo & Clerautius, & D'Alambertus invenerunt.

628 In ea formula ſtantibus valoribus reliquis, & mutata ſola denſitate fluidi t, erit valor formulæ reciprocè, ut $1-\frac{3t}{5p}$, ſive reciprocè ut $5p-3t$: ſi valor t decreſcat, valor $5p-3t$ creſcet, adeoque valor formulæ ipſi

reci-

reciprocus decrescet, non erescet. Hinc major atmosphæræ tenuitas non auget, sed minuit ejus æstum. Si aqua sit ad sensum ejus densitatis, quæ est media Terræ densitas, erit pro ipsa $t = p$ & $5p - 3t = 2p$; si autem sit in immensum minor, ut est aeris densitas, evanescente $3t$ fiet $5p - 3t = 5p$. Erit igitur intumescentia in hoc secundo casu, ad intumescentiam in primo, uti est 2 ad 5, minor non major.

629 Quoniam autem ita exiguus est æstus maris, perquam exiguus erit etiam æstus aeris, & in hoc sensu accipiendum est id, quod hic Noster expressit, & in adnotatione innuimus; nimirum æstus tenuissimi fluidi erit perquam exiguus, ut est exiguus æstus fluidi magnæ densitatis, quam habet aqua; nam ex illis ipsis hypothesibus, quas hic exposuimus in adnotatione, amandata nimirum in centrum materia nuclei redundante supra densitatem æqualem fluidi, eruitur formula superior, quæ variata ratione densitatis t ad p non remanet ejusdem valoris, sed mutatur; mutatur tamen ita, ut relinquat contra id, quod Bernoullius proposuerat, minorem potius, quam majorem atmosphæræ æstum: sed in æstubus exiguis paucorum nimirum pedum diei quodammodo hic poterit, *æque se exagitabit*, nimirum parum admodum & aqua, & aer.

§. 4. Ad notam in vers. 1403.

DE COMETARUM CAUDIS.

630 Antequam ad Cometarum caudas delabatur Noster, agit de conversione Planetarum circa proprium axem, & de atmosphæra Lunari attingens præcipua capita de more. In iis, quæ ipse proponit, nihil est, quod ulteriorem declarationem, & geometriam, ac calculum penitus requirat, quamquam utrumque argumentum longiorem hic tractationem admitteret, si liberiorem haberemus excursionibus campum; quamobrem ad Cometarum caudas faciemus gradum.

631 De iis egimus ab adnot. in versum 1403, & in iis, quæ persecuti sumus, per figuram geometricam clariora fient duo potissimum; primo quidem illud, quod in hac adnotatione occurrit, de inclinatione, & curvatura caudæ. Sit in fig. 60 S Sol, CGA portio exigua orbitæ cometicæ, & dum Cometa progreditur ex C in A, fumus egressus in C ascendat recta a Sole per CD, fumus autem egressus ex G per GE. Tractus fumi non dirigetur ad partes oppositas Soli S per rectam AK continuationem rectæ SA, sed deflectet ab ipsa per AED ad partes C, quas nucleus relinquit. Ea est deviationis causa. F.60

632 Si fumus ascenderet motu ad sensum uniformi ex C per CB, ex G per GI, tractus AIB esset rectilineus ad sensum. Nam exiguus arcus CGA est itidem ad sensum rectilineus, & percurritur motu uniformi, est autem GI ad sensum parallela CB. Quare esset GI ad CB, ut tempus per AG, ad tempus per AC, sive ut ipsa AG ad AC: nimirum alternando AG ad GI in ratione constanti AC ad CB; unde ob sensibilem parallelismum rectarum CB, GI sequitur punctum I esse in recta AB. Sed si celeritas ascendendo minuatur, tum vero accepta AG infinitesima, vel perquam exigua, ascensus GE erit æqui-

æquipollentet, vel proximè, ut *AG*, & initium ductus continget illam rectam *AB*, quæ in casu ascensus uniformis exprimeret directionem caudæ: verum assumpto majore intervallo *AG* ascensus *GE* magis deficiet a recta *GI*, & proinde habebitur curva quædam *AED*, cujus tangens erit *AB*, & cavitas respiciet plagam *C*, ex qua Cometa venit, adeoque convexitas illam plagam, in quam tendit; uti in ea adnotatione est dictum.

633 Quod si ascensus esset potius acceleratus, tum vero tractus *GF*, *CH* essent majores, quam *GI*, *CB*, qui sunt debiti motui uniformi, adeoque curvatura respiceret partem oppositam, atque id proposuimus in adnot. ad vers.1442, ad excludendam sententiam, quæ impulsui radiorum Solis tribuit ascensum vaporum Cometicorum efformantium Cometarum caudas. Nam cavitas caudæ respicit semper partes, quas Cometa deserit, quæ tamen ingens esse solet in Cometis satis accedentibus ad Solem, ubi discrimina densitatum atmosphæræ solaris, per quas vapores transeunt, majora sunt, ac velocitas Cometæ major, & directio motus magis divergens a recta transeunte per Solem, & Cometam, majorem deviationem caudæ parit a directione Soli opposita, sine qua curvatura non habetur; si enim Cometa staret, vel rectà in Solem descenderet, aut a Sole ascenderet, nec deviatio exposita caudæ haberetur, nec curvatura.

634 In ascensu vaporum nos hic non habuimus rationem motus, quem vapores habebant prius cum nucleo, cujus habet rationem Newtonus de his agens, nam hic statim perit totus, cum ascensus vaporum protrusorum ab atmosphæra Solis ibi gravitante magis in Solem, quam ipsi gravitent, ostendat, ipsos esse in medio densiore, in quo idcirco amittunt citissimè ob ejus resistentiam omnem motum sibi impressum, & ascendunt solum ob continuam actionem præponderantis atmosphæræ solaris; sed ob ipsam ejusmodi resistentiam, & actionis diminutionem ascendunt motu retardato, non accelerato.

§. 5. Ad notam in vers. 1891 &c.

DE VORTICIBUS.

635 Posteaquam de Cometis egit Noster, proponit difficultates nonnullas, quæ contra gravitatis generalis theoriam proferri solent, quas nos exposuimus in adnotationibus ab adnotatione in vers. 1696. Multa essent, quæ eo pertinentia proferri possent, ad evolvendas æquivocationes eorum, qui ignari theoriæ, & destituti calculo, geometria, mechanica, necessariis ad eruenda, vel etiam percipienda consectaria theoriæ ipsius ineptas objectiones congerunt; verum in iis immorari non licet. Nec vero quidquam in iis adnotationibus occurrit, cujus explicationem uberiorem reservaverimus supplementis, & quod sine uberiore ipsa expositione satis intelligi nequaquam possit. Quamobrem faciemus gradum ad ea, quæ ad vortices pertinentia illustratione indigent.

636 De vorticibus agere cœpimus in adn. ad vers.1891, de quibus, quæ reservavimus hic illustranda, jam persequemur. Primo autem loco occurrunt ea, quæ dicta sunt in adn. ad vers.1968, de directione vis centrifugæ in vortice.

F.63 Sit in fig. 63 *Pp* axis vorticis sphærici, cujus centrum *C*, æquator *AB*. Quod-

Quodvis punctum D positum extra planum æquatoris ipsius describet circulum non maximum, cujus diameter DF parallela AB, & centrum alicubi in E in ipso axe Pp extra centrum C. Quare vis centrifuga, quæ oritur ex eo motu, dirigetur ad partes contrarias puncto axis E, non centro C, & corpora, quæ ab ista vi centrifuga debeant trudi ad partes oppositas, tendent ad punctum axis E, non ad centrum C. Atque idcirco corpuscula, quæ in vitrei rotundi vasis aqua pleni vertigine versus medium protruduntur in experimentis, non sphæricam, sed cylindricam assumunt figuram.

637 Ex iis, quæ ad hanc difficultatem dissolvendam sunt dicta, de quibus hic aliquid promisimus, seligemus duo, quorum alterum Hugenius protulit in Diatriba de causa gravitatis, alterum Bulefingerus in Dissertatione de causa physica gravitatis generali, quæ a Parisiensi Academia præmium retulit anno 1728.

638 Hugenius censuit, ex collisione continua particularum vorticis debere illud sequi, ut particulæ ipsius singulæ directionem motus mutent post exiguos tractus, qui haberi possint pro arcubus circulorum maximorum, adeoque vim centrifugam habeant directam ad centrum, diversæ autem particulæ habeant diversas motus directiones, ut idcirco non transferant secum in aliquam determinatam plagam, sed tantum cogant descendere corpora fluido gyranti immersa. At præterquam quod fluidum ejusmodi, quod pressione orta ex vi centrifuga posset gignere tantum descensum gravium, deberet multo magis corporibus ipsi immersis resistere, illi exigui motus in omnem plagam, non est, cur fiant in arcubus circulorum maximorum potius, quam circulorum minorum, quorum arcus exigui itidem ad rectas accedunt, ut arcus circulorum maximorum, vis autem centrifuga dirigitur extra centrum sphæræ. Quin etiam ii motus ita temere excitati sæpe peragentur in lineis ad sensum rectis, in quibus nulla est vis centrifuga, & multo sæpius in arcubus aliarum curvarum jacentium in positionibus admodum diversis a positione arcuum circulorum maximorum.

639 Bulefingerus autem censuit rem expediri posse per duplicem rotationem, cujus exhibendæ & machinam excogitavit. Inclusit globum circulo $BApB$ inserens ejus axem punctis Pp ita, ut motum circularem posset acquirere celerem circa eum axem, dum interea ipse circulus infixus polis A, B circa eosdem haberet conversionem æquè celerem. Censuit autem, ea duplici rotatione motum compositum puncti cujusvis assumpti in eo globo debere fieri in circulo maximo, adeoque vim centrifugam debere dirigi ad partes ipsi centro oppositas, & gravitatem e contrario ad centrum idem, ac machinam exhibituram in materia levi ad centrum abacta formam sphæricam, sed machinam nondum acceperat ab Artifice, cum dissertationem trasmisit.

640 Præter difficultatem a resistentia repetitam, & omnibus communem vorticibus, illud hanc explicationem funditus evertit, quod demonstravi jam olim, & edidi, nimirum viam a singulis punctis globi motu illo composito descriptam non fore circulum maximum, immo nec circulum, sed curvam altiorem, cujus projectio sit gradus sexti. Et quidem idcirco machina pluribus in locis confecta ad exemplum ab ipso propositum sphæricam in centro figuram nequaquam exhibuit.

641 In

641 In sequenti adnotatione affirmavimus celeritatem, quæ vim centrifugam habeat gravitati terrestri æqualem, fore 17 vicibus majorem celeritate motus diurni; quod quidem ibidem satis accuratè est demonstratum.

642 Quod attigimus in adn. ad vers 2031 de Cassiniana conciliatione vor-
F.64 ticum cum motu elliptico, & areis æqualibus, huc redit. Referat in fig. 64 *ABCD* orbitam Mercurii: ut areæ *ASB*, *BSC*, *CSD*, sint æquales æqualibus temporibus, censuit Cassinus id obtineri posse, si materia vorticis ex uno sectore eadem in alium transeat, adeoque idem occupet spatium. Præter alia multa, quæ contra ejusmodi hypothesim objici possunt, illud in hac adnotatione proposuimus, primo in ejusmodi hypothesi omnes particulas fluidi, quæ semel fuerint in eadem recta, debere itidem semper esse in eadem recta. Id patet, si assumantur sectores infinitesimi; nam materia, quæ simul fuit in sectore quovis *ASB*, semper erit in alio quovis *CSD*; sectores autem imminutis in infinitum angulis in rectas abeunt. Id autem est contra vorticum naturam, in quibus particulæ remotiores lentius moventur, non celerius, uti illa communis angularis conversio requireret.

643 Secundo loco diximus, utcumque id habere locum possit pro orbita intima, non posse applicari orbitis reliquis. Sit *ABCD* orbita Mercurii, & *EFGH* orbita Veneris, & sint areæ *ASB*, *CSD* æquales: productis rectis *SA*, *SB*, *SC*, *SD* in *E*, *F*, *G*, *H*, non erunt æquales sectores *ESF*, *GSH*; nam ob diversam ellipsium speciem, & apheliorum positionem anguli ad focum *S* requisiti ad habendas areas æquales in orbitis diversis diversi sunt. Si *A* sit aphelium Mercurii, *G* aphelium Veneris, quæ aphelia a se invicem distant per 54 gradus, ac areæ *ASB*, *CSD* æquales sint, angulus *CSD* debebit esse major angulo *ASB*, ob *SC*, *SD* minores *SA*, *SB*; erunt autem & *SG*, *SH* majores, quam *SE*, *SF*, adeoque *CG* major, quam *AE*. Quamobrem area *GCDH* erit major, quam *EABF*, & tota *GSH* major, quam *ESF*, nec idcirco simul poterit transferri & fluidum *ASB* in *CSD*, & *ESF* in *GSH*.

644 Accedit, quod in orbe sphærico æqualitas fluidi non pendet a puris areis in uno plano positis: accedit inclinatio planorum ad diversas orbitas pertinentium: accedit resistentia, quam Cometæ sentirent: accedunt alia plurima, quæ hanc peculiarem vorticum correctionem evertunt, ut reliquas.

645 In adnot. in vers. 2073 fit mentio theoriæ Joannis Bernoullii ab ipso propositæ in dissertatione, quæ præmium retulit a Parisiensi Academia anno 1730, in qua illud itidem pertractavit, quod pertinet ad adnotationem sequentem. Porro tria ibi a Bernoullio explicantur, elliptica orbium forma, motus apheliorum, & tertia Kepleri lex, quod nimirum quadrata temporum periodicorum sint, ut cubi distantiarum mediarum. Breve quoddam ejus theoriæ specimen hic exhibebimus, comparando ejus determinationes inter se, & cum determinationibus Newtoni, quas ipse impugnat.

F.65 646 Sit in fig 65 Sol in *S*, circa quem convertatur fluidum motu circulari per *BAC*, *DLG*, *HMK*; sit autem collocatus Planeta in aliqua parte vorticis *A*, quæ densitatem habeat diversam ab ipso ita, ut dum circa *S* convertitur cum ipso vortice, a quo transfertur, cogatur descendere versus *S*: postquam advenerit ad regionem suæ densitatis, motu jam concepto transcurret ultra, donec iterum cogatur retro regredi, & oscillare per ascensus, ac descensus alternos.

647 Cir-

647 Circulis *DLG*, *HMK* habentibus centrum in *S* ellipsis *AEP* habens focum in ipso *S* occurrat in punctis *E*, *I*, recta autem *AS* in *L*, *M*, & rectæ *SI*, *SE* in F, & N. Planeta describet ellipsim illam, si cuivis descensui *AL*, *AM* respondeat motus angularis *ASE*, *ASI*, nimirum si cuivis descensui per *EN* æqualem *LM* respondeat motus materiæ vorticosæ *EF*, vel *NI*. Sumpta *SO* æquali, & opposita minimæ distantiæ *SP*, oscillatio ascensus, & descensus fiet per amplitudinem æqualem *AO*, quæ oscillatio si juxta factam hypothesim absolvatur accuratè illo eodem tempore, quo completur integer circulus motus angularis, redibit Planeta ad idem punctum *A*, ex quo discessit, & ellipsis erit immobilis; sed si oscillatio absolvatur tempore tantillo breviore, aut longiore, redibit Planeta ad aphelium paulo citius, aut serius, adeoque ipsum aphelium regredietur nonnihil versus *B*, vel progredietur versus *C*. Demum si velocitas vorticis motum circularem imprimentis fuerit in ratione reciproca subduplicata distantiæ, habebuntur tempora periodica, qualia requirit tertia Kepleri regula, existentibus quadratis temporum, ut sunt cubi distantiarum. Nam generaliter quadrata temporum sunt directè, ut quadrata spatiorum, & reciprocè ut quadrata celeritatum, adeoque sunt directè, ut quadrata distantiarum, quibus distantiis sunt proportionales peripheriæ circulorum descriptorum sive spatia, & iterum directè ut distantiæ, quarum ratio directa supponitur esse eadem, ac ratio reciproca quadrati celeritatum. Quoniam autem Newtonus methodo indicata in hac postrema adnotatione deduxerat longe aliam celeritatum rationem in vortice sphærico; ipsius solutionem carpit, & ea reformata substituit aliam, in qua, assumpta etiam differentia densitatis ipsius materiæ vorticis, ipsi obvenit ejusmodi velocitatum ratio, quam tertia requirit Kepleri regula.

648 Ut hæc singula evolvantur, in primis mihi videtur admodum manifestum illud, quod in ipsis hisce adnotationibus exposui, cum Planeta ponatur in medio jam æque denso, jam etiam densiore, semper autem satis denso respectu ipsius, debere ejus oscillationem paullatim minui, ut oscillatio penduli etiam plumbei in aqua cito deficit ex ipsius aquæ resistentia.

649 Mitto consensum celeritatis in ascensu, & descensu oscillatorio cum celeritate circulari vorticis tali, qualis requiritur determinate ad ellipsim, & quidem aliam in aliis Planetis, quæ conspiratio fortasse repugnat, sed omnino haberi non potest sine hypothesibus prorsus arbitrariis, & secum invicem parum admodum consentientibus; ac illud potissimum considerandum propono, non esse satis, ut describatur ellipsis utcumque, sed cum prima Kepleri lege arearum æqualium. Porro ea lex requirit celeritatis legem omnino diversam ab illa, quam exigit tertia Kepleri lex quadrati temporum proportionalis cubo distantiæ. Nam hæc tertia lex exigit, uti vidimus, celeritates in ratione reciproca subduplicata distantiæ; at areæ æquales requirunt easdem celeritates in ratione reciproca simplici. Nam si sector *ESF* sit infinitesimus, erit areola *ESI* dimidium productum ex basi *ES*, & altitudine *NI*; adeoque ut areola sectoris binis diversis tempusculis eadem sit, debebit esse altitudo in uno casu ad altitudinem in alio, ut basis in hoc ad basim in illo; nimirum celeritas expressa per *NI* debebit esse in ratione reciproca simplici distantiæ expressæ per *SE*. Quare pugnant hæ duæ leges inter se,

se, & si assumantur conditiones, per quas habeatur vortex respondens legi tertiæ Kepleri, everteretur lex prima arearum æqualium.

650 Verum, quod ad hasce ipsas conditiones pertinet, Newtonus prop. 52. libri 2 Principiorum inquirens in vorticum sphæricorum naturam hac methodo
F.66 in ejusmodi investigatione progreditur. In vortice sphærico *AGH* in fig. 66 considerentur tria strata æque crassa *BD*, *DE*, *EF*, quarum singula concipiantur translata motu circulari in omnibus suis punctis eodem. Ut vortex in statu permanenti conservari possit, oportebit, stratum intermedium tantundem acceleretur ab inferiore, quantum retardatur a superiore, adeoque oportebit, actiones extremorum in medium æquales sint. Assumit autem eas actiones proportionales superficiebus contiguis, quæ separantur, & translationi a se invicem, a qua nimirum pendet celeritas separationis. Superficies autem sphæricæ sunt, ut quadrata radiorum *CE*, *CD*, sive distantiarum. Quare debebunt esse illæ traslationes reciproce ut hæ quadrata, & inde constructione hyperbolæ gradus quarti infert fore tempora periodica, ut quadrata distantiarum, quæ ratio differt a ratione sesquiplicata distantiarum tertiæ Keplerianæ legis, & ab ipsa infertur, celeritates fore reciproce, ut distantias, quæ lex, uti diximus, differt a lege celeritatis reciprocæ subduplicatæ; unde ipse intulit Newtonus non posse tertiam Kepleri legem conciliari cum hac hypothesi vorticum.

651 Bernoullius hanc Newtoni solutionem carpit primo quidem, quod is omittat vim vectis, qua ipse censet stratum alterum agere in alterum; secundo, quod is faciat vim proportionalem superficiebus, quæ se separant, & omittat vim ortam e vi centrifuga, qua altera contra alteram apprimitur, nam in frictionibus solidorum corporum constat illud, frictionis vim esse proportionalem vi, quæ alteram superficiem contra alteram apprimat, & nihil pendere omnino a magnitudine superficierum, quæ contra se invicem applicantur: tertio quod consideraverit materiam vorticis ut homogeneam, cum possit in diversis distantiis diversa densitas concipi. Ex hisce elementis ita mutatis calculum restituit, ac soluto generaliter problemate pro lege quavis densitatum pendentium a distantiis, invenit ad habenda quadrata temporum, uti sunt cubi distantiarum, satis esse, si densitates sint in ratione reciproca subduplicata distantiarum, nimirum in illa eadem, in qua sunt celeritates.

652 In primis ego quidem arbitror hic Newtonum male a Bernoullio carpi. Nam illa strata, quæ in se invicem agunt, non sunt solida strata, neque per aliquem vectem cum centro connectuntur. Hinc primo considerationem vectis nullum arbitror habere locum. Deinde nec leges frictionum habent locum: nam in solidorum frictione, quæ ab asperitate oritur, difficultas motus provenit ab eo, quod, ut detur procursus partium prominentium alterius superficiei insertarum cavitatibus alterius, debet discedere una superficies ab alia contra directionem vis prementis, & quantitas hujus discessus est eadem, sive superficiei appressæ pars sit exigua, sive sit ingens; unde fit, ut resistentia orta a frictione sit proportionalis vi comprimenti, non magnitudini superficiei. At in casu vorticis resistentia oritur a vi, qua sibi mutuo adhærent particulæ fluidi, quæ separari debent a se invicem altera superficie ultra alteram procurrente. Hinc resistentia inde orta est proportionalis summæ momentorum, quibus omnes particularum separandarum vires agunt.

agunt. Momenta autem singularum sunt, ut celeritates, quibus particulæ debent a se invicem discedere, & numerus virium est, ut summa particularum, nimirum, ut superficies, quæ separatur. Quare illa resistentia est solum, ut superficies, & translatio ab invicem conjunctim, quemadmodum Newtonus posuit. Quod autem ad densitates pertinet, Newtonus, ubi Cartesianos vortices ad trutinam revocavit, debuit utique homogeneam considerare materiam cum ipso Cartesio, & ejus asseclis.

653 Verum admissa ratione ineundi calculi, quam Bernoullius adhibuit, adhuc res male illi cedit; cum densitas ipsi obveniat major in minore distantia. Nam in vorticum systemate materia densior recedit a centro vorticis ob prævalentem centrifugam vim. Viderat Newtonus etiam variata densitate posse rem accommodari tertiæ legi Kepleri, quod innuit in scholio ejus propositionis, sed eam hypothesim rejicit ideirco etiam ipse, quod ad id requireretur densitas major in distantiis minoribus. Vidit eandem difficultatem Bernoullius, quam amovere studuit distinguendo duplex densitatis genus; ut nimirum alterum consistat in majori mole particularum, alterum in eo, quod particulæ minores quidem sint mole, sed inter se propiores; ac dicit admodum probabile esse, hanc spissitudinem esse majorem prope centrum vorticis, quam in majore distantia. Verum cum nisus totius vis centrifugæ debeat esse major in distantiis majoribus, æqualis nimirum summæ pressionum, quas exercent omnes inferiorum orbium vires centrifugæ, patet & eam spissitudinem ibi majorem esse debere, contra id, quod Bernoullii theoria requireret.

654 Demum & illud addi potest, aliud esse, quod densitas versus centrum sit major, aliud quod sit major in aliqua ratione reciproca distantiæ imminutæ. In hoc secundo casu densitas versus centrum deberet in infinitum augeri, quod fieri non potest in sententia Cartesianorum, nec vero illorum omnium, qui, ut & Bernoullius, continuam admittunt extensionem materiæ, in qua sententia ratio materiæ ad rationem spatii finita est, & proinde densitas augeri non potest, nisi in ratione finita, & evadit quidem maxima, ubi totum spatium ea materia sit plenum, sed finita omnino remanet.

655 Ex iis omnibus, quæ dicta sunt, constat, vorticum theoriam nullo modo cohærere posse cum Keplerianis legibus, cum quarum una si concilietur, pugnat cum altera, nec vero cum iis etiam singulis ita conciliari potest, ut alia absurda secum non trahat; usque adeo hæc moles toties labefactata, & nequidquam reparata, perpetuo rimas iterum agit, & ruit, quam omnium maximè evertit tot Cometarum liberrimè permeantium motus, qui cum iis conciliari nullo modo potest; quam ob causam hæc Naturæ explicandæ ratio ab omnibus jam Academiis rejecta soli generali gravitati locum ita cessit, ut hæc una demum censeatur quædam veluti clavis totius omnium cælestium corporum theoriæ.

§. 6. In adnot. ad verf. 2306.

DE APIUM CELLULIS.

656 DUO hic ad Geometriam pertinentia proponit Nofter, alterum jam olim cognitum, figuram hexagonam, qua utuntur apes in cellulis conftruendis, inter omnes figuras regulares fpatium implentes eadem magnitudine perimetri omnium maximam aream concludere; alterum recens detectum, cellulam quamvis terminari tribus rhombis, quæ ejufmodi formæ fint, ut datam capacitatem minima omnium fuperficiei quantitate concludant; a teoque utrobique apes parcere ceræ, quam licet, maximè, in qua conficienda laborant plurimum. Utrumque hic exponendum.

657 In elementis Geometriæ demonftrari folet illud, tres folas figuras planas regulares poffe fpatium implere, nimirum triangula æquilatera, quadrata, & hexagona: primorum anguli fex, fecundorum quatuor, tertiorum tres efficiunt 4 rectos, quod requiritur ad fpatium planum implendum. Porro facile demonftratur, inter hæc tria figurarum genera omnium maximam aream includere hexagonum.

F.67 658 Sit in fig. 67 *ABC* triungulum æquilaterum, in fig. 68 *EHGF* quadra-
68 tum, in fig. 69 *IKLMNO* hexagonum, in quibus perimeter æqualis fit. Patet
69 in primis latus quodvis hexagoni fore dimidium lateris trianguli, cum illa fex latera æquentur hifce tribus. Ductis autem ad centrum *P* rectis *IP*, *KP* &c. dividitur hexagonum in 6 triangula æquilatera, quorum fingulorum areæ erunt ad aream trianguli itidem æquilateri *ABC*, ut quadrata laterum, five ut 1 ad 4. Hinc area totius hexagoni continentis fex ejufmodi triangula erit ad aream trianguli *ABC*, ut 6 ad 4, non folum major, fed & multo major.

659 Ad comparandum hexagonum cum quadrato concipiatur perimeter data divifa in partes 12, & latus quadrati erit partium 3, ac area 9; demiffo autem perpendiculo *PQ*, quod bafim *IK* trianguli *IPK* bifariam fecabit, continebit *IK*, five *IP* partes 2, *IQ* partem 1, adeoque erit $PQ = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$ & area $IPK = IQ \times PQ$ erit itidem $= \sqrt{3}$, adeoque totius hexagoni area $= 6\sqrt{3} = \sqrt{108}$, quæ quidem evadit major, quam 10, adeoque adhuc major, quam area quadrati 9.

660 Et hoc quidem ad præfentem rem fufficit: verum generaliter, & quidem facile demonftratur illud, inter omnia poligona ejufdem numeri laterum cujufcumque, poligonum regulare eadem perimetro maximam aream comprendere, atque inter poligona regularia illud femper majorem, quod latera habet plura, ac proinde inter omnes rectilineas figuras omnium maximam complecti aream circulum, in quem poligona regularia definunt numero laterum excrefcente in infinitum. Sed ea huc non pertinent.

661 Ut alterum, quod propofitum fuerat, demonftretur, oportet prius concipere formam alveoli, quam fufe explicat Reaumurius tomo 5 de Infe-
F.70 ctis Differtatione 8. Ejus bafis altera eft in fig. 70 hexagonum apertum *A CDEF*, fupra quod eriguntur ad perpendiculum fena latera in morem prifmatis, fed non terminatur, ut prifma, bafi altera *GHIKLM* parallela

pri-

priori, & æquali, quo casu latera singula essent rectangula; ut *AGHB*, *BHIC* &c. Ea latera sunt trapezia *ANHB*, *BHOC*, *COKD*, *DKPE*, *EPME*, *FMNA*, quæ sine alia basi efformante operculum relinquerent figuram sex laterum *NHOKPMN*, non jacentem in eodem plano, sed continentem tres angulos in *H*, *K*, *M* procurrentes in cuspidem, & tres in *N*, *O*, *P* recurrentes in hiarum quendam. Hisce tribus hiatibus singulis singuli inseruntur anguli trium quadrilineorum *MNHR*, *HOKR*, *KPMR*, quæ quadrilinea concurrunt in puncto R elevato ad perpendiculum supra centrum *Q* hexagoni *GHIKLM*, ad distantiam *QR* æqualem rectis *GN*, *IO*, *LP*, per quas hiatus N, *O*, *P* deprimuntur infra basim eandem, ob quam æqualitatem, & formam hexagoni regularis, facile constat illa quatuor quadrilinea fore rhombos inter se æquales.

662 Igitur tres ejusmodi rhombi basim alteram efformant, qua alveolus clauditur, cuspidatam in *R* ad formam pyramidis, & habentem eandem basim senorum laterum *NHOKPMN*, sed e contrario cum tribus angulis procurrentibus in *N*, *O*, *P*, qui inseruntur tribus hiatibus figuræ prismaticæ, & cum tribus hiatibus in *H*, K, *M*, quibus inseruntur cuspides ejusdem. Hoc pacto in hac basi alveoli habentur anguli solidi septem, quorum quatuor constant ternis angulis planis singuli in *R*, N, *O*, *P*, tres vero singuli quaternis in *H*, *K*, *M*, & in priore quidem ex illis quatuor in *R* omnes anguli plani pertinent ad rhombos singuli ad singulos, in singulis autem reliquorum trium in N, *O*, P unus angulus pertinet ad unum e tribus rhombis, reliqui duo ad duo latera figuræ prismaticæ. In posterioribus vero angulis solidis in *H*, K, *M* bini anguli plani singulorum pertinent ad binos rhombos, reliqui autem bini ad bina prismatica latera.

663 Ejusmodi alveoli constructionem Maraldus cum Cassino diligenter contemplati, ut ipse Maraldus affirmat in Commentariis Parisiensibus ad annum 1712, invenerunt angulum rhombi cujusvis ad *R*, una cum opposito ad *N*, *O*, *P* esse circiter graduum 110, reliquos autem angulos idcirco esse graduum circiter 70. In trapeziis autem angulos itidem ad N, O, *P* observarunt graduum circiter 110, ad *H*, K, *M* circiter 70, & notarunt idcirco angulos solidos ad N, *O*, *P* esse æquales angulo solido ad *R*, constantes nimirum tribus angulis planis æqualibus, iis, quibus is constat; angulos vero solidos ad *H*, K, *M* constare singulos quatuor angulis itidem æqualibus inter se. Verum idem Maraldus ibidem addit ad habendam æqualitatem angulorum rhombi, & trapezii in *N*, *O*, *P* requiri angulum graduum 109 min. 28, remanente altero ad *H*, *K*, *M* gr. 70 min. 32.

664 Ipsi quidem nihil cogitaverant de ullo minimo, quod in ejusmodi inclinatione contineri posset; at Reaumurius loco supra citato affirmat, se suspicatum latere ibi aliquod ceræ compendium, pluribus Geometris proposuisse problema, quo quæratur forma rhombi, quæ cellulam efficiat habentem superficiem minimam omnium eandem capacitatem includentium; solutionem autem impetrasse a solo Koenigio, qui invenerit angulos rhombi ad id minimum pertinentes debere esse gr. 109, 26' & 70°, 34', quam determinationem affirmat consentire intra duo minuta cum ea, quam Maraldus definivit, ubi cum majore præcisione dimensiones rhombi dedit, atque ita innuit Maraldum invenisse per observationem angulos 109°, 28' & 70°, 32'

quod quidem ipsum expressius affirmatur in Historia Academiæ Parisiensis ad annum 1709, ubi dicitur, Maraldum per observationem invenisse illa minuta 28, & 32, & minimi determinationem a Koenigio inventam 26, & 34 solis duobus minutis ab ea determinatione discrepare.

665 Mirum sane esset, si Maraldus ex observatione, angulum æstimasset intra minuta, quod in tam exigua mole fieri utique non poterat. At is, ut satis patet ex ipsa ejus dissertatione, affirmat se invenisse angulos circiter graduum 110, & 70, nec minuta eruit ex observatione, sed ex æqualitate angulorum pertinentium ad rhombos, & ad trapezia; ad quam habendam Geometria ipsum docuit requiri illa minuta. Quin immo satis vereor, ne hæc ipsa, aut aliqua ejusmodi consideratio dederit ipsum graduum numerum illum tam proximum; nam observatio intra plures gradus incerta esse debuit in mole adeo exigua, nec ita accuratè efformata; cum plures irregularitates, & in hisce rhombis, & in omni reliqua constructione alveolorum observari passim affirmet ipse Reaumurius.

666 Verum quidquid sit de graduum numero, certe numerum minutorum Maraldus non proponit tanquam observatione immediata definitum, sed ex illa æqualitatis consideratione, quam diximus, adeoque si Koenigii solutio rite procederet, determinatio minimi non ab angulo observato per illa duo minuta discederet, sed ab angulo requisito ad ejusmodi æqualitatem, cum observato tamen congrueret adhuc intra limites admodum arctos, & qui in ejusmodi argumento omnem superant Observatoris industriam. At ejus solutio intra illos ipsos limites aberrat ita, ut conditio minimi non exigat illa Koenigiana 26' & 34', sed illa ipsa 28' & 32', quæ Maraldus invenerat requiri pro æqualitate. Oportet sanè, Koenigius in solutione problematis viam aliquam inierit admodum implexam, quæ ipsum deduxerit ad formulam, ex qua per approximationem eruerit angulum duobus minutis aberrantem a vero, ac mihi sane displicet, quod ipsam ejus solutionem nusquam invenerim, ut methodum, quam is adhibuit, videre possim. Cæterum ne illa quidem minuta accuratè rem exhibent ita, ut secunda non remaneant; verum & problematis solutio est admodum expedita, sive adhibeatur calculus, sive etiam sola Geometria, & determinatio rhombi, atque angulorum provenit admodum simplex, & elegans, quæ simul & æqualitatem illam angulorum accuratè exhibet, cum accurata minimi quæsiti conditione connexam. Rhombus nimirum provenit is, in quo quadratum majoris diametri est duplum quadrati diametri minoris, & anguli ii, quorum cosinus est triens radii. En geometricam solutionem problematis, quæ eo deducit.

667 Ductis MH, MQ, HQ, satis patet $MGHQ$ fore rhombum, in quo triangula MHQ, MHG æqualia erunt, ac proinde pyramides, quæ habent ea triangula pro basibus, & vertices in R, ac N erunt itidem æquales ob altitudines QR, GN æquales. Quoniam autem substituendo rhombum $MNHR$ rhombo $MGHQ$, substituitur pyramidi $MGHN$ pyramis $MQHR$, atque idem fit in reliquis tribus rhombis $HQKI$, $KQML$, mutatis in rhombos $HRKO$, $KRMP$, satis patet fore capacitatem cellulæ terminatæ in R a tribus rhombis semper æqualem capacitati cellulæ terminatæ hexagono $GHIKLM$, quæcumque fuerit eorum rhomborum forma, & inclinatio.

668 Quærenda igitur superest forma rhomborum ejusmodi, quæ superfi-

ciem

ciem exhibeat omnium minimam. Minimum illud habebitur, ubi, mutata positione rhomborum transeuntium semper per eadem tria puncta M, H, N, binæ superficies infinitè proximæ fuerint inter se æquales, redeunte retro quantitate post minimum, ad magnitudinem, quam habuerat ante. Abeunte igitur rhombo $MNHR$ in $MnHr$ (latera Mr, Hr non ducuntur hic, vitandæ confusionis gratia) oportebit, ut excessus rhombi longioris supra breviorem æquetur binis triangulis NHn, NMn, quibus decrescunt trapezia $ANHB$, $ANMF$.

669 Porro cum in rhombis $MGHQ$, $MNHR$ diametri se mutuo bifariam secent ad angulos rectos, tam GQ, quam RN transibit per idem punctum S, existentibus SN, SH, SG dimidiis RN, MH, QG, ac area rhombi $MNHR$ dupla trianguli MNH æquali rectangulo sub MH, & SN. Cum vero latus hexagoni GH æquetur radio QG circuli circumscribendi, erit & GH dupla GS, adeoque quadrata rectarum GH, GS, SH ut 4, 1, 3.

670 Jam vero si abeunte N in n concipiatur usque ad Sn arcus NT radio SN; erit excessus rhombi terminati ad n, r, supra rhombum terminatum ad N, $R = MH \times nT$, & similia erunt triangula rectangula NTn, SGn, sive SGN; bina autem triangula NHn, NMn cum habeant supra basim Nn altitudines æquales HG, MG, erunt ambo simul $= Nn \times GH$. Erit igitur $MH \times nT = Nn \times GH$, adeoque Nn ad nT, sive NS ad NG, ut MH ad GH, vel, sumptis dimidiis, ut SH ad SG, quarum quadrata cum sint ut 3 ad 1, erit & $N S^2 . NG^2 :: 3 . 1$, adeoque $SG^2 . NG^2 :: 2 . 1$. Sed alternando in proportione $NS . NG :: SH . SG$, habetur $NS . SH :: NG . SG$. Igitur & quadratum NS erit dimidium quadrati SH, ac sumptis duplis quadratum diametri NR dimidium quadrati MH. Quod fuerat inveniendum.

671 Hine admodum facile geometrica constructione invenitur rhombus $MRHN$ in fig. 71 data in fig. 70 ejus diametro longiore MH. Ipsa bifariam secta in S fiat angulus HSA semirectus, & demittatur HA perpendiculum in ipsam, erigantur ut ipsi MH perpendiculares SN, SR æquales SA, & erit factum, ut patet; nam triangulum rectangulum HAS erit isosceles, & proinde quadratum SA, sive SN dimidium quadrati SH. F.71

672 Facile autem inveniuntur etiam inde anguli per tabulam sinuum. Est enim NS ad SH, ut radius ad tangentem anguli RNH, adeoque ejus anguli tangens logarithmica habetur, si logarithmo radii addatur $\frac{1}{2}$ log. 2, $=$ 0. 1505150, quæ idcirco evadit 10. 1505150: ipsi respondet in tabulis angulus 54°, 44', 8'', cujus duplum 109°, 28', 16'' idem cum Maraldiano illo, si secunda demantur, a quo inventus a Koenigio differt per 2', 16''.

673 Verum angulus ipse adhuc facilius invenitur simul totus, ducta RB perpendiculari ad MN. Erunt enim similia triangula rectangula RBN, MSN ob angulum ad N communem, adeoque erit $MN . NS :: NR . NB$, & proinde $MN \times NB = NS \times NR = 2NS^2 = MS^2$, ac idcirco $MN \times NB$ ad MN^2, sive NB ad MN erit, ut MS^2 ad MN^2, sive ut 3 ad 2. Quare MB erit triens MN, sive MR, nimirum æqualis trienti radii sinus anguli MRB, qui est complementum tam anguli acuti NMR, quam obtusi MNH ejus complementi ad duos rectos; unde oritur hoc theorema: *anguli rhombi exhibentis quæsitum minimum sunt ii, qui habent pro cosinu trientem radii*. Ex eo theo-

theoremate sola inspectione tabularum invenitur angulus in minutis, eam triens radii 10000000, sit 3333333, qui est sinus 19°, 28', ubi si secunda adhibere libeat, redeunt illa eadem 16", quæ prius, existentibus binis angulis quæsiti rhombi 109°, 28', 16", & 70°, 31', 44".

674 Et quidem idem angulus minimi est ille, qui exhibet accuratè, non proximè solum, æqualitatem angulorum rhombi, & trapeziorum. Cum enim F.70 sit inventum in fig.70 GS^2 duplum GN^2, & GH^2 quadruplum GS^2, erit GH^2 octuplum GN^2, adeoque NH^2 noncuplam ipsius, & idcirco HN erit tripla GN, nimirum sinus anguli GHN, qui est complementum tam anguli acuti BHN, quam obtusi ANH, erit triens radii; & proinde ii duo anguli erant accuratè æquales angulis rhombi, & idcirco casus minimi quæsiti erit accuratè idem, ac casus angulorum solidorum ad N, O, P æqualium angulo solido ad R, quem casum accuratè in minutis primis exhibuit Maraldus, non quidem ex observatione, sed ex inquisitione geometrica in casum æqualitatis, observatione illum exhibente multo crassius, & a quo casu Koenigius discessit paulo plus, quam per duo minuta ex eo, quod approximatione aliqua est usus minus accurata intra limites tam arctos.

675 At multo magis illud a veritate aberrat, quod Reaumurius addit de ipsius Koenigii solutione, dicens illum demonstrasse, apes præferendo fundum pyramidibus terminatum fundo plano, lucrari tantum ceræ, quantum requiritur ad integrum ipsum fundum planum. Ipsæ apes ponunt rhombum $MNHR$ pro rhombo $MGHQ$, & binis triangulis NMG, NGH. Quare erit id, quod lucrantur, ad planum $GHIKLM$, ut excessus horum trium supra id, quod substituitur ad rhombum $MGHQ$, qui substituitur. Dicatur $SG = 1$, erit $GH = 2$, $GN = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $SH = \sqrt{3}$, $MH = 2\sqrt{3}$, $SN = \sqrt{\frac{3}{2}}$. Hinc rhombus $MQHG = MH \times SG = 2\sqrt{3}$, bina triangula MGN, $HGN = GH \times GN = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$, rhombus $MRHN = MH \times SN = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Quare erit ille excessus $= 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$, qui non est æqualis rhombo $2\sqrt{3}$, sed illo multo minor, nimirum est ad illum, ut $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ad $\sqrt{3}$, sive ut $\sqrt{6} - 2$ ad 2, nimirum cum $\sqrt{6}$ sit adhuc aliquanto minor, quam $2\frac{1}{2}$, erit lucrum minus quadrante illius superficiei planæ, cui ipsum Koenigius æquale fecerat juxta Reaumurium. Si quis pro $\sqrt{6} - 2$, includat sub signo radicali ipsum 2, fit $\sqrt{4} = 2$, & ratio illis evadet ratio æqualitatis. Quid, si aliquam ejusmodi æquivocationem commiserit vel Koenigius inter calculandum, vel Reaumurius in calculo legendo, & describendo?

676 Æqualitas illa angulorum solidorum ad N, O, P cum angulo ad R aliam æqualitatem secum fert, cujus nec Maraldus meminit, nec Reaumurius, nimirum inclinationem æqualem omnium planorum ad plana, quibus adnectuntur in toto hoc admirabili sane Naturæ opere, tam ubi plana vel trapeziorum vel rhomborum junguntur sibi invicem, quam ubi junguntur illorum plana planis horum, quæ quidem omnes sunt graduum 120. Cum enim tres anguli plani in N æquentur inter se, inclinationes ipsorum ad se invicem erunt

erunt omnes æquales, nimirum æquales angulo FAB, qui metitur inclinationes planorum ANM, ANH, & est graduum 120, quod rem conficit pro omnibus inclinationibus trapeziorum ad se invicem, & eam rhombis. Cum autem angulus solidus R constet angulis planis æqualibus iis, quibus constat N, erunt ibi inclinationes rhomborum ad se invicem æquales inclinationibus in N, nimirum ipsæ etiam graduum 120 singulæ.

677 Fieri sane posset, ut hæc ipsa omnium inclinationum æqualitas conferret plurimum ad determinandam constructionem alveoli, instrumentis, quibus apes utuntur ad perficiendum opus adeo mirum, ita ab Auctore Naturæ dispositis, ut non nisi in hoc angulo possint planum plano adnectere, quæ quidem instrumenta cum fere nunquam habeant penitus perfectam constitutionem, uti videmus in nostris etiam humanis membris tam multos defectus, & inæqualitates, inde oriantur irregularitates illæ tam multæ, quas Reaumurius non dissimulat, cum dicat, sæpe visa sibi esse quadrata pro rhombis, sæpe figuram aliam nonnihil oblongam, licet addat, plerumque haberi formam rhombi cum angulis Maraldianis, addit autem & facies sæpe se invenisse inæquales, aberrante altera quoque basi ab hexagonali forma, & trapeziis nec per totam longitudinem æque latis, nec ad H, K, M non accuratè conspirantibus ad unicum punctum, qui fortasse pendent ab angulis ad R, N, O, P prius constructis, sed nonnihil aberrantibus ab accurata mensura.

678 Quidquid de eo sit, Divinum Auctoris Naturæ consilium in eo admirari licet, quod ejusmodi instrumenta indiderit, & instinctum, sive principii harum bestiolarum activi determinationem, quæ ad eam formam cellularum impellant, in qua maximum ceræ compendium habeatur.

679 Problema superius a Mac Laurino etiam solutum esse novi, cujus solutionem nec vidi, nec ejus opera ineassum conquisita habeo præ manibus; dum hæc scribo, ut videam: quamobrem ignoro, an eadem synthetica methodo illud solverit, qua hic ego, & an eadem, quæ hic ego adnotavi, notaverit, quod quidem admodum facile fieri potest, cum in tanto Geometra nihil desiderari unquam possit, quod aut ad simplicitatem solutionum, aut ad penetrationem, & combinationes consectariorum pertineat. Illud tantummodo hic addam, si analytica usitata methodo sit procedendum, adhuc admodum expeditam solutionem esse, & eandem determinationem obvenire.

680 Ponatur $AB = GH = a$, $AG = b$, $GN = x$. Erit trapezium $ANHB = ab - \frac{1}{2}ax$, adeoque summa facierum $6ab - 3ax$. Erit autem $GS = \frac{1}{2}a$, & $SH = \sqrt{\frac{1}{4}aa}$, $MH = \sqrt{3aa}$, $SN = \sqrt{xx + \frac{1}{4}aa}$, adeoque rhombus $MNHR = MH \times SN = \sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}$, cujus triplum additum faciebus exhibet superficiem $6ab - 3ax + 3\sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}$. Differentiando hanc formulam, ponendo differentiam $= o$, ac dividendo

per dx obtinetur $-3a + \dfrac{9aax}{\sqrt{3aaxx + \frac{3}{4}a^4}} = o$, & dividendo per $3a$,

transponendo ac quadrando $\dfrac{9aaxx}{3aaxx + \frac{3}{4}a^4} = 1$, sive $3xx = xx + \frac{1}{4}aa$,

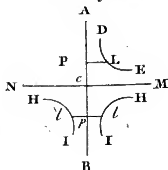
vel

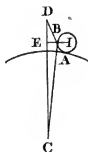
vel $12xx = 4xx + aa$, sive $xx = \frac{1}{8} aa$. Cum autem sit $SG^2 = \frac{1}{4} aa = \frac{2}{8} aa$, erit $SN^2 = \frac{3}{8} aa$. Erat $SH^2 = \frac{3}{4} aa$. Igitur quadratum SN est dimidium quadrati SH, & quadratum NK dimidium quadrati MH, ut per Geometriam inventum fuerat. Verum Geometria ipsa immediatè eo deduxit, quo calculis non deduxisset, nisi ex notitia tam simplicis relationis inter diametros rhombi, data opera quæsitus fuisse valor NS, & comparatus cum valore SH. Et quidem sæpe accidit, potissimum in hujusmodi problematis admodum simplicibus, ut Geometria simpliciores, & elegantiores determinationes exhibeat, quam calculus. Hic tamen calculus angulos trapeziorum satis expedite exhibet: cum enim sit $x^2 = \frac{1}{8} a^2$ patet fore $GH^2 = a^2 = 8x^2$, & $NH^2 = 9x^2$, adeoque $NH = 3x = 3NG$. Sed de his omnibus jam satis.

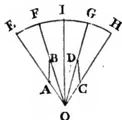


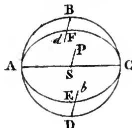
TABULARUM TOMI SECUNDI.

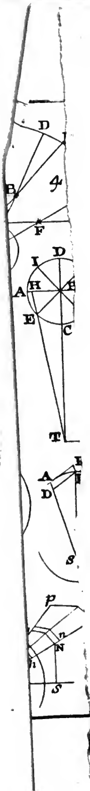
Errata	*Corrige*
Pag. 308. num. 41. Fig. *6.*	F. VI.
357. num. 198. F. 26.	F. 1. in hac nova Tabula.
357. lin. penultima M S I	H *l* I
358. lin. 7. F *l* G	H *l* I
372. num. 245. F. 29.	F. 30.
372. lin. 22. A D	C D
372. num. 246. F. 30.	F. 31.
381. num. 271. F. 31.	F. 2. in hac nova Tabula.
381. lin. 7. impositi	impositi in A
381. lin. 10. parallela B C	parallela B C ad sensum
445. num. 475. F. 51.	F. 3. in hac nova Tabula.
446. num. 478. F. 52.	F. 4. in hac nova Tabula.



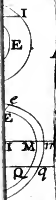




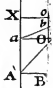




D
B
4
F
D
I
A
H
E
C
T
A
D
S
p
n
N
h
S


I
E
e
E
I M m
Q q


N
d


X
o
b
a
Θ
A'
B
A B

B D F
A E C

C
I
V 5
O
Q R

A
B L
M N
O
65. S
H
P

B
67.
C
H
E



